

固体粒子が乱流に及ぼす影響の直接数値解析

大阪大学 工学研究科 機械物理工学専攻

梶島 岳夫 (Takeo Kajishima)

Dept Mech. Eng., Osaka Univ.

1. 緒 言

分散性混相流（混相流の内，気泡・液滴・固体粒子など，一方の相が分散的に存在する場合）は自然界や工業装置に多様に現れ，多くは乱流状態にある．粒子の介在により，運動量，熱や物質の乱流輸送が大きく影響を受ける．

これ以降は分散相を球形の固体粒子に限定する．粒子による乱れの増減（いわゆる乱流変調）の支配パラメーターに関しては，粒子径と乱れの積分長さスケールの比，粒子レイノルズ数，粒子体積分率，あるいは粒子運動と乱れの時間スケール比など様々な提案がある[1]-[3]．しかし，乱流変調のメカニズムは十分に解明されているわけではない．そのモデリングのためには，粒子の運動とそのまわりの流れを求め，乱流との相互作用を解析する必要がある．その目的に対しては直接数値シミュレーション (Direct Numerical Simulation; DNS) が有用と考えられ，乱れエネルギーやレイノルズ応力テンソルの収支が定量的に評価され，それに関与する渦構造が解明されることが期待できる．

分散性混相乱流については，従来から多くの DNS や Large-Eddy Simulation (LES) が実施されている．しかし，そのほとんどは，いずれも（抗力・揚力・履歴項などから構成される）質点モデル [4][5] を用いており，粒子まわりの流れは解析されていない．最近，格子幅の数倍の径をもつ粒子まわりの流れも解く two-way DNS の試みも見られる．開水路の固液二相乱流に対して，Pan ら [6] は体積力モデルにより粒子まわりの流れも扱う DNS を実施しているが，（粒子を壁に固定しない場合には）渦放出のない $Re_p < 17$ の低レイノルズ数に限られている．

これらに対して，本研究の興味は粒子レイノルズ数（粒子径 D_p と粒子・流体のスリップ速度に基づく $Re_p = D_p |v_p - u_f| / \nu$ ）が $Re_p = \mathcal{O}[10^2]$ と比較的高い場合の粒子後流と乱流渦の相互作用にある．そのため，従来の DNS よりも高い粒子レイノルズ数で粒子まわりの流れも同時に解析する方法が必要となる．筆者らは先に，粒子まわりの渦を精度よく再現し，粒子と流体の運動量ならびにエネルギーの交換を正確に評価でき，かつ多数の粒子を効率よく扱うことのできる直接数値計算法を提案し [7]，効率を高める改良を施した [8][9]．粒子運動に対しても，質点モデルではなく流体応力の表面積分が用いられ，本来の意味での DNS といえる．

本稿は粒子を含む乱流の数値シミュレーションに関する筆者らによる最近の結果 [7]-[10] をとりまとめたものである．第2章で数値計算法の概略を述べる．第3章で

は、一様流れ場での粒子群のふるまいについて、粒子レイノルズ数 Re_p の影響を観察する。続いて第4章では、固体粒子を含む壁乱流について、 $Re_p \simeq 400$ の渦放出を伴う場合[8][9]、続いて菱田ら[11]による実験に対応する $Re_p \simeq 40$ の場合[10]の結果を示す。前者では、従来のDNSやLESでは解析されていない粒子からの非定常渦放出がレイノルズ応力場に及ぼす影響を考える。後者では、従来の乱流変動解析ではあまり考慮されていない、せん断場における運動量交換の方向の効果を検討する。

2. 数値計算法の概要

固体粒子を含む液体または気体の流れを考える。流体は非圧縮のニュートン流体、固体粒子は剛体とする。流れの数値計算は、直角座標系での格子を用いて差分法によって行われる。固体粒子は格子幅の数倍以上の大きさとし、その形状に大きな制約はない。

速度 $\mathbf{u} = (1 - \alpha)\mathbf{u}_f + \alpha\mathbf{u}_p$ を定義する。 α は差分格子における固体粒子の体積割合、 \mathbf{u}_f は流体速度、 \mathbf{u}_p は粒子内部の点の速度 $\mathbf{u}_p = \mathbf{v}_p + \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_p$ を表す。 \mathbf{v}_p は粒子の速度、 $\boldsymbol{\omega}_p$ は粒子の角速度である。界面ですべりも透過もなし($\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_p$)とすれば、速度 \mathbf{u} に対しても連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

