

# 越流水膜の振動特性および不安定メカニズムに関する研究

筑波大学機能工学系 京藤 敏達 (Harumichi KYOTOH)

筑波大学大学院理工学研究科 中村 亮 (Ryo NAKAMURA)

筑波大学大学院工学研究科 J. P. Baruah

茨城県つくば市 305-8573

1999年12月

## 概要

越流水膜の不安定性を“強制擾乱なし自由落下実験”および“強制擾乱あり自由落下実験”により調べた。堰頂から約2m落下後に発生する30Hz程度の水膜振動の原因は未だに不明であるが、その振動は堰頂から発生したモードが偶然増幅したものではなく、水膜と空気の連成システムがもつ固有モードが増幅され生じたものである。理論解析から、このような重力によって加速される非一様流の安定性を論じる必要性が示された。

## 1 序論

越流水膜の自励振動はダムや堰などにおける水流落下時の低周波音の発生に関与し、水膜破碎後の水滴の生成はダムからの放水に伴う熱交換を促進するため環境問題の点からも注目されている。同時にホテルや公園における水空間の設計にとって破碎位置の予測および水膜振動の制御は重要な課題である。本研究の目的は、落下水膜の外乱応答性を実験的に調べることによって水膜破碎に関わる水膜振動の発生メカニズムを検討することである。さらに、その結果をもとに水膜振動のモデル化および水膜破碎位置の予測およびその制御を行うことにある。

### 1.1 研究の特色および意義

本研究の特色は次の3点である。(1) 上記の非一様な流れ場を水膜上流から下流に向かって計測し、水膜破碎に到る不安定メカニズムを実験的に調べる。(2) 水膜上流に周期的な

外乱を与え、水膜の応答を調べる。研究の意義としては、(1) 水流落下時の低周波音の発生メカニズムの解明、(2) ダムからの放水に伴う水滴の飛翔および熱交換に関する基礎研究、(3) 液体ジェットによる液体の微粒子化メカニズムの基礎研究、(3) フィルムのコーティングの際の液膜の安定性、などが挙げられる。

## 1.2 研究の位置付け

水膜振動はナップの脈動現象に関連して、古くは Schwartz(1964), 本間・荻原(1975)らによって研究された。彼らはゲートと水膜下の空気の連成振動がナップの自励振動を誘起すると仮定した。また、落下水膜の破碎現象は人工滝を含む水空間の設計上重要であるが、破碎位置の予測およびその制御は未だ成されていない(逢沢・篠原(1998))。一方で、液膜流の安定問題は、液体の噴霧化(燃料の混合)に関連して、実験的(例えば, Mansourら(1991))および理論的(例えば, Hagerty(1955), Lozanoら(1998))に研究されている。ただし、この現象では空気流によるせん断応力が支配的で重力の効果は無視されている。また、水膜厚さが流れ方向に変化する流れの安定問題は研究途上にある(Lucaら(1997))。落下水膜の破碎現象は、上記の既往の研究と関連するばかりではなく水域と大気の相互作用を理解する上での基礎的課題である。

以下に簡単はあるが液膜流の安定性に関連する理論的研究を列挙する。

Plane liquid sheet: Potential flow: Kelvin-Helmholtz instability: W. W. Hagerty & J. F. Shea(1955).

Film coating : No air flow :  $W_b = \rho QU/T \leq 1/2$  のとき不安定: G. I. Taylor(1959), S. P. Lin(1981) .

Control of liquid curtain: S. J. Weinstein, A. Clarke & E. A. Simister(1997).

Liquid sheet break-up : Potential flow, Vortex dynamics

2D instability: R. H. Rangel & W. A. Sirignano(1991).

3D instability: A. Lozano, A. Garcia-Olivares and C. Dopazo(1998)

Convective and absolute instabilities : Local and Global instabilities: P. Huerre & P. A. Monkewitz(1990).

Instability of spatially developing flow: L. D. Luca & M. Costa(1997).

Air blast atomizer : Experiment: Amplification of liquid sheet( Resonance ): A. Mansour & N. Chigier(1991).

景観設計 : 落水表情および流水表情 : 逢沢・篠原(1998).

越流水膜の振動 (Nappe oscillation) : 半経験式: Resonance between Nappe and backward air oscillations: H. I. Schwartz(1964), 本間・荻原(1975).

上記の既往の理論的研究では、流れをポテンシャル流で近似、もしくは、空気流の存在を無視しており本実験には適用されない。

## 2 実験

実験は3mの高さから水を落下させ、各流量ごとにレーザー変位計による水膜振動の計測、高速ビデオによる写真撮影を行った。図1に実験装置の概略を示す。幅40cmの堰から越流水深2.3cm、流速15cmの水膜が側壁に沿って自由落下するときの水膜の水平変位をレーザー変位計（超ロングレンジ CCD 変位センサ：(キーエンス・LK-500)）により計測した。サンプリングタイムは1/500秒である。特に、水膜幅が表面張力によって減少するのを防ぐために、水膜両端に側壁を設置した。

