

量子電磁計算素子

Quantum Electromagnetic
Computational Devices

高知大学理学部情報科学科

Department of Information Science

松 枝 秀 明

Hideaki Matsueda

量子計算機は、その原理の実証結果の報告、及び、アルゴリズムの数学的な証明が、近年、見られるようになってきた。そのうち特に、計算を実行する素子につき、その歴史的経過、主要な考察と提案、理論、最近の研究結果等を論考する。

1. 緒 言

量子論を掘り下げて行くと、情報理論と密接に関連する領域に行き当たる。観測の問題等がそれである。他方、情報理論においても、信号の量子化や、情報伝達の確率等、量子力学に相通ずる要素を有している。さらに、計算速度の限界や計算に伴うエネルギー消費の極限を追究するとき、量子論の利用可能性に期待が寄せられる。

現行のコンピュータの限界、中でも計算速度に関する限界を超越するために、量子力学の導入が考えられた。その中には、計算を物理的な量子現象によって行

う構想と、計算過程の記述への量子力学の数学的な援用との、両面が含まれる。前論文¹⁾に述べた R.P.Feynman による提案²⁾および E.Gotoによる提案と実証³⁾は前者に属し、P.Benioff の理論⁴⁾やD.Deutchの提案⁵⁾は現在までのところ後者の範疇に入ると考えられる。いずれも、量子コンピュータとして研究されてきた⁶⁾。

ところが、最近の一、二年間に、状態の重ね合わせ、波動関数の空間的な並列性、エンタングルメント (Entanglement) 現象等、量子力学に特有の性質を、実際の演算に利用するためのアルゴリズム⁷⁾、及び、それに関する計算量論的な考察が相次いで発表された⁸⁾。その結果、特に、先に述べたD.Deutchの提案がしばしば取り上げられ、かつ、さらにその発展形態が考察されるようになってきている。

整数の素因数分解を、その整数の対数の多項式 ($\sim \{\log N\}^3$) で表される時間以内に計算することができる、量子計算のアルゴリズムが示された⁷⁾。このことは、これを実行する量子計算機が実現すれば、暗号や情報セキュリティの分野には画期的、かつ、衝撃的な結果を生ずる可能性を孕んでいる。

本稿においては、最近頻繁に議論される量子計算機の理論的な基礎を、簡潔に述べる。

2. 量子計算機の歴史的な背景

量子計算機の研究は、昨年来、活発化の兆を見せている。その背景となる過去の代表的な研究を、原理に基づいて分類すると、表1のようになる。ただし、近年この分野の研究発表は激増しているので、この表にすべての研究を尽くすことは困難である。読者各位に、情報の追加を期待する次第である。

表 1 量子計算機の基礎となる研究

- チューリング機械 テープ・ヘッド素子 (内部状態)
 A. M. Turing, Proc. London Mathematical Soc. Ser.2, 42 (1936) 230.
- 可逆チューリング機械 可逆論理素子・機械・化学・酵素
 C. H. Bennett, IBM J. Res. Develop. Nov. (1973) 525,
 Int. J. Theor. Phys. 21 (1982) 905.
- 多数決論理機械 双安定・単安定素子
 J. von Neumann, US Patent no.2815488, Dec. 3, 1957.
 E. Goto, IRE Trans. Electronic Computers, EC-9 (1960) 25.
 R. W. Keyes, R. Landauer, IBM J. Res. Develop. March (1970) 152.
- 内部無消費可逆計算機 フレドキン・ゲート (弾性散乱、光、等)
 E. Fredkin and T. Toffoli, Int. J. Theor. Phys. 21 (1982) 219.
 T. Toffoli, Math. Systems Theory 14 (1981) 13.
- 量子可逆計算機 ハミルトニアン素子
 P. Benioff, J. Statistical Phys. 22 (1980) 563.
- 量子可逆弾道計算機 量子可逆弾道素子 (スピン、双極子、等)
 R. P. Feynman, Optics News, 11 (1985) 11.
- 磁束量子計算機 磁束量子パラメトロン (本論文の補遺参照)
 E. Goto, Proc. 3rd Int. Symp. Foundations of Quantum Mech. Tokyo (1989) 412.
- 万能量子計算機 連続位相状態素子 (分極方位、偏光、等)
 D. Deutsch, Proc. R. Soc. London A 400 (1985) 97.
- 純粋量子状態計算機 エンタングル状態、並列性
 P. Shor, Proc. 35th Ann. Symp. Found. Computer Sci., IEEE (1994) 124.
 D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A51 (1995) 1015.
 C. H. Bennett, Phys Today, Oct. (1995) 24.
 S. Lloyd, Sci. American, Oct. (1995) 44.
 I. L. Chuang & Y. Yamamoto, Phys. Rev. A52 (1995) 3489.

