数理解析研究所講究録
942 巻 1996 年 84-92

Kummer-Artin-Schreier-Witt 理論の試み II

関口　力 (Tsutomu Sekiguchi)（中央大・理工）

1 Introduction

ここでは，Kummer-Artin-Schreier-Witt 理論の試み I において扱っている内容を少し視点を変えて捉え，特に我々の問題意識の動機に重点をおいて，我々の扱っている問題の多角的な理解に役立てようと思うものである．

以下，我々の議論において，“曲線” は完備非特異代数曲線を意味する．

我々のこの議論の元々の動機であり，また最終目標でもある問題は，正標数の体上与えられた曲線の巡回拡大を標数零の体上の巡回拡大に引き上げられるかという問題であった．すなわち，我々の目標は次の問題である：

目的：正標数 $p(>0)$ の体 k 上定義された曲線の p^n 次巡回 Galoi 拡大 D/C に対して，$W(k)$ を支配する適当な離散付値環 A をとり，special fibre が C/D である flat, complete, smooth な A 上の曲線の p^n 次巡回 Galois 拡大 $\mathcal{D}/\mathcal{C}$ を構成せよ．

$n=1$ のとき，すなわち，D/C が p 次巡回拡大のとき，問題は [8] によって肯定的に解けている．従って，この問題を解くにあたっての我々の戦略は，この p 次巡回拡大の場合の手法を如何に一般化するかにある．以下，この p 次巡回拡大の引き上げの手法を概観して，一般化の問題点と既に解決をみた部分を整理し，我々の中心的題材である Kummer-Artin-Schreier-Witt 理論とその周辺の問題を，[17] の結果を中心に紹介するのがこの報告の目的である．

2 p 次巡回拡大の引き上げの復習と問題点

[8] で用いた我々の手法の中心は Lang の類体論である．すなわち，以下，簡単のために k を標数 $p(>0)$ の代数的閉体，D/C を k 上の曲線の Galois 拡大，その Galois 群を G とし，Serre [6] に沿って Lang の類体論を追ってみよう．いま，もし Witt 環 $W(k)$ を支配する適当な離散付置環 A 上に Galois 群 G をもつ曲線の拡大 $\mathcal{D}/\mathcal{C}$ が存在し，その special fibre が D/C であったとする．以下，$K=\mathrm{f}.f.A$ とおく．このとき，$U_A[G]$ により A 上の G の group-ring-scheme $A[G]$ の unit group scheme を表すとき，正基底定理によ

り G-equivariant な A-有理写像 $\mathcal{D} \to U_A[G]$ が存在し，Cartesian 積

(1)
$$\begin{array}{ccc} \mathcal{D} & \to & U_A[G] \\ \downarrow & & \downarrow \\ \mathcal{C} & \xrightarrow{\varphi} & U_A[G]/G \end{array}$$

を得る．ここで A-有理写像 $\mathcal{C} \to U_A[G]/G$ に対して，$\mathcal{C}$ 上の A-relative divisor $\mathfrak{d}$ が存在し，$\mathcal{C}$ を $\mathfrak{d}$ に沿って一般の方向から潰して特異代数曲線 $\mathcal{C} \to \mathcal{C}_{\mathfrak{d}}$ を作るとき，φ は $\mathcal{C} \to \mathcal{J}(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}}) := \mathrm{P}ic^0(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}}/A)$ を経由する．従って，isogeny $\mathcal{J}' \to \mathcal{J}(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}})$ が存在し，Cartesian 積 (1) は

(2)
$$\begin{array}{ccccc} \mathcal{D} & \to & \mathcal{J}' & \to & U_A[G] \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \mathcal{C} & \to & \mathcal{J}(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}}) & \to & U_A[G]/G \end{array}$$