が成立する。運動方程式を

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla P + \mathbf{H}_u + \mathbf{f}_p, \quad \mathbf{H}_u = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nu_f \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] + \mathbf{g} \quad (2)$$

とおく。ここで $P = p/\rho_f$ (p は静圧、 ρ_f は流体の密度)であり、 $\nu_f (= \mu_f/\rho_f)$ は流体の動粘性係数である。 ρ_f と ν_f はそれぞれ一定値とする。 \mathbf{g} は重力加速度である。

式(2)に対する最も簡単な時間発展差分式は

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta t(-\nabla P + \mathbf{H}_u + \mathbf{f}_p) \quad (3)$$

である。 n は時間ステップ、 Δt は時間刻みである。右辺の各項を評価する時点はあえて明示しない。差分格子が流体($\alpha = 0$)、界面($0 < \alpha < 1$)、粒子($\alpha = 1$)のいずれにあるかにかかわらず、流体運動をするものとして予測される速度を $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^n + \Delta t(-\nabla P + \mathbf{H}_u)$ とおく。粒子内部($\alpha = 1$)では、 $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}_p$ でなければならないので、 $\mathbf{f}_p = (\mathbf{u}_p - \hat{\mathbf{u}})/\Delta t$ となる。一方、流体領域($\alpha = 0$)では、式(2)が流体の運動方程式に帰着するために、 $\mathbf{f}_p = 0$ である。そこで、 α で線形補間して

$$\mathbf{f}_p = \alpha(\mathbf{u}_p - \hat{\mathbf{u}})/\Delta t \quad (4)$$

とおく。以上の導出過程より、 \mathbf{f}_p は式(2)の解を各相の体積割合で加重平均した \mathbf{u} に強制するための力と解釈される。

固体粒子の運動は、運動量および角運動量の式によってラグランジュ的に追跡される。流体と粒子の運動量交換は界面での流体応力の表面積分から評価され、質点モデルは使用されない。ここで、 τ に関する表面積分は相互作用力 \mathbf{f}_p についての体積積分に置き換えられる。

$$\frac{d(m_p \mathbf{v}_p)}{dt} = - \int_{V_p} \mathbf{f}_p dV + \mathbf{G}_p, \quad \frac{d(\mathbf{I}_p \cdot \boldsymbol{\omega}_p)}{dt} = - \int_{V_p} \mathbf{r} \times \mathbf{f}_p dV + \mathbf{N}_p \quad (5)$$

m_p は粒子の質量、 \mathbf{I}_p は粒子の慣性テンソルを表す。半径 a の球形粒子では $\mathbf{I}_p = (2/5)a^2 m_p \mathbf{I}$ となる。 $\mathbf{G}_p, \mathbf{N}_p$ はそれぞれ外力および外モーメントである。 \mathbf{r} はモーメント中心から表面までの相対位置ベクトルである。

流体と粒子の運動に共通の \mathbf{f}_p を用いるため、式(5)の数値積分に流体計算の格子を使用すれば、少なくとも相間の運動量交換に過不足はない。なお、 \mathbf{f}_p は界面を含む格子においてのみ値をもつ。そこで、積分領域 V_p は界面格子を含むやや大きな領域（別の粒子の界面格子を含まない）とする。

乱流のDNSには4次精度中心差分法[12]を用いた。

まず、一様流 U の中に固定された球形粒子まわりの三次元流れを計算し、計算方法の精度を検証した[7][8]。差分格子は幅 Δ の立方体であり、粒子径 D_p は格子幅の数倍である。解像度 $D_p/\Delta = 5, 8, 11$ で計算を試みた結果、高レイノルズ数域における非定常渦放出を再現するには $D_p/\Delta \geq 8$ が必要であることがわかった。