3. 連続位相状態 3×3 ビット量子演算素子

先ずD. Deutschの提案による⁵⁾、万能量子演算素子につき、その要点を述べる。基準状態の重ね合わせによって新しくできる、量子力学的な純粋状態を取り入れるために、次のようなS行列を持ったゲート $\{N\alpha\}$ を導入する。

$$S_N^\alpha = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \exp(i\pi\alpha) & 1 - \exp(i\pi\alpha) \\ 1 - \exp(i\pi\alpha) & 1 + \exp(i\pi\alpha) \end{pmatrix} \quad (1)$$

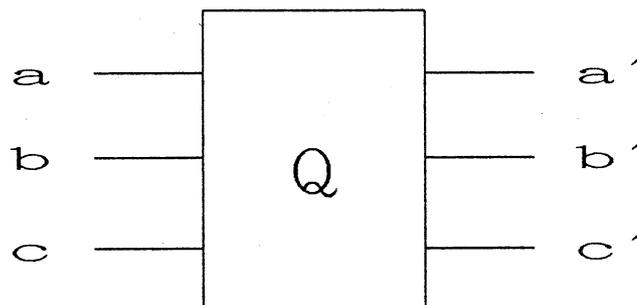
但し、二進法に対応した1ビットの情報を、状態ベクトル (10) と (01) によって表現し、このベクトルに式(1)のS行列を作用させるものとする。位相パラメータ α は無理数まで含む実数であり、連続的な変化が可能である。 α が整数の場合には、偶数なら式(1)は単純接続素子(単位行列)を表し、奇数ならNOTゲート(否定論理素子)を表すことは、式より明白である。式(1)によって表現される素子を、NOTの α 乗または α 根と呼ぶ場合がある。

式(1)の素子を利用し、 2×2 量子ゲート S_{Q22} を次式によって定義する。

$$S_{Q22} = i e^{-i\pi\alpha/2} S_N^\alpha \quad (2)$$

$$= \begin{pmatrix} i \cos(\pi\alpha/2) & \sin(\pi\alpha/2) \\ \sin(\pi\alpha/2) & i \cos(\pi\alpha/2) \end{pmatrix} \quad (3)$$

これを、次式(4)のように 8×8 行列に拡張すれば、下図に示すような3端子入力・3端子出力の量子論理ゲートを表現できる。



$$S_Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{S_{Q22}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

但し、3入力端子 a, b, c の状態ベクトルは、次のように簡略化して表現し、 8×8 行列に対応させる。

$$\begin{aligned} (000) &= |0\rangle, & (001) &= |1\rangle, & (010) &= |2\rangle, & (011) &= |3\rangle, \\ (100) &= |4\rangle, & (101) &= |5\rangle, & (110) &= |6\rangle, & (111) &= |7\rangle \end{aligned} \quad (5)$$