と分解される．従って，問題は isogeny $\mathcal{J}' \to \mathcal{J}(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}})$ の構成問題に帰着される．generalized Jacobian scheme $\mathcal{J}(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}})$ は自然な morphism $\mathcal{C} \to \mathcal{C}_{\mathfrak{d}}$ より

$$0 \to \mathcal{K}_{\mathfrak{d}} \to \mathcal{J}(\mathcal{C}_{\mathfrak{d}}) \to \mathcal{J}(\mathcal{C}) \to 0$$

と分解され，$\mathcal{K}_{\mathfrak{d}}$ は relative divisor $\mathfrak{d}$ により決まる A 上の affine group scheme である．問題の isogeny は本質的にこの affine group scheme の isogeny の構成問題であり，この affine part と generalized Jacobinan のギャップは Breen [1] によって解消されるのである．

affine group scheme $\mathcal{K}_{\mathfrak{d}}$ は relative divisor $\mathfrak{d}$ により局所的に決まり，D/C の wild ramification を標数零まで如何にほぐすかによって定まる．実際，$n=1$ の場合，$\mathcal{K}_{\mathfrak{d}}$ は $\mathbb{P}^1$ の p 次巡回拡大を具体的に書き表すことによって，求める isogeny $\mathcal{K}' \to \mathcal{K}_{\mathfrak{d}}$ が得られたのである．

同様のことを一般に期待する場合，やはり取りあえず，$\mathbb{P}^1$ の p^n 次巡回拡大を具体的に書き表すことが差し当たりの課題である．以下，$G = \mathbb{Z}/p^n$ として議論を進める．この場合，Artin-Hasse exponential を用いて unit group scheme $U_k[\mathbb{Z}/p^n]$ から Witt 群スキーム $W_{n,k}$ への全射準同型写像 $U_k[\mathbb{Z}/p^n] \to W_{n,k}$ が存在し，isogeny $U_k[\mathbb{Z}/p^n] \to U_k[\mathbb{Z}/p^n]/(\mathbb{Z}/p^n)$ は, Artin-Schreier-Witt 完全系列

(3)
$$0 \to \mathbb{Z}/p^n \to W_{n,k} \xrightarrow{\wp_n} W_{n,k} \to 0$$

を用いて Cartesian 積

(4)
$$\begin{array}{ccc} U_k[\mathbb{Z}/p^n] & \longrightarrow & W_{k,n} \\ \Big\downarrow & & \Big\downarrow{\scriptstyle \wp_n} \\ U_k[\mathbb{Z}/p^n]/(\mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & W_{n,k} \end{array}$$

で与えられる．従って，正基底定理と合わせて Cartesian 積

$$
\begin{array}{ccccc}
D & \longrightarrow & U_k[\mathbb{Z}/p^n] & \longrightarrow & W_{k,n} \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \wp_n} \\
C & \longrightarrow & U_k[\mathbb{Z}/p^n]/(\mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & W_{n,k}
\end{array} \tag{5}
$$

が得られるが，これが Artin-Schreier-Witt 理論である．

一方，もし D/C の標数零への引き上げ $\mathcal{D}/\mathcal{C}$ が存在したとすれば，その generic fibre $\mathcal{D}_\eta/\mathcal{C}_\eta$ は Kummer 完全系列

$$
1 \to \mu_{p^n} \to \mathbb{G}_K \xrightarrow{\theta_{p^n}} \mathbb{G}_K \to 1 \tag{6}
$$

と正基底定理と合わせた Cartesian 積

$$
\begin{array}{ccccc}
\mathcal{D}_\eta & \longrightarrow & U_K[\mathbb{Z}/p^n] & \longrightarrow & \mathbb{G}_K \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \theta_{p^n}} \\
\mathcal{C}_\eta & \longrightarrow & U_K[\mathbb{Z}/p^n]/(\mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & \mathbb{G}_K
\end{array} \tag{7}
$$