3. 粒子クラスターの形成

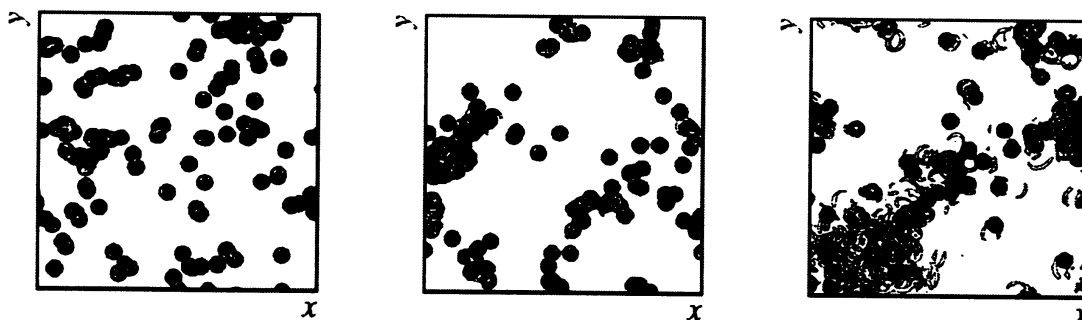
はじめに、一様な空間を落下する粒子群のふるまいを観察する。

主流(鉛直, z) 方向には512点、水平(x, y) 方向にはそれぞれ256点の格子数で、各方向に周期境界条件を与えた一様な空間の流れを扱う。格子幅の10倍の径をもつ粒子を初期には静止した状態で128個をマトリクス状に配置する。粒子は重力によって落下する。ここでは密度比を $\rho_p/\rho_f = 10$ とし、流体の粘性を調節して落下粒子のレイノルズ数を変える。

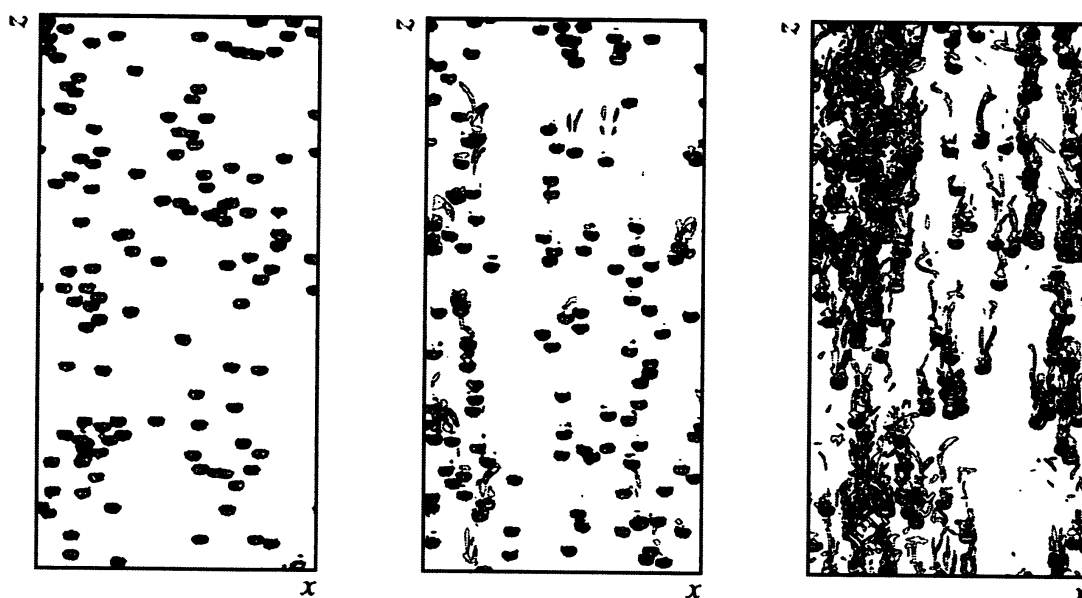
図1は平均終端速度に基づくレイノルズ数 Re_p が約100, 約200, 約400の場合について、それぞれ初期値から十分に経過した時点での流れ場を示したものである。渦を表すために圧力のラプラシアン $\nabla^2 p$ の等値線図を正面および立面に投影した。

粒子レイノルズ数 $Re_p \simeq 100$ では、粒子周りの流れは粒子近傍で閉じており、流体との相互作用はその位置での運動量交換が主となる。また、粒子はほぼ分散して運動する。一方、 $Re_p \simeq 400$ では、非定常な後流渦を放出し、運動の痕跡が流れ場の中に長く残るため、非平衡性が増す。粒子が先行粒子の後流に取り込まれる形で粒子群(クラスター)が形成される。これらの間の $Re_p \simeq 200$ では、個々の粒子は渦を放出しないが、 $Re_p \simeq 100$ の粒子よりも後流が長いため、後流を介して小規模なクラスターとそれからの渦放出が見られる。クラスターを形成すると「粒子群の通