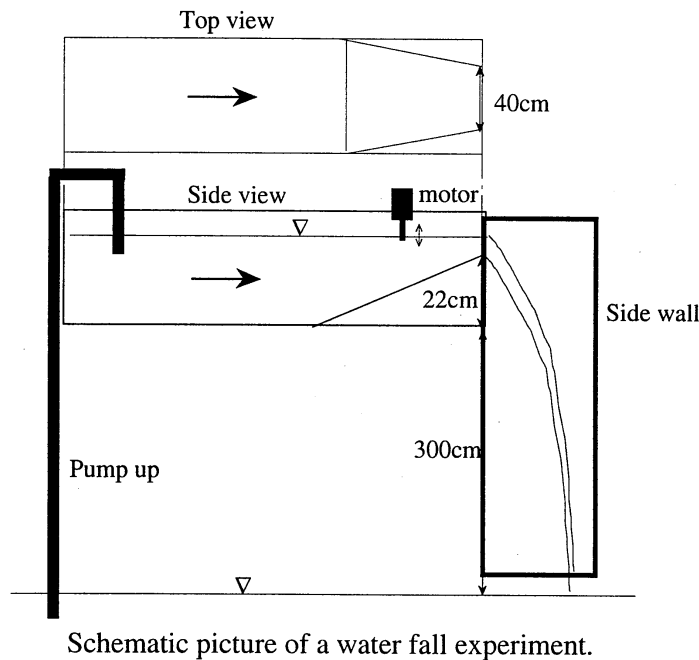


図 1: 実験装置の概略.

水膜の破碎に関する振動（30Hz程度）の発生原因を明確にするために、まず“強制擾乱なし自由落下実験”を行い、水膜振動を堰越流口から破碎位置まで10cm間隔で計測した。また、擾乱に対する水膜応答を調べるために、“強制擾乱あり自由落下実験”を行い、堰越流口上流の水面に約振幅1mmの周期的変位（振動数6,8,10,15,20,25,30,35Hz）を与えた。そのパワースペクトルの増幅過程から水膜自体に共振振動数が存在するかを検討した。

図2に、本実験（越流水深2.3cm）の水膜流速、水膜厚さ、水膜のレイノルズ数、空気流のレイノルズ数を理論から概算した値を示す。ここで、水膜流速および厚さはベルヌーイの定理にしたがい空気の影響がないとして算出した。また、図のレイノルズ数は、堰頂から粘性層流境界層が発達したとして境界層厚さを $\delta = 1.2\sqrt{2\nu_a/(xV_w)}$ により見積もり、次式により評価した。

$$Re_w = \frac{(V_{w,max} - V_w)h}{\nu_w}, \quad Re_a = \frac{V_w \delta}{\nu_a} \quad (1)$$

ここで、 $h$ は水膜厚さ、 $\nu_a$ および $\nu_w$ は空気および水の動粘性係数、 $V_w$ は水の落下速度、 $V_{w,max}$ は水膜内の流速分布がポアズウイユ流れであるとして求めた水の最大流速である。

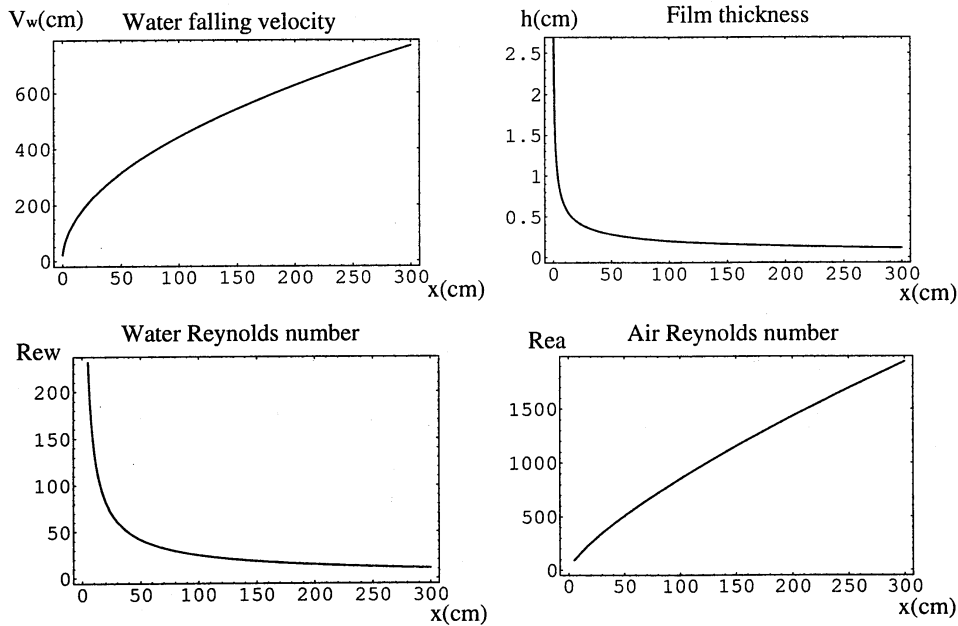


図 2: 水膜の落下速度, 厚さ, 水および空気のレイノルズ数 (概算値) :  $h_0 = 2.3 \text{ cm}$ .

## 2.1 強制擾乱なし自由落下実験

図 3 は水膜の各高さにおける時間変動のパワースペクトルをプロットしたものである。図の  $x$  軸は堰頂を原点として鉛直下方を正としたときの距離を示している。パワーのピークがいずれの計測点においても、周波数 6Hz および 9Hz に現れている。実験で用いたポンプの流量変動振動数が 9Hz であることを確認している。また、実験装置上部タンク内の水の自由振動数は 1Hz 近辺であった。

6Hz の振動の発生原因として水膜とタンクの鉛直壁 (高さ 22cm) に囲まれた空気が共振を起こしたと考え、鉛直壁の長さを鉛直下方に変化させ水膜振動を計測した。その結果、鉛直壁を長くするとこの振動数はより低周波側に移動した。したがって、6Hz の振動は空気と水膜が共鳴して発生したものであり、その振動メカニズムの解明が必要である。