によって与えられ，これが Kummer 理論である．

従って， D/C の標数零への引き上げ $\mathcal{D}/\mathcal{C}$ が存在する為に，我々は次のことを期待し，問題として提出するのである．

問題 1 加法群 $\mathbb{G}_{a,k}$ の乗法群 $\mathbb{G}_{m,K}$ への変形の存在が期待され，それらを構成し，分類せよ．

この問題の高次元化が次である．

問題 2 *Witt* 群 $W_{n,k}$ からトーラス $\mathbb{G}_{m,K}^n$ への変形を構成し，それらを統制せよ．

問題 3 上記の結果を用いて，*Artin-Schreier-Witt* 完全系列 (3) から *Kummer* 型完全系列

$$
1 \to \mu_{p^n,K} \to \mathbb{G}_{m,K}^n \to \mathbb{G}_{m,K}^n \to 1 \tag{8}
$$

への変形

$$
0 \to (\mathbb{Z}/p^n)_A \to \mathcal{W}_{n,A} \to \mathcal{V}_{n,A} \to 0 \tag{9}
$$

を構成し，*Kummer-Artin-Schreier-Witt* 統合理論を作れ．

問題 1 に関しては，離散付値環 A の極大イデアル $\mathfrak{M}$ の零でない元 λ に対し，A 上の平面曲線

$$\mathbb{P}^2_A \supset \mathcal{C} : Y^2Z - \lambda XYZ = X^3$$

をとれば，$\mathcal{C}$ の generic fibre は nodal curve であり，special fibre は cuspidal curve である．従って，その Picard group scheme P$ic^0(\mathcal{C}/A)$ は $\mathbb{G}_{a,k}$ から $\mathbb{G}_{m,K}$ への変形を与えており，実際, 具体的に

$$\mathrm{P}ic^0(\mathcal{C}/A) = \mathrm{S}pecA[X, 1/(\lambda X + 1)]; \quad x \cdot y = x + y + \lambda xy$$

と書き表され，これを我々は

$$\mathcal{G}^{(\lambda)} = \mathrm{S}pecA[X, 1/(\lambda X + 1)$$

とおく．Waterhouse-Weisfeiler は [18] において Néron blow-up を用いて，離散付値環 $(A, \mathfrak{M})$ 上の generic fibre が $\mathbb{G}_{m,K}$，special fibre が $\mathbb{G}_{a,k}$ である flat な群スキーム $\mathcal{G}$ は，ある元 $\lambda \in \mathfrak{M}$ が存在し

$$\mathcal{G} \cong \mathcal{G}^{(\lambda)}$$

となることを示した．これにより，問題 1 は完全に解決されたわけである．

問題 2, 3 に関する議論は次節に譲るとして，いま Artin-Schreier-Witt 完全系列 (3) から Kummer 型完全系列 (8) への変形である KASW 完全系列 (9) が得られたとしよう．上で述べたとおり，$U_A[\mathbb{Z}/p^n]$ で A 上の $\mathbb{Z}/p^n$ の group-ring の unit group scheme を表すとき，generic fibre, special fibre 各々について全射準同型写像

$$U_A[\mathbb{Z}/p^n]_k = U_k[\mathbb{Z}/p^n] \to (\mathcal{W}_{n,A})_k = W_{n,k},$$

$$U_A[\mathbb{Z}/p^n]_K = U_K[\mathbb{Z}/p^n] \to (\mathcal{W}_{n,A})_K = \mathbb{G}^n_{m,K}$$

が存在する．従って，我々は次の問題を提出するのは自然である．

問題 4 全射準同型写像

$$U_A[\mathbb{Z}/p^n] \to \mathcal{W}_{n,A}$$

を構成せよ．

この問題 4 に関しては，[12, 15] において，この unit group scheme のある程度の構造の解析と，$n = 1, 2$ の場合の肯定的な解答を与えている．しかし，一般の場合，環 A 上の unit group scheme $U_A[\mathbb{Z}/p^n]$ の構造が複雑であり，未だ未解決である．

更に，今後手をつけなければならないのが次の問題である．

問題 5 $\mathcal{W}_{n,A}$ の自然な *compact* 化を求めよ.