Top view: contours of $\max.\nabla^2 p$ in the horizontal (x - y) plane



Side view: contours of $\max.\nabla^2 p$ in the vertical (x - z) plane



(a) $Re_{ps} = 100$

(b) $Re_{ps} = 200$

(c) $Re_{ps} = 400$

図 1: 一様な空間を落下する 128 個の固体球によって形成される流れ場

り道」ができるため、分散する粒子群に比べて平均スリップ速度が大きくなる。また、個々の粒子よりも大規模なクラスタースケールの後流を発生する。

以上のことから、乱流変調の解析においては、特に高レイノルズ数では質点モデルで表現できる各点での運動量交換だけではなく、粒子分布に起因するスケールの相互作用を考慮する必要があることがわかる。

4. 粒子を含む平行平板間乱流の DNS

固体粒子による壁乱流の変調を扱った実験例としては、Kulickら [13]、菱田ら [11] による平行平板間の下向き流れの測定がある。Kulickら [13] は流路幅 H と壁面摩擦速度 u_τ によるレイノルズ数 $Re_\tau (= Hu_\tau/\nu) = 1288$ 、中心速度 u_c に基づくレイノ

ルズ数 $Re_c (= Hu_c/\nu) = 27600$ の気流に比較的小さな粒子を混ぜ、速度変動に対する粒子のストークス数や混入率の影響を調べた。一方、菱田ら[11]は、 $Re_\tau = 300$, $Re_c = 5000$ と、DNSが可能な低レイノルズ数の固液二相乱流を扱った。粒子レイノルズ数 Re_p は40以下である。Wangら[14]および山本ら[15]は、Kulickらの実験[13]に対応する条件でLESを実施し、それぞれ壁近傍での粒子分布、粒子間衝突の影響を調べた。低レイノルズ数ではDNSもいくつか行われている[16][17]。

本計算では、十分に発達した鉛直平行平板間の流れに、流体より密度の大きい球形粒子を混入させた。初期値としては、単相乱流の瞬時流れ場に粒子を計算領域にランダムに配置し、粒子重心の速度を元の流体速度とした。粒子を混入しても壁面摩擦応力を単相の場合と同じになるよう、流れを維持するために加える平均圧力勾配を調整した。条件を固定した後で十分に時間進行し、統計的に定常と見なせる状態に達した後、時間平均流れを求めた。単相乱流のレイノルズ数は $Re_\tau = 300$ とした。

現実には粒子の回転の影響も無視できないが、回転には粒子と壁あるいは粒子間の衝突の影響が大きく、問題を複雑にしてしまう。前述の数値計算スキームでは回転を取り扱うことも可能であるが、本研究ではひとまず除外し $\omega_p = 0$ とする。粒子と壁および粒子間の衝突はいずれも完全弾性反発とし、これによる損失はないものとする。

4.1 粒子からの非定常渦放出を伴う場合

まず、粒子レイノルズ数が高く、渦放出を伴う粒子を含む場合を考える[9]。

主流は鉛直上向きとする。流体乱流の計算のための格子分割数は、主流(x)方向512、壁垂直(y)方向128、横断(z)方向256である。格子幅は $\Delta_x^+ = \Delta_z^+ = 4$ とする(上付き添え字 $+$ は壁面での u_τ と ν_f による無次元化)。壁近傍で密になるよう y 方向には不等間隔に格子を配置する。

非定常渦放出を伴う場合の乱流変動を調べる目的を考慮して、単独球まわりの流れにおける検証に基づき、粒子径を格子幅の8倍、すなわち $D_p^+ = 32$ とした。また、粒子間衝突の影響が顕著でなくなるよう、粒子体積率を0.1%程度にするため、粒子数を $N_p = 36$ とした。さらに、粒子レイノルズ数が目標の $Re_p = 300 \sim 400$ になるよう調整し、粒子と流体の密度比を $\rho_p/\rho_f = 10$ に決めた。

粒子はほぼ壁に沿って流れる。平均速度(図示省略)については、粒子を含む場合、粒子濃度の高い領域で減速されるが、低濃度領域では対数則を回復する。

図2はせん断応力分布で、レイノルズ応力と粘性応力の和である。ここでは流れ場を粒子まわりおよび後流の影響を強く受けると考えられる「後流域」とそれ以外の「空白域」に分類[9]した図も加えた。粒子を含む場合、平均は実線、後流域は黒丸、空白域は白丸でそれぞれプロットされている。単相では、全せん断応力は図2の一点鎖線のように一定の勾配となり、圧力勾配と釣り合う。粒子を含む場合でも、