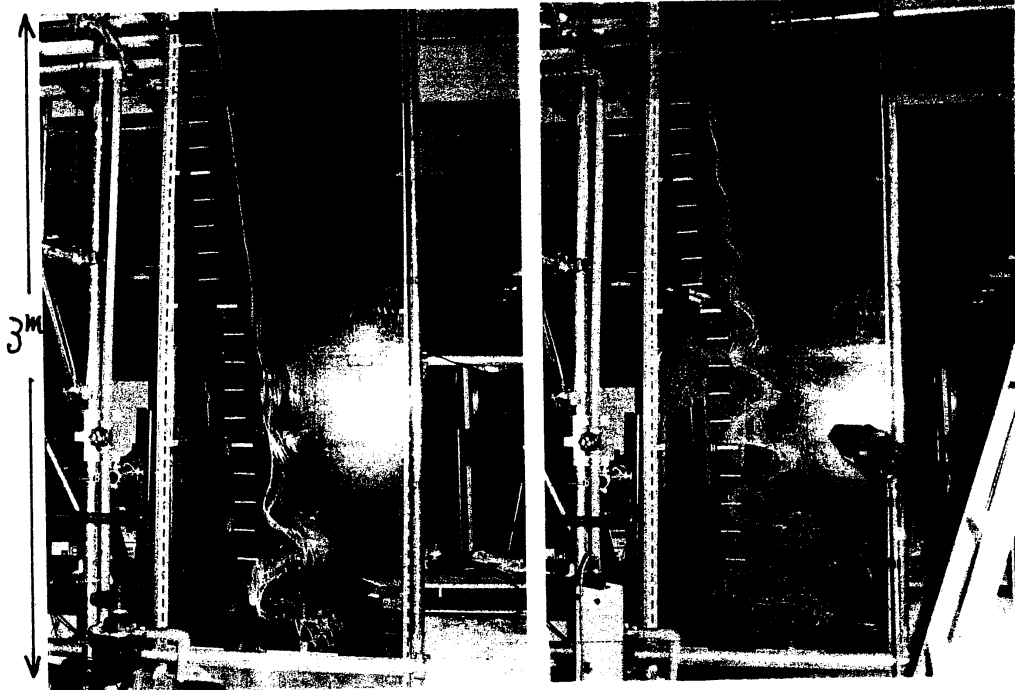
図 4 は水膜破碎直前のパワースペクトルを示している。しかし、パワースペクトルに明瞭なピークが現れていないので、この水膜振動を明確に捉えるため高速ビデオカメラで水膜の

山と谷の軌跡を追跡した(図5)。横軸は時間、縦軸は堰からの落下距離を示している。波の山と山、もしくは、谷と谷の間隔を読むことによって、水膜振動の周期および波長、軌跡の傾きから波速を求めることができる。この図から、水膜の振動数はおよそ28Hz、波長は60cm程度である。また、水膜上の波動はほぼ流れに乗って落下しており、波速は流速にほぼ等しいと考えられる。また、流量が増加すると波の振動数も増大する。

水膜の破碎に關与する振動の発生の原因を探ることが本研究の目的である。“強制擾乱なし自由落下実験”から、水膜破碎に關与する振動は上流から生じたのではなく、水膜途中、すなわち約 $x = 100\text{cm}$ 辺りから発生している。また、水膜破碎位置での波長が40-50cmであるから、波速が流速で近似されるとすれば(図2)参照)、発生時点( $x = 100\text{cm}$ )での波長はおよそ13cmとなる。この液膜振動に表面張力が効いているか否かはより精密で詳細な実験を要するが、水膜振動が顕著になった時点では慣性力が支配的であり表面張力は無視できる。

液体の噴霧化を促進するような状況下では周辺空気流とのせん断応力が支配的で重力の効果は無視できる。この場合、Weber数が1のオーダーで不安定性が生じるため、観察される液膜上の波動は表面張力による安定性とKelvin-Helmholtz不安定性が釣り合うモードが観察される。本実験の落下水膜の場合、流速が上流から下流に向けて大きく増大するため、上流で発生した長さが下流方向に引き伸ばされること、および、水膜の厚さもそれに応じて極端に薄くなることが問題を複雑にしている。

そこで、“強制擾乱あり自由落下実験”を行い、水膜の擾乱に対する応答特性を調べることにした。



“強制擾乱なし自由落下実験”

“強制擾乱あり自由落下実験”