実際, $n=1$ の場合, $calw_{1,A}=\mathcal{G}^{(\lambda)}$ であり, $\mathcal{G}^{(\lambda)}$ の compact 化は $\mathbb{P}^1$ となる. また, boundary $\mathbb{P}^1\setminus\mathcal{G}^{(\lambda)}$ が p 次巡回拡大の分岐を表現するのである. 従って, 問題 5 は p^n 次巡回拡大の分岐を表現するような $\mathcal{W}_{n,A}$ の compact 化を期待するものなのである.

3 KASW 完全系列の構成

以下, 問題 2, 3 について解説する. 先ず Witt 群 $W_{n,k}$ であるが, これは自然な filtration

$$0\longrightarrow\mathbb{G}_{a,k}\longrightarrow W_{n,k}\longrightarrow W_{n-1,k}\longrightarrow 0 \tag{10}$$

をもつ. 我々の求める Witt 群のトーラスへの変形はこの filtration を保存するものでなければならない. また, 問題 1 について見たとおり, $\mathbb{G}_{a,k}$ の $\mathbb{G}_{m,K}$ への変形は $\mathcal{G}^{(\lambda)}=SpecA[X,1/(\lambda X+1)]$ $(\lambda\in\mathfrak{M})$ の形の群スキームで与えられる. 従って, $W_{n-1,k}$ の変形 $\mathcal{W}_{n-1,A}$ が得られたとき, $W_{n,k}$ の変形は拡大群 $\mathrm{E}xt^1_A(\mathcal{W}_{n-1,A},\mathcal{G}^{(\lambda)})$ の元として与えられる. 従って我々の次の目標はこの拡大群の計算であり, その為には A 上の fppf site 上の層の完全系列

$$\begin{array}{cccccccc} 0\longrightarrow & \mathcal{G}^{(\lambda)} & \xrightarrow{\alpha^{(\lambda)}} & \mathbb{G}_{m,A} & \xrightarrow{r} & \iota_*\mathbb{G}_{m,A/\lambda} & \longrightarrow 0 \\ & x & \mapsto & \lambda x+1 & & & \\ & & & t & \mapsto & t\bmod\lambda & \end{array} \tag{11}$$

が威力を発揮するのである. ただし, $\iota:\mathrm{Spec}A/\lambda\hookrightarrow \mathrm{Spec}A$ は自然な埋め込みである. 実際, 具体的 cocycle の計算により $\mathrm{E}xt^1_A(\mathcal{G}^{(\lambda)},\mathbb{G}_{m,A})=0$ を得, $\lambda,\mu\in\mathfrak{M}\setminus\{0\}$ に対し,

定理 1

$$\mathrm{E}xt^1_A(\mathcal{G}^{(\mu)},\mathcal{G}^{(\lambda)})\cong\mathrm{H}om(\mathcal{G}^{(\mu)},\iota_*\mathbb{G}_{m,A/\lambda})/\{(1+\mu X)^n\mid n\in\mathbb{Z}\}. \tag{12}$$

を得る. この同型対応は $F\in\mathrm{H}om(\mathcal{G}^{(\mu)},\iota_*\mathbb{G}_{m,A/\lambda})$ に対応する拡大を $\mathcal{E}^{(\mu,\lambda;F)}\in\mathrm{E}xt^1_A(\mathcal{G}^{(\mu)},\mathcal{G}^{(\lambda)})$ としたとき, 具体的に次のようにかける.

$$\mathcal{E}^{(\mu,\lambda;F)}=\mathrm{S}pec[X,Y,1/(1+\mu X),1/(F(X)+\lambda Y)], \tag{13}$$

ただし, 群構造は morphism

$$\begin{array}{cccc} \alpha^{(\mu,\lambda)}: & \mathcal{E}^{(\mu,\lambda;F)} & \longrightarrow & \mathbb{G}_{m,A}\times_{\mathrm{Spec}A}\mathbb{G}_{m,A} \\ & (x,y) & \mapsto & (1+\mu x,F(x)+\lambda y) \end{array}$$