即ち、入力状態 $|i\rangle$ と出力状態 $|o\rangle$ との間の真理値表は次のように表すことができる。

$ i\rangle$	a	b	c	a'	b'	c'	$\langle o $
$ 0\rangle$	0	0	0	0	0	0	$\langle 0 $
$ 1\rangle$	0	0	1	0	0	1	$\langle 1 $
$ 2\rangle$	0	1	0	0	1	0	$\langle 2 $
$ 3\rangle$	0	1	1	0	1	1	$\langle 3 $
$ 4\rangle$	1	0	0	1	0	0	$\langle 4 $
$ 5\rangle$	1	0	1	1	0	1	$\langle 5 $
$ 6\rangle$	1	1	0	$e^{i\pi(1-\alpha)/2}, s$			$ic \cdot 6\rangle + s \cdot 7\rangle$
$ 7\rangle$	1	1	1	$e^{i\pi(1-\alpha)/2}, ic$			$s \cdot 6\rangle + ic \cdot 7\rangle$

ここで、 ic は $i \cos(\pi\alpha/2)$ 、 s は $\sin(\pi\alpha/2)$ をそれぞれ表す。

更に、この量子ゲートは、次式によっても表現される。

$$S_{Q_{a'b'c'}}^{abc} = \delta_{a'}^a \delta_{b'}^b \left((1 - ab) \delta_{c'}^c + iab e^{-i\pi\alpha/2} S_{Nc'}^{ac} \right) \quad (6)$$

量子ゲート S_Q を組み合わせることによって、通例の計算に必要な演算すべてを実行することができる。即ち、量子ゲート S_Q は万能ゲートである。なお、この量子ゲートは、古典的な Toffoli ゲートを量子化したゲートである⁹⁾。即ち、パラメータ α を通して、異なる基準状態 $|6\rangle$ と $|7\rangle$ との、任意の割合の重ね合わせを表現することができる。量子光学および磁気共鳴等の実験における、 π パルスや $\pi/2$ パルスに対応した演算が、このパラメータ α によって可能になる。

量子ゲート S_Q の $4n$ 乗 S_Q^{4n} や、 $4n+1$ 乗 S_Q^{4n+1} 等も容易に求めることができる。類似の方法により、次の論理ゲートが組み立てられる⁵⁾。

$$\begin{aligned}
 U_\lambda &\equiv \left(\begin{array}{c|ccc} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ & & & & 0 \\ \hline & 0 & \cos\{\lambda\} & i \sin\{\lambda\} \\ & & i \sin\{\lambda\} & \cos\{\lambda\} \end{array} \right) \\
 &= i^{2\lambda/\pi\alpha} S_Q^{-2\lambda/\pi\alpha} \quad (7)
 \end{aligned}$$

ここで、要素 $|m\rangle$ と $|n\rangle$ との入替えを、 P_{mn} によって表現すれば、

$$\begin{aligned}
 P_{56} (U_\lambda P_{57})^2 (U_{-\lambda} P_{57})^2 P_{56} &= \\
 I + \left(\begin{array}{cccccc} 0 & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & 0 \\ & & & & & & 0 & \lambda^2 \\ & & & & & & -\lambda^2 & 0 \end{array} \right) + O(\lambda^3) \quad (8)
 \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned}
 V_\lambda &\equiv \left(\begin{array}{cccccc} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 & \cos \lambda & \sin \lambda \\ & & & & & & -\sin \lambda & \cos \lambda \end{array} \right) \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \{ P_{56} (U_{\sqrt{\lambda/n}} P_{57})^2 (U_{-\sqrt{\lambda/n}} P_{57})^2 P_{56} \}^n \quad (9)
 \end{aligned}$$

4. 量子演算素子の単純化および実現方法

前説に述べた3×3ビットの量子演算素子の考察を基礎として、より単純な万能演算素子が考案され、最近の数年間に、2×2ビット素子を中心とする量子演算回路ないしは量子演算ネットワークが発表されるようになってきた¹¹⁾。

いずれにしても、状態の重ね合わせに基礎をおき、並列処理を特徴とする量子演算には、コヒーレントな状態が十分な時間継続することが必要である。即ち、所期の計算を完了するまでの所要時間より、コヒーレントな状態の寿命のほうが長いことが要求される。前者は、演算機能の単位となるスイッチング時間に比例して短くなると考えられる。このような観点から、次のような物理現象が、量子演算素子の実現にとって有効な原理として研究されている¹¹⁾。