Power spectrum of horizontal water displacement  
f=0Hz

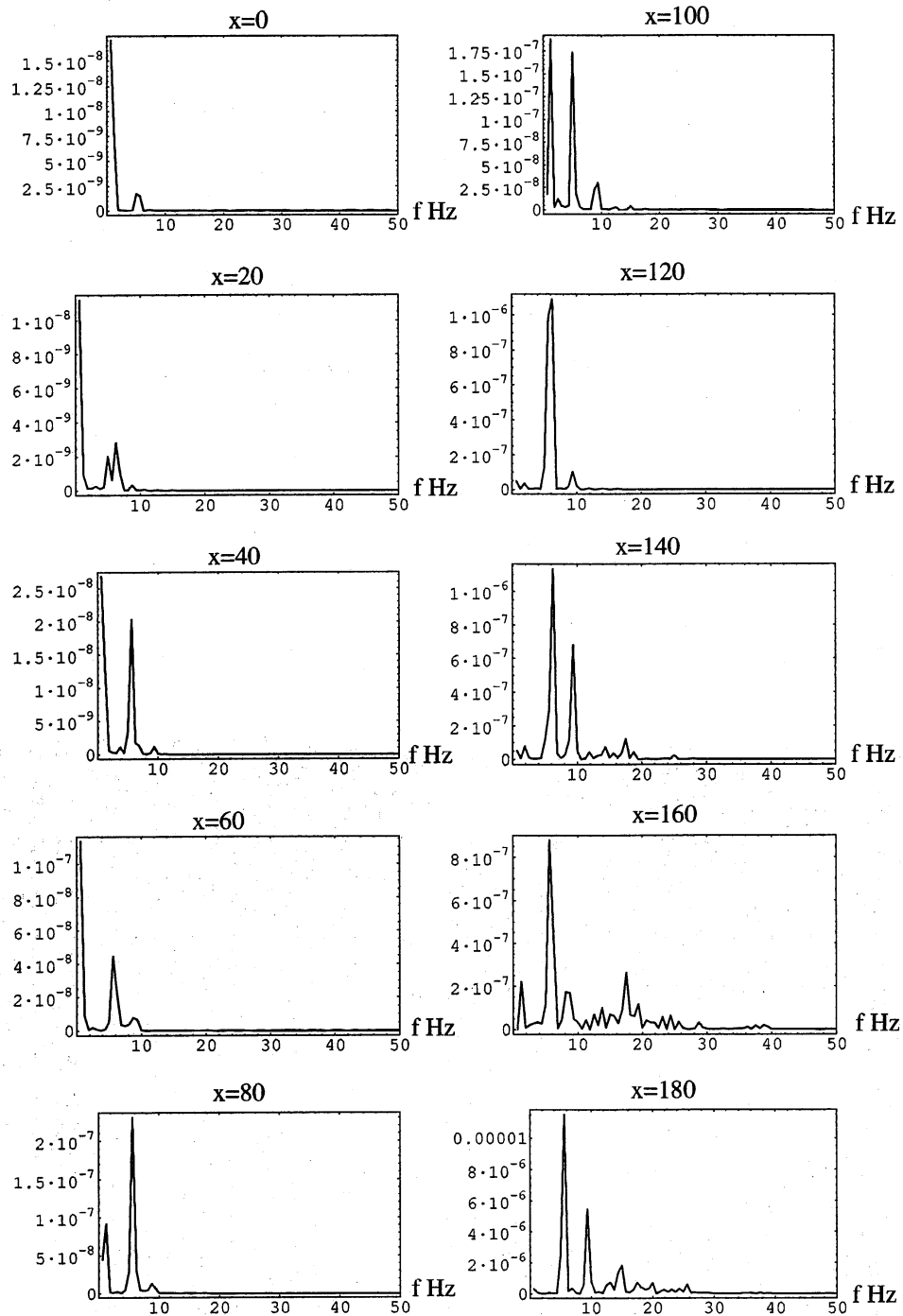


図 3: 水膜振動のパワースペクトル：上流部，“強制擾乱なし自由落下実験”。

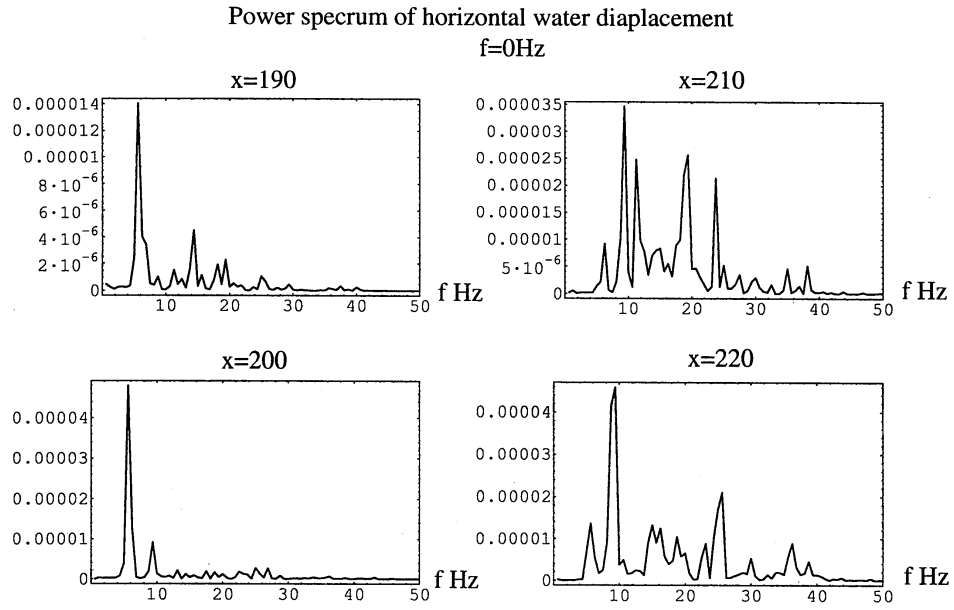


図 4: 水膜振動のパワースペクトル：破碎部，“強制擾乱なし自由落下実験”。

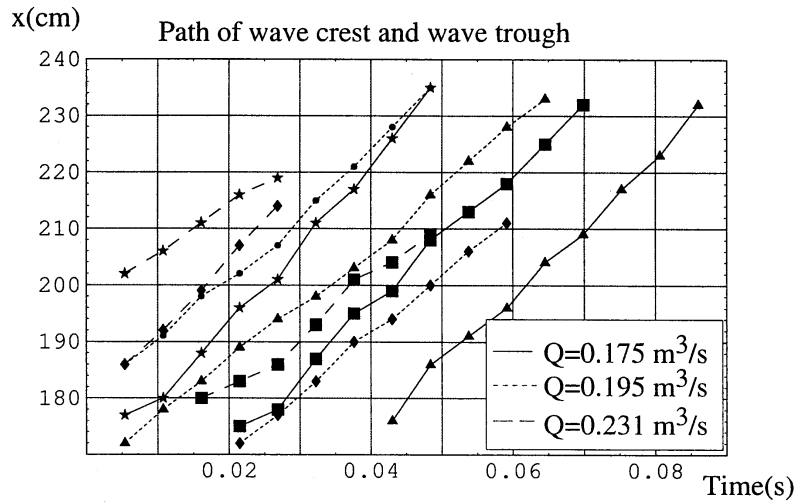


図 5: 水膜上の波の山と谷の軌跡，“強制擾乱なし自由落下実験”。

## 2.2 強制擾乱あり自由落下

上記の“強制擾乱なし自由落下実験”で現れる振動は、この実験装置の幾何学形状に依存して発生するモードが含まれている。そこで水膜固有の振動特性を調べるために、上部タンク内の水表面にモーターで周期的な外乱を与え、先程と同様に高さ方向に水膜水平変位を測定した。

例としてモーターの振動数が10, 20Hzのときの、各高さにおけるパワースペクトルを図6および7に示す。いずれも与えた振動成分が卓越している。落下水膜の振動は上流の擾乱が流れによって下流に運ばれるため、上流の振動がそのまま現れたのは当然と考えられる。しかし、自由落下する水膜であっても下流の影響が空気を通して上流に伝わる。