を群準同型にするものとして与えられる．この定理により，問題は Artinian local ring 上の群スキームの準同型群を決定することに帰着されるのであるが，最近，Artin-Hasse exponential を用いて，次の結果を得ている（[14, 16] 参照）．

定理 2 A を $\mathbb{Z}_{(p)}$-*algebra* とし，$F:\widehat{W}\to\widehat{W}$ を *formal Witt group scheme* $\widehat{W}$ の *Frobenius endomorphism* の一般化とするとき，次が成り立つ．

(1) $\mathrm{Ker}(F^n:\widehat{W}(A)\to\widehat{W}(A))\cong \mathrm{Hom}_A(W_{n,A},\mathbb{G}_{m,A})$,

(2) $\mathrm{Coker}(F^n:\widehat{W}(A)\to\widehat{W}(A))\cong \mathrm{Ext}^1_A(W_{n,A},\mathbb{G}_{m,A})$.

この定理を更に一般化することが考えられる．

問題 6 $(A,\mathfrak{M})$ を *local* $\mathbb{Z}_{(p)}$-*algebra*, $\lambda\in\mathfrak{M}$ としたとき，*Artin-Hasse exponential* の変形を構成し，$\mathrm{Hom}_A(\mathcal{G}^{(\lambda)},\mathbb{G}_{m,A})$, $\mathrm{Ext}^1_A(\mathcal{G}^{(\lambda)},\mathbb{G}_{m,A})$ に対し，定理 2 と同様の結果を求めよ．

$\mathrm{Hom}_A(\mathcal{G}^{(\lambda)},\mathbb{G}_{m,A})$ に関しては，ある程度の計算を [9, 10] で与えており，また更に Artin-Hasse exponential の変形の候補は得られている．

問題 3 に関して，$n=1$ の場合の結果，すなわち，Artin-Schereier 完全系列と Kummer 完全系列を統合する Kummer-Artin-Schreier 完全系列は同型を除いて一意的であり，それは次で与えられる．

ζ_n を 1 の原始 p^n 乗根とし，各 n について $\zeta_{n+1}^p=\zeta_n$ を満たすものとする． 以下，$\lambda_n=\zeta_n-1$，$A_{(n)}=\mathbb{Z}_{(p)}[\zeta_n]$ とおき，特に $\lambda=\lambda_1$，$A=A_{(1)}$ とおく．このとき，次が Kummer-Artin-Schreier 完全系列である．

$$
\begin{array}{ccccccc}
0\to & (\mathbb{Z}/p)_A & \xrightarrow{i_1} & \mathcal{G}^{(\lambda)} & \xrightarrow{\psi} & \mathcal{G}^{(\lambda^p)}\to 0. \\
 & & & x & \mapsto & \frac{1}{\lambda^p}\{(1+\lambda x)^p-1\}
\end{array}
\tag{14}
$$

問題 3 の解決の為に次の概念を導入する．

定義 1 各 $n\ (\geq 1)$ について，$\mathcal{W}_n$ は $W_{n,k}$ から $\mathbb{G}^n_{m,K}$ への変形であり，$\mathcal{W}_1=\mathcal{G}^{(\lambda)}$，また完全系列 (10) の変形

$$0\to\mathcal{G}^{(\lambda)}\to\mathcal{W}_n\to\mathcal{W}_{n-1}\to 0 \tag{15}$$

をもつ．更に，$\mathcal{W}_n$ は *constant group scheme* $(\mathbb{Z}/p^n)_{A_{(n)}}$ を含み，可換図式

$$
\begin{tikzcd}
0 \arrow[r] & \mathbb{Z}/p \arrow[r, "\varepsilon_n"] \arrow[d, "i_1"'] & \mathbb{Z}/p^n \arrow[r, "j_n"] \arrow[d, "i_n"'] & \mathbb{Z}/p^{n-1} \arrow[r] \arrow[d, "i_{n-1}"'] & 0 \\
0 \arrow[r] & \mathcal{G}^{(\lambda)} \arrow[r, "v_n"] & \mathcal{W}_n \arrow[r, "r_n"] & \mathcal{W}_{n-1} \arrow[r] & 0
\end{tikzcd}
\tag{16}
$$