もし粒子が均一に分布すれば、粒子の重力と追加した圧力勾配が釣り合うのでせん断応力の直線分布は変化しないはずである。しかし、本計算例のように粒子が偏在する場合には状況が異なる。粒子の濃い壁近傍領域では流体のせん断応力勾配は小さくてよく、 $y^+ < 40$ で実線はくぼんでいる。薄い領域では追加した圧力勾配に釣り合うだけせん断応力勾配が大きくなければならず、 $y^+ > 50$ では実線の勾配が大きいの。これは、 $y^+ < 75$ では後流域におけるレイノルズ応力の著しい増加に起因する。粒子の希薄な $y^+ > 75$ では、壁側で生成されたレイノルズ応力の拡散と、高い圧力勾配に釣り合うようにレイノルズ応力の大きい乱流場が形成されたことが考えられる。

粒子後流部の渦構造を観察するため、ある一つの粒子の近傍の流れを図3に時系列で表示する。図は $T^+ = 5.7$ 間隔で $\nabla^2 p$ の等値面図を3コマ示している。粒子から非定常に放出される渦輪は、壁近傍の強いせん断流れの中で主流方向に引き伸ばされ、矢印で示した頂部をもつヘアピン状の渦を形成し、流下しつつ流路中央部に移動する。このように発達したヘアピン渦の脚部が図2の後流域におけるレイノルズ応力の増加を介して、乱れエネルギー（図示省略）の増加に寄与したものと考えられる。

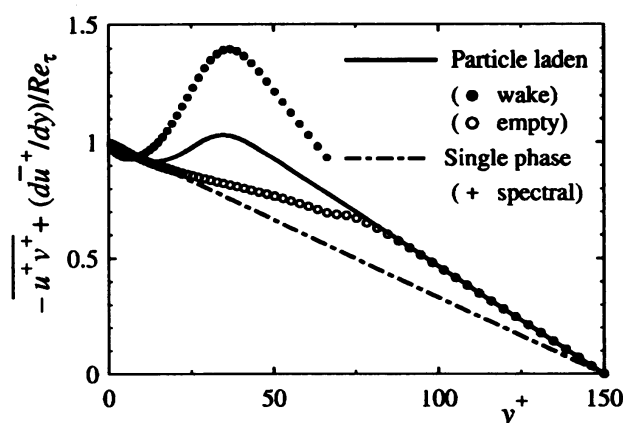


図2: 平行平板間乱流のせん断応力分布 ($Re_p \simeq 380$, $N_p = 36$)



図3: 粒子後流渦からヘアピン渦への発展 ($\nabla^2 p$ の等値面)

4.2 粒子からの渦放出のない場合

次に、よりグローバルな運動量収支からの乱流変調を考える [10].

粒子を質点と見なし、粒子が流れに及ぼす力を f_i とすると、平均流れの運動方程式には \bar{f}_i が加わり、レイノルズ応力 $\overline{u'_i u'_j}$ の支配方程式には $\overline{u'_i f'_j} + \overline{f'_i u'_j}$ が粒子項として顕れる。局所的相互作用による乱流変調は後者に着目したものであろう。一方、平均 \bar{f}_i の大きさ・方向・分布によっても、運動量バランスを保つためにレイノルズ応力が変化するはずである。もっとも顕著な例としては、垂直な流路における上向き・下向き流れがある。粒子の重力あるいは浮力の方向と流れ方向が一致するかどうかでレイノルズ応力（勾配）の増減が異なる。その結果、乱れの生成率 $-\overline{u'_i u'_j} \partial \bar{u}_i / \partial x_j$ が変化する。以上のような乱流変調は、粒子と渦のスケール比や粒子レイノルズ数だけでは表現できず、むしろ乱流構造の問題と考えられる。