また、水膜上の擾乱はKelvin-Helmholtzの不安定性により増幅し、その振幅は落下距離の関数としてほぼ指数関数で表現される。図8(a)に各振動実験におけるパワースペクトルの増幅率を示す。これら曲線の傾きが増幅率を表すが、振動数によって増幅の仕方が異なる。6, 8Hzの振動は堰からの距離が短いときの方が増幅率が大きく、また、25, 30Hzの振動は距離が大きいつきに増幅率が大きくなっている。水膜は落下に伴ないほぼ距離の $-1/2$ 乗に比例して薄くなる。したがって、前述の結果は厚い水膜が低周波に、薄い水膜が高周波に応答し易いことを意味する。

図8(b)は、“強制擾乱なし自由落下実験”高速ビデオ画像より得られた水膜破碎の振動数約28Hzが“強制擾乱あり自由落下実験”の各モードの増幅率とどのように関係するかを見るために、10, 15, 20, 25, 30, 35Hzの振動実験によるパワースペクトルを落下距離の関数としてプロットしたものである。25, 30, 35Hzの曲線の100~150cm付近の傾きは、30Hzが顕著に大きいことが分かる。すなわち、30Hz付近に増幅率の極大値が存在する。

以上の事実から、水膜破碎の振動が上流の擾乱によって偶発的に生じたのではなく、水膜と空気のシステムの固有のモードとして励起されたことが判明した。

最後に、図9は堰上流付近で顕著であった6Hzおよび9Hzの振動のパワースペクトルを最上流端の値で無次元化し、鉛直下方距離の関数としてプロットしたものである。自由振動より生じたモードは増幅率が落下距離の関数としてジグザグに変動している。