を満たすとき，$\mathcal{W}_n$ を *KASW group scheme* と呼ぶ．

我々の目的はこの KASW group scheme $\mathcal{W}_n$ を求めることである．実際，KASW group scheme $\mathcal{W}_n$ が存在すれば，Kumer 理論と Artin-Schreier-Witt 理論を統合するものであり，次の定理が成り立つ．

定理 3 (UKASW theory) *B, C を local flat $A_{(n)}$-algebra とし，C は B 上不分岐 p^n 次巡回拡大とする．このとき $A_{(n)}$-morphism f : $SpecB \to \mathcal{W}_n/(\mathbb{Z}/p^n)$ が存在し，拡大 C/B は Cartesian 積*

$$\begin{array}{ccc} SpecC & \longrightarrow & \mathcal{W}_n \\ \downarrow & & \downarrow \\ SpecB & \xrightarrow{f} & \mathcal{W}_n/(\mathbb{Z}/p^n) \end{array}$$

で与えられる．

KASW group scheme $\mathcal{W}_n$ は定理 1 と同様にして，完全系列 (11) を用いて次の形であることが分かる．

定理 4 準同型写像 $F_\ell : \mathcal{W}_\ell \to \iota_*\mathbb{G}_{m,A/\lambda}$ $(\ell = 1, 2, \ldots, n-1)$ が存在し，

$$(17)\quad \mathcal{W}_{\ell+1} = \mathrm{Spec}A_{(\ell+1)}[X_1, \ldots, X_{\ell+1}, \frac{1}{1+\lambda X_1}, \frac{1}{F_1(X_1)+\lambda X_2}, \ldots, \frac{1}{F_\ell(X_1, \ldots, X_\ell)+\lambda X_{\ell+1}}]$$

と表され，群構造は *morphism* $\alpha^{(\ell+1)} : \mathcal{W}_{\ell+1} \to \mathbb{G}_{m,A_{(\ell+1)}} \times_{A_{(\ell+1)}} \cdots \times_{A_{(\ell+1)}} \mathbb{G}_{m,A_{(\ell+1)}}$; $\alpha^{(\ell+1)}(x_1, \ldots, x_{\ell+1}) = (1+\lambda x_1, F_1(x_1)+\lambda x_2, \ldots, F_\ell(x_1, \ldots, x_\ell)+\lambda x_{\ell+1})$ が群準同型となるように定められるものである．

この定理により，KASW group scheme $\mathcal{W}_n$ を求めるためには，各群準同型 F_ℓ を求めればよいのであるが，我々は更に KASW group scheme に次の仮定 (*) を要請する．

$$(*)\qquad \mathcal{W}_n \otimes_{A_{(n)}} A_{(n)}/\lambda \cong W_{n,A_{(n)}/\lambda}.$$

この仮定により，定理 2 が使え，求める準同型写像 F_ℓ が具体的に得られるのである．

我々は $\mathcal{W}_n$ を n に関する帰納法で構成するために，(*) を満たす KASW group scheme $\mathcal{W}_1 = \mathcal{G}^{(\lambda)}, \ldots, \mathcal{W}_n$ の存在を仮定し，$A = A_{(n+1)}$ とおく．このとき，可換図式 (16) により次の写像が得られる．

$$\mathrm{Ext}^1_A(\mathcal{W}_n, \mathcal{G}^{(\lambda)}) \xrightarrow{i_n^*} \mathrm{Ext}^1_A(\mathbb{Z}/p^n, \mathcal{G}^{(\lambda)}) \xleftarrow{i_{1,*}} \mathrm{Ext}^1_A(\mathbb{Z}/p^n, \mathbb{Z}/p).$$