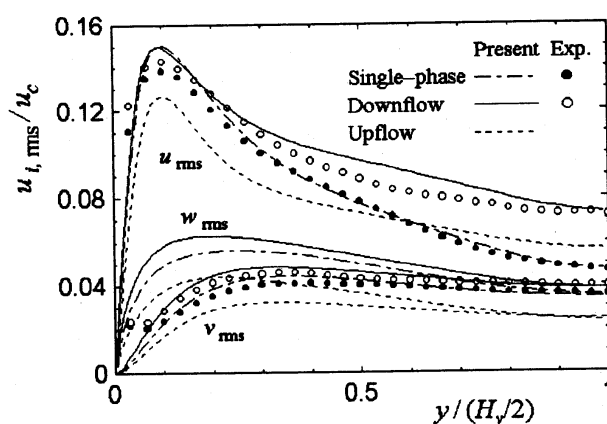


図 4: 平行平板間乱流の速度変動強度分布 ($Re_p \simeq 35$, $N_p = 2000$)

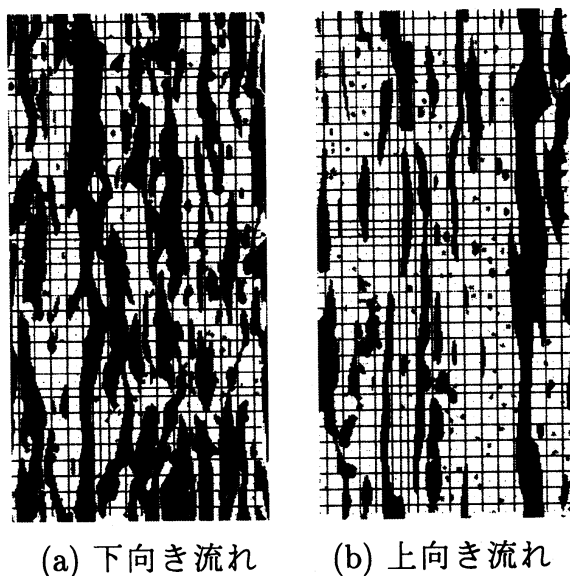


図 5: 壁近傍の乱流渦に対する流れ方向（粒子と流体の運動量交換方向）の影響

以上のような観点から、平均粒子レイノルズ数は渦放出を伴わない $Re_p \approx 35$ 程度とする。これは、粒子レイノルズ数を菱田ら [11] の実験に近くなるように条件設定したものである。菱田らの実験は下向き流れを測定しているが、ここでは上述の目的から上昇流も計算する。下降流では粒子重力は流れに対して順方向に作用する。一方、上昇流では粒子重力は流れと逆方向に作用し、粒子は自らの後流の中を上昇する。

格子分割数は、主流 (x) 方向 256、壁垂直 (y) 方向 150、横断 (z) 方向 128 である。粒子数は 2000、粒子径は $D_p^+ = 12$ 、粒子体積率は 7.4×10^{-3} である。粒子径と格子幅 ($\Delta_x^+ = \Delta_z^+ = 5$) の比は小さいが、粒子からの渦放出がないので、解像度はそれほど不足していない。

図4は流体の速度変動強度分布である。単相流および粒子を含む下降流については、速度変動強度 u_{rms} と v_{rms} を対応する菱田らの実験 [11] と DNS と比較している。比較にあたり、流路中央での流速 u_c で無次元化を行なった。比較に用いた菱田らの実験は本計算条件と最も近い $D_p = 500 \mu\text{m}$ ($D_p^+ \approx 5$) である。DNS と実験で全ての条件が一致しているわけではないが、単相流に比べて乱れが増大する傾向は実験と DNS でよく一致しており、本計算は実験を良好に再現できている。一方、上昇流ではほぼ全面的に速度変動強度が減少しているが、主流方向速度の u_{rms} については順方向と同様に流路中央で増加している。図5は瞬時の壁近傍の乱流構造を示している。濃い等値面は低速域、薄い等値面は高速域であり、点に見えるのは粒子を示している。粒子が流体を加速する下降流ではストリーク構造が活性化し、逆に上昇流では沈静化している。

このように速度変動が下降流で増加し上昇流で減少するのは、レイノルズせん断応力の変調に対応した乱れの生成項 $-\overline{u'v'}(\partial\bar{u}/\partial y)$ の増減が原因である。一方、主流方向速度の u_{rms} が流路中央部で両方向ともに大きくなる原因は、粒子もしくは粒子群が形成する後流の影響と考えられる。前者は適切な乱流モデルで予測できるが、後者は質点モデルを使う場合には適当な乱れエネルギー生成を与える必要がある。このことはモデルを用いた計算でも示されている [10]。