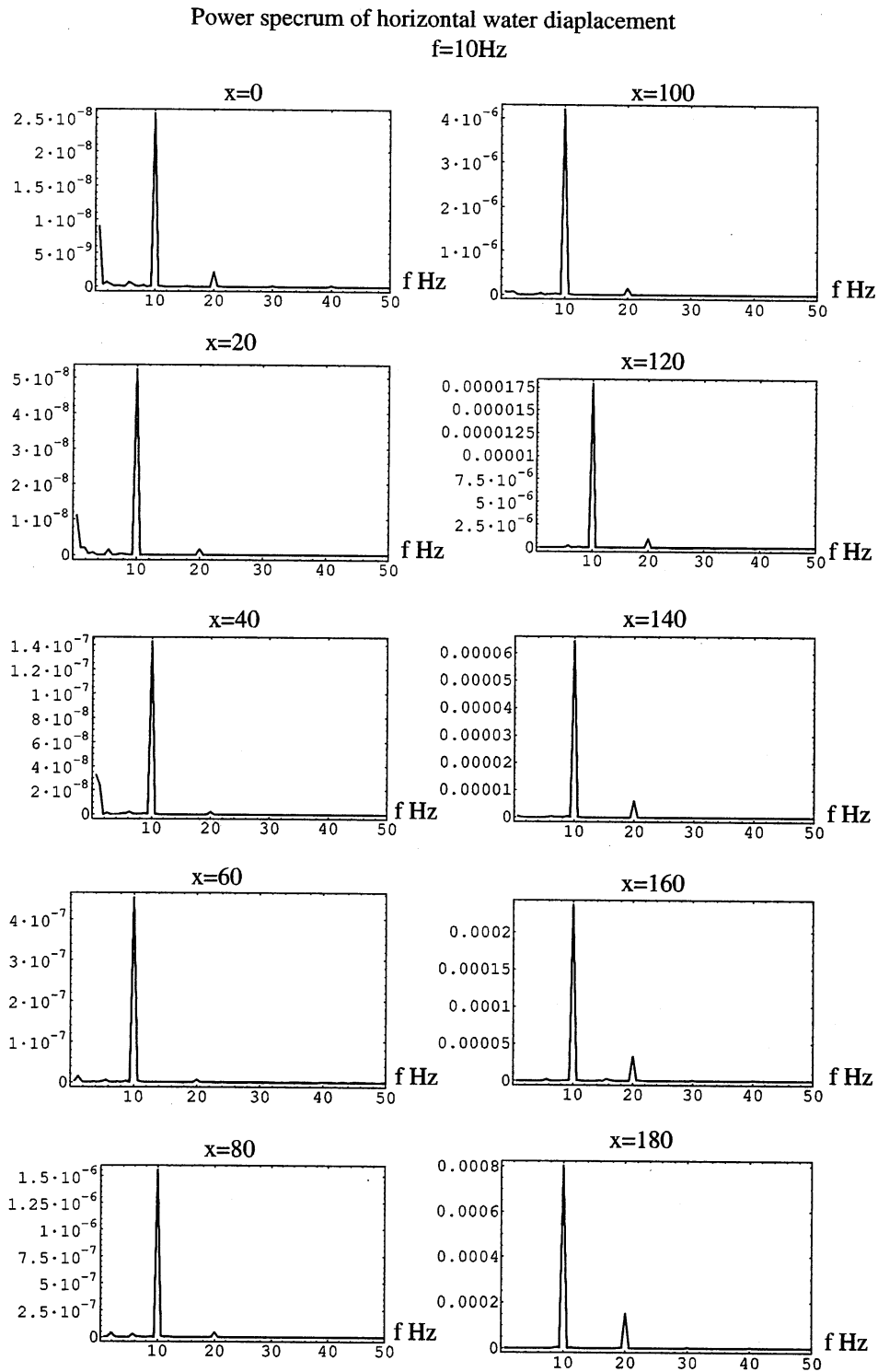


図 6: パワースペクトル:10Hz “強制擾乱あり自由落下実験”.

Power spectrum of horizontal water displacement  
f=20Hz

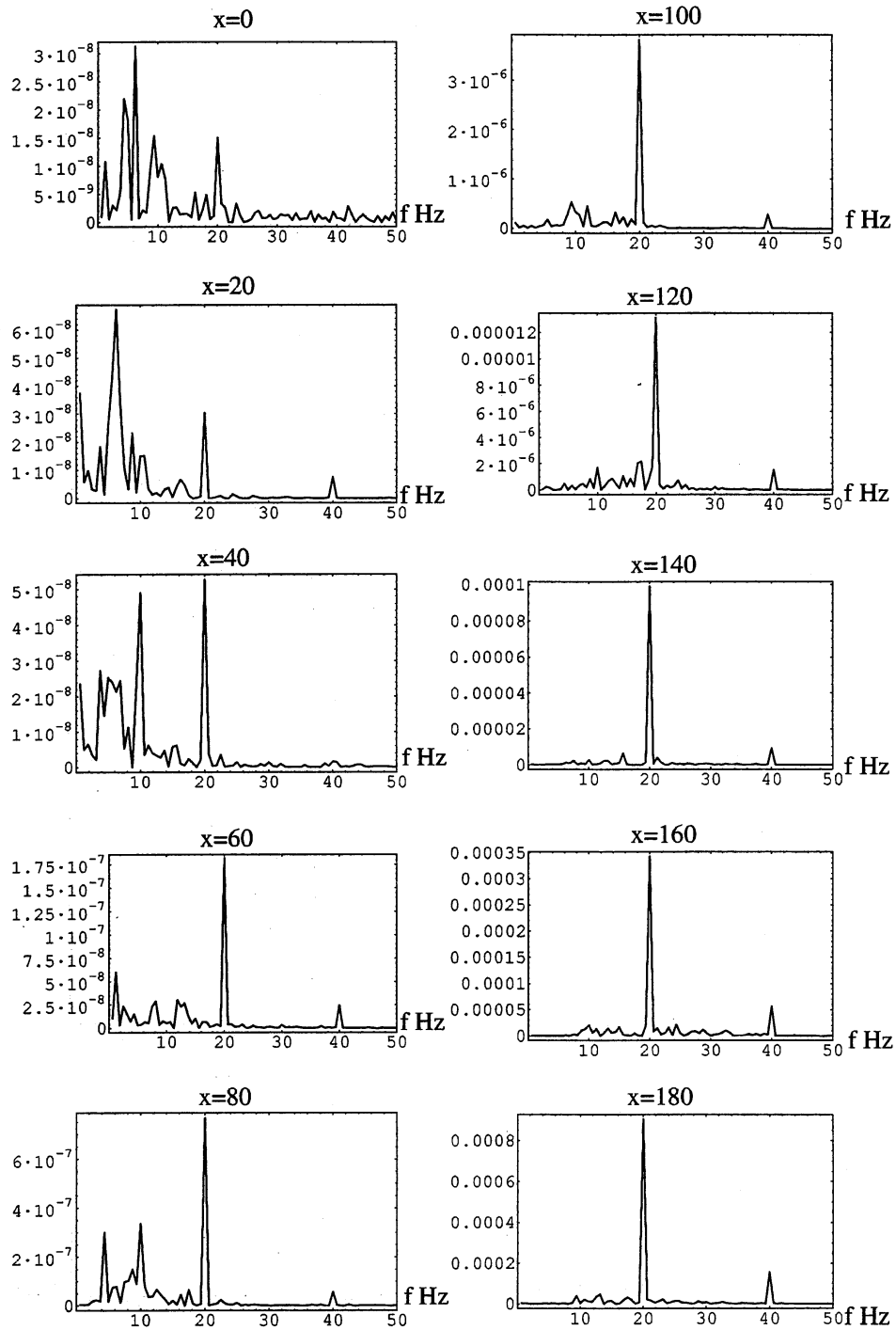


図 7: パワースペクトル:20Hz “強制擾乱あり自由落下実験”.