KASW group scheme に要請した条件より，求める群スキーム $\mathcal{W}_{n+1} \in \mathrm{Ext}^1_A(\mathcal{W}_n, \mathcal{G}^{(\lambda)})$ は等式

$$i_n^*(\mathcal{W}_{n+1}) = i_{1,*}(\mathbb{Z}/p^{n+1}) \tag{18}$$

を満足しなければならない．ここで，$\mathrm{Ext}^1_A(\mathbb{Z}/p^n, \mathcal{G}^{(\lambda)})$ と $\mathrm{Ext}^1_A(\mathbb{Z}/p^n, \mathbb{Z}/p)$ は本来簡単なものであり，また，$\mathrm{Ext}^1_A(\mathcal{W}_n, \mathcal{G}^{(\lambda)})$ は定理 4 と，定理 2 により，具体的に計算でき，等式 (18) を A 上で解くことができ，更に求める $\mathcal{W}_{n+1}$ が条件 (*) を満たすようにできるのである．

最後に，我々の構成した群スキームの応用として，$A = A_{(n)}$ 上の abelian scheme $\mathcal{X}$ に対し，$\mathrm{Ext}^1_A(\mathcal{X}, \mathcal{W}_n)$, $\mathrm{Ext}^1_A(\mathcal{X}, \mathbb{Z}/p^n)$ を求めることができることを注意しておく．

References

[1] Breen, L., *Un théorème d'annulation pour certains des* Ext^i *de faisceaux abéliens*, Ann. Scient. Ec. Norm. sup., 339–352(1975)

[2] Demazure, M. and Gabriel, P., *Groupes algébriques, Tome 1*, Masson-North-Holland, 1970

[3] Hazewinkel, M., *Formal groups and applications*, Academic Press, 1978

[4] Illusie, L., *Complexe de de Rham-Witt et cohomologie cristalline*, Ann. Scient. de l'Ec. Norm. Sup. 4e série 12, 501–661(1979)

[5] Lazard, M., *Sur les groupes de Lie formels à un paramétre*, Bull. Soc. Math. France, 83, 251-274(1955)

[6] Serre, J.-P, *Groupes algébriques et corps de classes*, Hermann, Paris, 1959

[7] Sekiguchi, T., *On the deformation of Witt groups to tori II* , J. Algebra, 138, No. 2, 273 –297(1991)

[8] Sekiguchi, T. and Oort, F. and Suwa, N., *On the deformation of Artin-Schreier to Kummer*, Ann. Scient. Éc. Norm. Sup., 4e série 22, 345–375(1989)

[9] Sekiguchi, T. and Suwa, N., *A case of extensions of group schemes over a discrete valuation ring*, Tsukuba J. Math., 14, No. 2, 459 – 487(1990)

[10] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *Some cases of extensions of group schemes over a discrete valuation ring I*, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA, Math., 38, 1 – 45(1991)

[11] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *Some cases of extensions of group schemes over a discrete valuation ring II*, Bull. Facul. Sci. & Eng., Chuo University, 32, 17 –36(1989)

[12] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *Théorie de Kummer-Artin-Schreier*, C. R. Acad. Sci. Paris, 312, Série I, 417 –420(1991)

[13] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *Théorie de Kummer-Artin-Schreier-Witt*, C. R. Acad. Sci. Paris, 319, Série I, 105–110(1994)

[14] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *A note on extensions of algebraic and formal groups I, II*, Math. Z., 206, 567-575(1991), 217, 447-457(1994)

[15] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *On the structure of the group scheme* $\mathbb{Z}[\mathbb{Z}/p^n]^\times$, Compposittio Mathematica 97, 253–271(1995)

[16] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *A note on extensions of algebraic and formal groups III*, to appear

[17] SEKIGUCHI, T. and SUWA, N., *On the unified Kummer-Artin-Schreier-Witt theory*, Chuo Math Preprint Series 41, 1994.

[18] WATERHOUSE, W. AND WEISFEILER, B., *One-dimensional affine group schemes* , J. of Alg., 66, 550–568(1980)

関口　力　112 文京区春日 1-13-27
中央大学理工学部数学教室
email address: sakiguti@math.chuo-u.ac.jp