- (1) イオントラップ
- (2) 固体内、双極子-双極子相互作用^{8, 12, 13)}
- (3) 光学的な微小共振器 (Cavity Quantum Electro-Dynamics)
- (4) メスバウワー効果
- (5) 核スピン (NMR)
- (6) メソスコピック構造・量子構造等における電子
- (7) 電子スピン (ESR)
- (8) 半導体における電子

これらの研究は、現在まさに、日進月歩の勢いで遂行されている。

当該論文の著者も、上記(2)の方法を中心とする研究成果の一部を、すでに発表した^{8, 12, 13)}。

5. 結 言

量子計算機は、その原理の実証結果の報告、及び、アルゴリズムの数学的な証明が、近年、見られるようになってきた。そのうち特に、計算を実行する素子につき、その歴史的経過、主要な考察と提案、理論、最近の研究結果等を論考した。

現在、特に欧米の研究者の間で考えられている量子計算機は、多数の基準状態の重ね合わせ状態、および、エンタングルメント状態を利用することによって、巨大な量の同種類の計算を、同時かつ並列的に実行させる装置である。そこには、どのような構造と形態の量子計算機を実現させるかという工学的な問題は言うに及ばず、純粋状態、観測の問題、EPRパラドックス等、量子力学の本質に関する、興味深い基本的な問題が残されている。

6. 参考文献

- (1) 松枝秀明「量子光計算処理」京都大学数理解析研究所講究録 885号
(量子情報理論とその応用、Sep.2-4, 1992) pp.29-45 (1994).
- (2) R. P. Feynman, "Quantum Mechanical Computers", Optics News 11,
pp.11-20 (1985).
- (3) 松枝秀明、後藤英一、K.F.Loe 「エントロピー生成・移送と情報の消去・
損失」(「量子電磁計算素子」補遺)本講究録
- (4) P. Benioff, "The Computer as a Physical System: A Microscopic
Quantum Mechanical Hamiltonian Model of Computers as Represented
by Turing Machines", J. Statistical Phys. 22, pp.563-591 (1980).
- (5) D. Deutch, "Quantum computational networks", Proc R. Soc. Lond.
A 425, pp.73-90 (1989).
- (6) 松枝秀明、井桁和浩、須鎗弘樹「量子コンピュータにおける可逆と非可逆」
数理科学 361, pp.17-23, July (1993).
- (7) P. W. Shor, "Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms
and Factoring", Proc. 35th Ann. Symp. Found. Computer Sci., ed.
S. Goldwasser, IEEE Computer Soc. Press, Los Alamitos, CA, pp.124-
134 (1994).
- (8) H. Matsueda, "Quantum Computer in Theory and Optoelectronic
Implementations", Proc. 1st Int. Workshop on Quantum Mechanical
Computer(QMC'95), Osaka, Dec.19-20 (1995), Abstract p.L 14.

- (9) T. Toffoli, "Bicontinuous Extensions of Invertible Combinatorial Functions", Math. Systems Theory 14, pp.13-23 (1981).
- (10) D. Deutch, "Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer", Proc R. Soc. Lond. A 400, pp. 97-117 (1985).
- (11) D. P. DiVincenzo, "Two-bit gates are universal for quantum computation", Phys. Rev. A51, pp.1015-1022 (1995).
- (12) H. Matsueda and S. Takeno, "Spectral Entrainment due to Second Harmonic Collective Polarizations in Solids", and "Spectral Entrainment in Second Harmonic Coherent Light Generated by Semiconductor Laser Diodes", Proc. 7th Rochester Conf. on Coherence and Quantum Optics (CQ07), Rochester, June 7-10 (1995) paper W4B-67,69.
- (13) H. Matsueda and S. Takeno, "Spectral Features due to Dipole-Dipole Interactions in Harmonic Generations", Proc. Int. Symp. on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA'95), Las Vegas, Dec. 10-14 (1995) Session 7E paper 3.
- (14) 以上の外に、当該論文の表1にも参考文献が挙げてある。