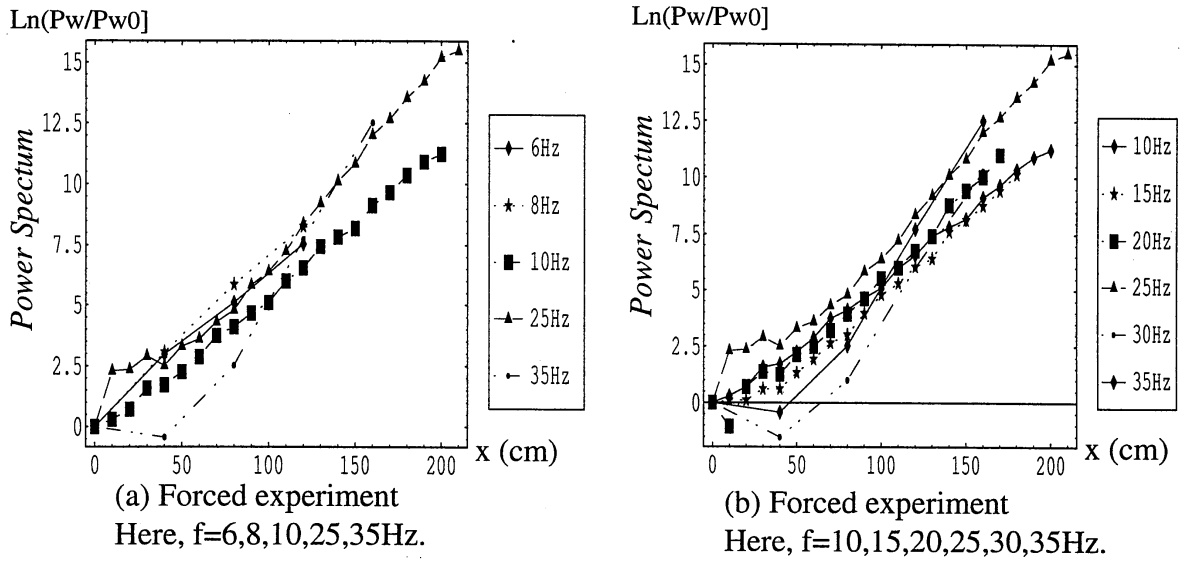


図 8: エネルギーの増幅率 “強制擾乱あり自由落下実験”.

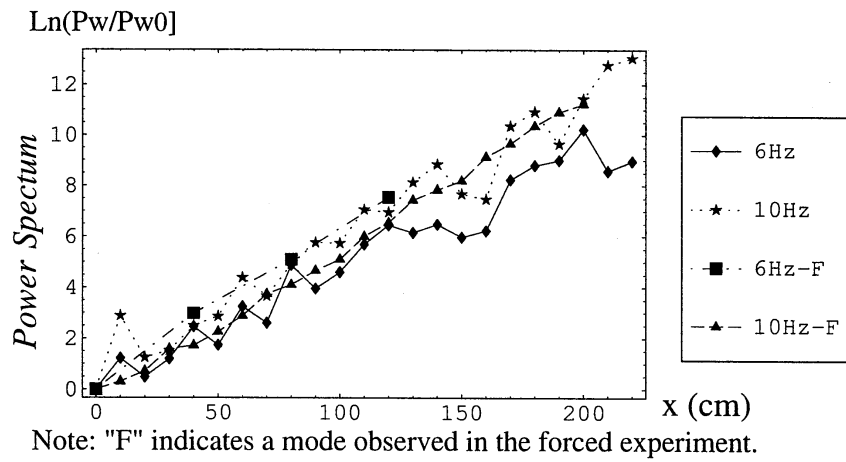


図 9: エネルギーの増幅率の比較：“強制擾乱なし自由落下実験”および“強制擾乱あり自由落下実験”.

### 3 理論的な検討

落水膜の振動を理論的に予測する際に考慮すべき点をまとめると次のようになる。

- (A) 非一様流である。
- (B) 重力の効果。
- (C) 空気による圧力の伝播がある。
- (D) 水および空気のせん断流の不安定。Kelvin-Helmholtz 不安定。
- (E) 水の表面張力の影響。

ここでは、理論的検討の初期課題として次の3つの理論値を比較検討する。

Th.A 表面張力を考慮した Kelvin-Helmholtz 不安定。

Th.B Tollmien-Schlichting 波が観察されたと仮定。

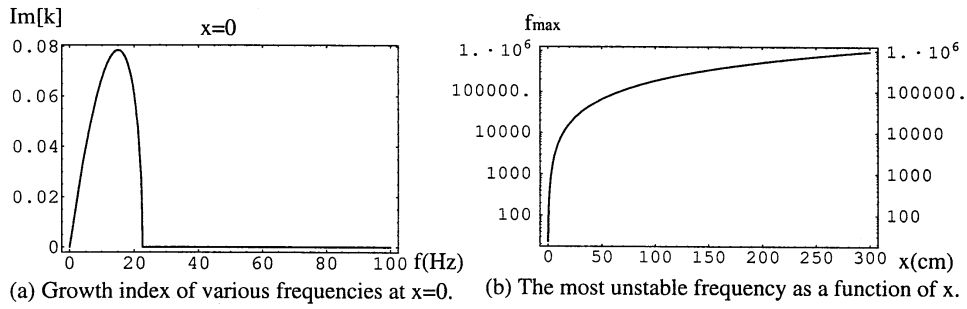
Th.C 表面張力、水および空気の粘性を考慮した線形安定性。

ただし、いずれの理論も液膜まわりの流れを局部的に捉え、一様流で置き換え、その流れの空間周期的なモードの時間安定性を論じたものである。

理論 Th.A に基づき、W. W. Hagerty & J. F. Shea(1955) の理論結果を図 10 に示す。この際の空間モードは sinusoidal mode である。堰頂では流速が小さく不安定振動数が 20Hz 程度であるが (図 10(a))、流速の増加と共に不安定振動数は極端に増加する (図 10(b))。もちろん、水膜破碎位置でこの振動数に相当する液滴の微粒子化が起きていると考えられるが、観察される水膜の 30Hz の振動は説明されない。

