数理解析研究所講究録
1193巻 2001年 41-43

生息地の破壊がもたらす個体群動態への影響

Effects of habitat destruction on population dynamics

佐藤一憲 (静大・工・システム)・清水昭信 (名市大・自然科学研究教育センター)
Kazunori SATO Akinobu SHIMIZU

Levins (1969) は次に示すようなメタ個体群動態モデルを考えた．ここで「メタ個体群」とは，いくつかの小集団が集まったものをいう．各小集団内での動態は他の小集団とは独立に起こり，小集団間では移動分散によってお互いに影響を及ぼしあうものとする．ただし，Levins のモデルはこのような動態を単純化したモデルにすぎない．パッチ状に広がった生息地を考えよう．各パッチは生物で占有されているか，空きパッチのいずれかである．各々の占有パッチは，空きパッチへの繁殖によって新たな占有パッチを作るか，局所的に絶滅して空きパッチになってしまう：

$$\frac{dz}{dt} = a\,z\left(1-\frac{z}{n}\right) - c\,z.$$

ただし，z と n はそれぞれ占有パッチ数と全パッチ数を表わし，a と c はそれぞれ新生率と消失率を表わす．安定な平衡状態は

$$\hat{z} = \begin{cases} n\left(1-\dfrac{c}{a}\right) & \text{if } a > c, \\ 0 & \text{if } a \le c \end{cases}$$

であるが，このことは新生率が消失率よりも大きければ集団が存続することを示している．

このLevins モデルに対する確率モデルとして

$$\begin{cases} \dfrac{d\,p_{ij}(t)}{d\,t} = a\,(j-1)\left(1-\dfrac{j-1}{n}\right)p_{i,j-1}(t) + c\,(j+1)\,p_{i,j+1}(t) \\ \qquad\qquad - \left\{c\,j + a\,j\left(1-\dfrac{j}{n}\right)\right\}p_{ij}(t) \qquad \text{for } j = 1,2,\ldots,n-1, \\ \dfrac{d\,p_{i0}(t)}{d\,t} = c\,p_{i1}(t), \\ \dfrac{d\,p_{in}(t)}{d\,t} = a\,(n-1)\left(1-\dfrac{n-1}{n}\right)p_{i,n-1}(t) - c\,n\,p_{in}(t) \end{cases}$$

を考える．ここで，$p_{ij}(t)$ は初期時刻で占有パッチが i であるときに時刻 t で占有パッチが j となる確率を表わしている．このモデルは連続時間の有限マルコフ連鎖に他ならない．初期パッチ数が 1，全パッチ数が n のときに，個体群の絶滅待ち時間の期待値 $E[T]$ は以下の定理で与えられる：

定理　$r = a/c$ とする．

(i) $r > 1$ の場合

$$E[T] \sim \frac{1}{c}\frac{\sqrt{2\pi}}{(r-1)\sqrt{n}}\left(\frac{r}{\exp(1-\frac{1}{r})}\right)^n, \qquad n \to \infty$$

(ii) $r = 1$ の場合

$$E[T] \sim \frac{1}{c}\frac{1}{2}\log n, \qquad n \to \infty$$

(iii) $0 < r < 1$ の場合

$$\lim_{n\to\infty} E[T] = \frac{1}{c}\frac{1}{r}\log\frac{1}{1-r}.$$

この定理を示すためには，瞬間生成行列 $Q = (q_{ij})$ として

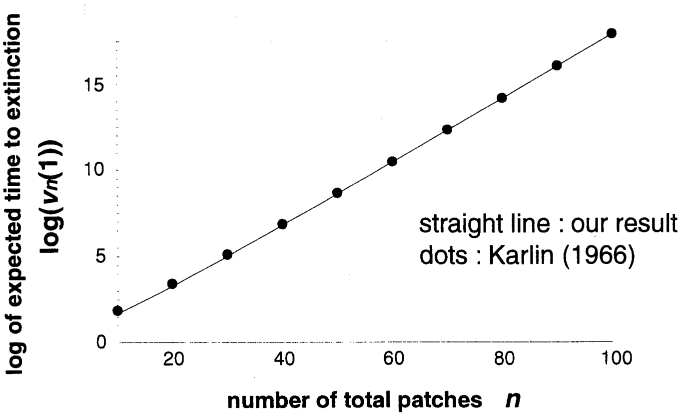
$$q_{ij} = \begin{cases} \alpha_i & \text{if } j = i+1 \\ \beta_i & \text{if } j = i-1 \\ -(\alpha_i + \beta_i) & \text{if } j = i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

が与えられたときに，

$$E[T] = \frac{1}{\beta_1} + \sum_{k=2}^{n} \frac{\alpha_1 \cdots \alpha_{k-1}}{\beta_1 \cdots \beta_{k-1}\beta_k}$$

が成り立つこと (Karlin, 1966) を利用する．右辺の積分表示をおこない，積分区間を適当に区分することによって，定理で得られた漸近評価が行なえる．ただし，$\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ for $1 \geq i \geq n-1$, $\alpha_0 = \beta_0 = 0$, $\alpha_n = 0$, $\beta_n > 0$ である．例として，$r = 2$, $c = 1$ のときの結果を示す (図 1).

Fig.1 Expected Time to Extinction (*r* = 2, *c* = 1)



次に，生息地破壊が絶滅待ち時間に与える影響について考えよう．道路や建物などが作られることによって，(半) 永久的に，生物が生息地として利用することができないようなパッチの割合が D になったとしよう．このとき，パッチ消失の項には変化がないが，パッチ新生の項は

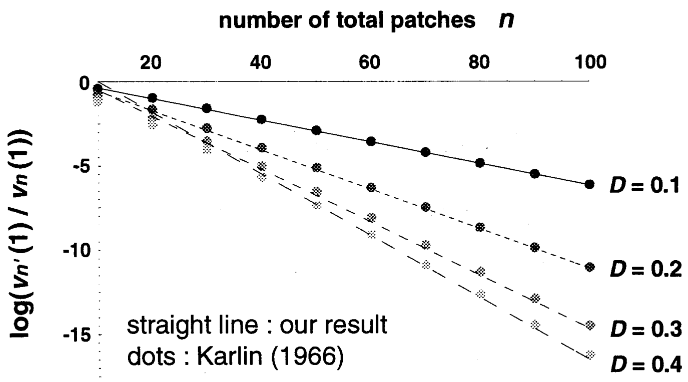
$$a\,z\left(1-D-\frac{z}{n}\right)=(1-D)\,a\,z\left(1-\frac{i}{(1-D)n}\right)$$

となる．上の定理に適用して，たとえば，$r>\dfrac{1}{1-D}$ のときに，生息地破壊を導入した場合の絶滅待ち時間の期待値 $E[T_D]$ を，生息地破壊がない場合と比較すると，

$$E[T_D]/E[T]\sim(\text{a constant dependinig on } r \text{ and } D)\cdot(g(D))^n$$

となる．ただし，$g(D)=\dfrac{(1-D)^{1-D}e^D}{r^D}<1$ は D に関する単調減少関数である．図 2 に示された結果によって，生息地破壊が絶滅待ち時間に与える効果は極めて大きいことがわかるだろう．

Fig.2 Rapid Decrease of Expected Time to Extinction by Habitat Destruction (r = 2, c = 1)



参考文献

Karlin, S. (1966) A First Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York and London. [佐藤健一・佐藤由身子 訳 (1974) 確率過程講義. 産業図書.]

Levins, R. (1969) Some demographic and genetic consequences of environmental heterogeneity for biological control. *Bull.Ent.Soc.Am.* **15:** 237-240.