数理解析研究所講究録
1089巻 1999年 89-91

Domany-Kinzelモデルの相転移現象

横浜国大・工　今野紀雄 (Norio Konno)

本講演で考えるDomany-Kinzelモデル[1]とは、以下で記述される1次元離散時間マルコフ過程である。ξ_n^Aを$A \subset 2\mathbb{Z}$から出発したときの時刻nにおける粒子の集合とする。この時間発展は

(i) $P(x \in \xi_{n+1}^A \mid \xi_n^A) = f(|\xi_n^A \cap \{x-1, x+1\}|)$,

(ii) ξ_n^Aが与えられたとき, $\{x \in \xi_{n+1}^A\}$は独立、但し、

$$f(0)=0,\ f(1)=p,\ f(2)=q \quad (0 \le p, q \le 1)$$

で定義される。従って、このモデルは

$$S = \{s=(n,x) \in \mathbb{Z}_+ \times \mathbb{Z} : n+x = \text{偶数}\}$$

上で考えることが出来る。ここで, $\mathbb{Z}_+ = \{0,1,2,\cdots\}$. 特に, $q = 2p - p^2$のときは、方向性のあるボンド・パーコレーションに, $q = p$のときは, 方向性のあるサイト・パーコレーションに一致する。

また, 方向性のある混合型サイト－ボンド・パーコレーションは, サイトのopenな確率がαで, ボンドのopenな確率が

βで与えられるモデルであるが，このとき

$$p = \alpha\beta,\quad q = \alpha(2\beta - \beta^2)$$

という関係にある。このDomany-Kinzelモデルに関する参考文献として，例えばDurrett[2]の第5章を参照のこと。

原点から出発したξ_n^0に対する粒子の生存確率を$\theta(p,q)$とおく。即ち，

$$\theta(p,q) = \lim_{n\to\infty} P(\xi_n^0 \neq \phi)$$

さらに，$q \in [0,1]$を固定したときの臨界確率$p_c(q)$を以下で定義する：

$$p_c(q) = \inf\{p \in [0,1] : \theta(p,q) > 0\}$$

現在この臨界線$(p_c(q), q)$ $(q \in [0,1])$は厳密に求められていないが，様々な評価や部分的な結果は得られている。

本講演では，それらの幾つかに関して，我々の研究の結果や予想[3-6]をまじえながら紹介した。

参考文献

1) Domany, E. and Kinzel, W. (1984). Equivalence of cellular automata to Ising models and directed percolation. Phys. Rev. Lett. Vol. 53, pp. 311-314.

2) Durrett, R (1988). Lecture Notes on Particle Systems and Percolation, Wadsworth, Inc., California.

3) Konno, N. (1995). Harris lemma for discrete-time growth models. J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 64, pp. 1441-1444.

4) Nagamura, T., Belitsky, V., Konno, N and Yamaguchi, T. (1997). Upper bounds on percolation probabilities for oriented bond percolation. Memoirs of Muroran Inst. of Tech. Vol. 47, pp. 115-121.

5) Konno, N. (1997). Upper bounds on survival probabilities for a nonattractive model, J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 66. pp. 3751-3755.

6) Katori, M., Konno, N and Tanemura, H. in preparation.