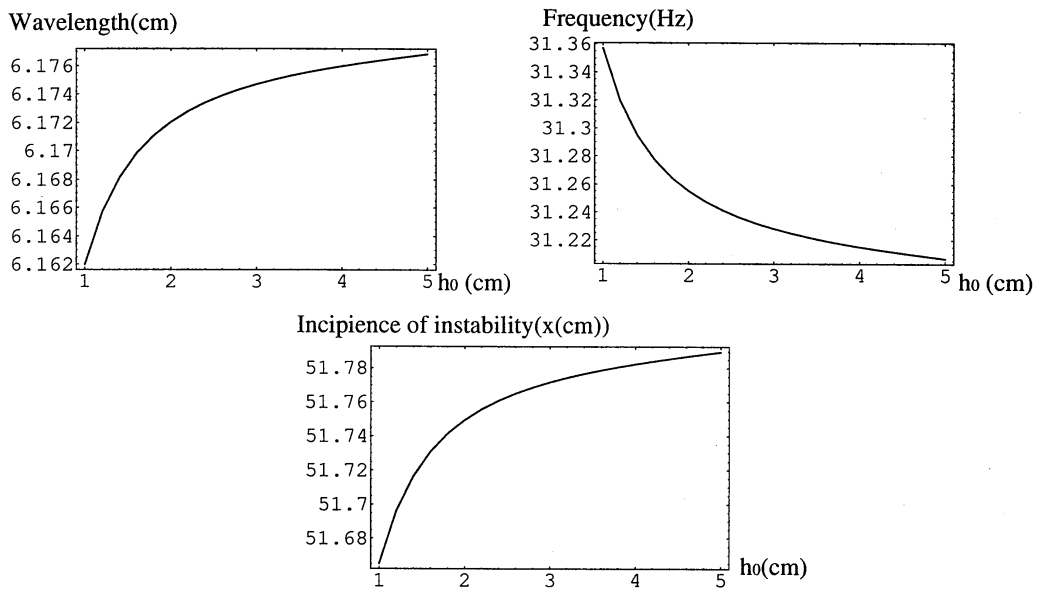
理論 Th.B は、空気流が先ず不安定になったと考え、Tollmien-Schlichting 波の波長、振動数および遷移点  $Re_{cr} = 520$  における堰頂からの距離を計算した (図 11)。不安定振動数が 31Hz となっており実験値に近い値を示している。

そこで、理論 Th.C では空気流のせん断不安定を入れた、粘性流体の線形安定性を検討した (図 12)。解析は堰からの落下距離 50cm および 100cm における流れの局所安定性理論の結果であるが、初期水深  $h_0 = 3\text{ cm}$  と  $4\text{ cm}$  のいずれの場合も波長が 15cm 程度のモードが不安定となる。そのときの振動数は 20Hz 程度である。この理論では表面張力を考慮しており、上記 Th.A および Th.B の理論を含んだものとなっている。この安定解析は中立安定曲線を求める必要があるが、堰頂でも不安定モードが存在することを確認した。したがって、臨界不安定となるモードが水膜上のあらゆる箇所が存在し、観察される特定のモードを決定できない可能性がある。現在、検討中である。



Th.A. Kelvin-Helmholtz instability with surface tension

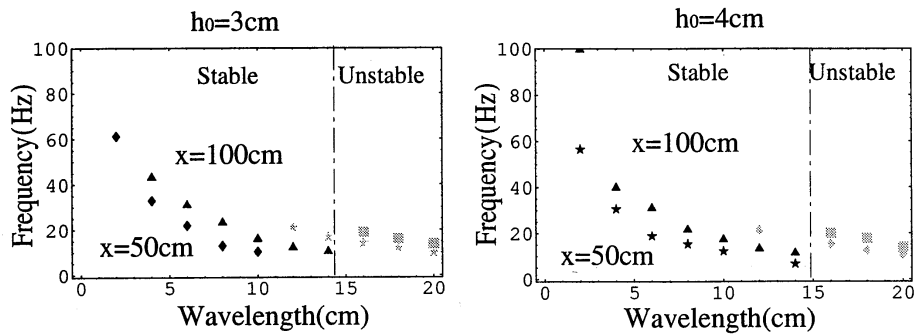
図 10: 一様ポテンシャル流れの安定性 (表面張力あり) .



Th.B. Instability of shear wave; the Tollmien-Schlichting wave.

$$Re_{cr} = 520, \alpha_{cr} = 0.3, c_{cr} = 0.396$$

図 11: Tollmien-Schlichting 波 (液膜の変形はないと仮定) .



Th.C Linear stability analysis of the two-phase viscous flow including surface tension.

図 12: 水および空気の粘性を考慮した線形安定性 (表面張力あり)。

## 4 まとめ

水膜厚さが落下方向に急激に減少するため、水膜全体の振動特性を理論的に予測するまでに到らなかった。工学的には、

- ・ 水膜の振動数の予測
- ・ 水膜破碎位置の予測
- ・ 水膜破碎後の水滴の生成仮定の予測

が重要であり、さらに研究を進める予定である。

### 謝辞.

本研究を行うに当たり、筑波大学技官 中島孝，飯高稔，小島篤志，山田慶一，寺田秀雅の諸氏には実験装置の制作にご協力頂きました。ここに、感謝の意を表します。