5. 結 言

固体粒子を含む壁乱流の変調機構を明らかにすることを目的として、粒子レイノルズ数が比較的高い条件で DNS を実施した。その結果を要約する。

1. 流れ場に固定された計算格子を用いて、移動する多数の粒子と流体の相互作用を効率よく解析する数値計算法を提案した。一様流中に固定された球まわりの流れについては、粒子径と計算格子の比が8倍以上の解像度があれば、非定常渦放出を伴うレイノルズ数 300 以上の領域まで精度よく求められる。また、後流渦を介した粒子クラスターの生成がシミュレートされた。

2. 粒子レイノルズ数が高く、非定常渦放出を伴う場合、速度変動、渦度変動ならびにレイノルズ応力分布には粒子後流の影響が強く現れる。せん断流れ場では粒子から放出されてヘアピン状に発達した渦がレイノルズ応力の生成に寄与する。
3. 粒子レイノルズ数が低く、非定常渦放出を伴わない場合、乱れの増減する主な原因は、平均的な粒子の分布と流体との運動量交換を介したレイノルズ応力 $-\overline{u'v'}$ の増減による。

固体粒子を含む二相乱流のより実用的な解析法としては本計算のようなDNSではなく、粒子運動には質点モデル、流体乱流にはLESが考えられる。そのとき、流れ場を正しくシミュレートするための必要事項として、本研究の結果から次のことを指摘できる。

1. 乱流変動のシミュレーションには運動量の交換とともに粒子分布を正しく予測する必要がある。そのため、質点モデルに対しては主流方向の力だけではなく断面内の力にも高い精度が必要である。
2. 粒子による乱れの生成には、質点モデルで表される粒子力と速度変動の相関だけでなく、後流渦によるレイノルズ応力の増加も無視できない。実用計算では粒子は計算格子よりもはるかに小さいと考えられるので、後流渦の効果はサブグリッドスケールモデルとして考慮されなければならない。

ここに示した計算結果の多くは大阪大学大学院 瀧口智志君（現、三菱重工業）の博士課程における研究で実施されたものである。

参考文献

- [1] Gore,R.A. and Crowe,C.T., *Int. J. Multiphase Flow*, **15-2** (1989) 279-285.
- [2] Hetsuroni,G., *Int. J. Multiphase Flow*, **15-2** (1989) 735-746.
- [3] Elghobashi,S, *Appl. Sci. Res.*, **52** (1994) 309-329.
- [4] Maxey,M.R. and Riley,J.J, *Phys. Fluids*, **26-4** (1983) 883-889.
- [5] Elghobashi,S. and Truesdell,G.C., *J. Fluid Mech.*, **242** (1992) 655-700.
- [6] Pan,Y. and Banerjee,S., *Phys. Fluids*, **9-12** (1997) 3786-3807.
- [7] 瀧口・梶島・三宅, *機論* **64-625B** (1998) 2804-2810.

- [8] Kajishima, T., Takiguchi, S. and Miyake, Y., Recent Advances in DNS and LES (eds. Knight, D. & Sakell, L.), Kluwer Academic (1999) pp.235-244.
- [9] 梶島・瀧口・浜崎・三宅, 機論 **66-647B** (2000) 1734-1741.
- [10] 瀧口・梶島・三宅, 機論 **66-648B** (2000) 1998-2005.
- [11] 菱田・半澤・榊原・佐藤・前田, 機論 **62-593B** (1996) 18-25.
- [12] 筆者のホームページ (<http://fluid.mech.eng.osaka-u.ac.jp/~kajisima>) でいくつかのDNSコードを公開している.
- [13] Kulick, J.D., Fessler, J.R. and Eaton, J.K., *J. Fluid Mech.*, **277** (1994) 109-134.
- [14] Wang, Q. and Squires, K.D., *Phys. Fluids*, **8-5** (1996) 1207-1223.
- [15] 山本・Potthoff, M.・田中・梶島・辻, 機論 **65-629B** (1999) 166-173.
- [16] Rouson, D.W.I. and Eaton, J.K., *ASME/FED Numerical Methods in Multiphase Flows*, (1994) 47-56.
- [17] Pan, Y. and Banerjee, S., *Phys. Fluids*, **8-10** (1996) 2733-2755.