

在庫管理問題における品切損失費用の算定

(A research of shortage cost in an inventory problem)

齋藤 毅 (SAITO, Tsuyoshi)

愛知大学経営学部 (Department of Business Administration in Aichi University)

1. はじめに

在庫量設定の際、いかに品切れを評価するかは重要な問題である。品切れによる損失は機会損失、すなわち品切れがなければ得られたであろう利益の逸失に留まらない。JIS Z8121:1967 によれば、品切れにより発生する損失は

- ① 信用失墜 (顧客からの信用を失うことによる将来への影響),
- ② 納入遅れによる延滞賠償金,
- ③ 品切補充のための手配費用など,

に分類される。これらと在庫を多く抱えた場合に考えられる在庫の死蔵化リスクとのバランスを考慮して在庫量を決定するのだが、①の信用失墜に伴う費用の見積もりが難しい。

従来の在庫モデルにおける信用失墜は「品切れ1単位につき r 円の損失」という形で処理されていることが多い。しかし顧客は品切れ等に遭遇すると、マーケットサーチと呼ばれる、他店への移動行動をとることが知られている [1]。したがって、本来ならば信用失墜は金額換算するのではなく、需要の下方変化として見るべきであろう。

そこで本研究では、在庫問題のうち新聞少年問題を取り上げ、品切損失を需要分布の下方変化として捉えた場合と費用として捉えた場合とをシミュレーションにより比較し、品切損失を定額費用として扱うことの妥当性を検討する。

なお、新聞少年問題はこれまでも数多く研究されている ([2][3][4][5][6])。Moon&Ghohri[5] は在庫水準の低下が顧客の購買行動に影響を及ぼすモデルを扱っているが、需要分布自体は変化させず、在庫水準が低下すると来店客の商品購入確率が下がるものと仮定している。需要分布を変化させる研究としては Lau&Lau[4] があるが、彼らは需要変化は商品価格によって起こるとしている。

本論文は、第2節で新聞少年問題を詳細に説明し、第3節で品切れの評価を品切損失費用から需要の下方変化へと切り替えたモデルを説明する。この両モデルを釣り合わせるための品切損失費用 r の考え方、及びシミュレーションに関する設定を第4節で述べ、その結果の検討を第5節で行う。

本研究による結論は、シミュレーションの仮定の範囲内では、仕入単価、残部の処分益の間の関係と品切れによる顧客の反応がある条件を満たさねば、品切損失費用を定額で評価することには問題がある、というものである。

2. 新聞少年問題

まず典型的な一期間在庫問題である新聞少年問題を説明する。

ある商店では毎期、期首に仕入単価 c 円で x 単位の商品を仕入れ、期を通じて販売単価 p 円で販売する。各期の需要は W 単位であり、これは分布 F と平均 μ を持つ非負確率変数である。品切れを起こした場合に生じる顧客の信用低下を、品切れ1単位につき r 円の損失と評価する。これを品切損失費用と呼ぶ。需要が少なく売残りが出ってしまった場合、これは処分せざるを得ないが、売残り1単位につき b 円の処分益を上げることができる。当然、 $0 \leq b < c < p$ である。したがって、仕入量 x の期の需要が w のとき、利益 $u(w, x)$ は、

$$u(w, x) = p \min\{w, x\} - cx - r \max\{w - x, 0\} + b \max\{x - w, 0\}$$

これより、仕入量を x とした期の期待利益 $v(x)$ は

$$v(x) = \int_0^{\infty} u(w, x) dF(w) = -r\mu + (p+r-c)x - (p+r-b) \int_0^x F(w) dw$$

期待利益 $v(x)$ を最大にするという意味での最適仕入量 x^* は、仕入量と需要が連続量ならば

$$F(x^*) = \frac{p+r-c}{(p+r-c) + (c-b)}$$

を満たす x^* となり、仕入量と需要が離散量ならば

$$F(x^* - 1) < \frac{p+r-c}{(p+r-c) + (c-b)} \leq F(x^*)$$

を満たす x^* となる。すなわち、基本的な新聞少年問題における最適仕入量 x^* は、品切れ1単位による機会損失(得られたはずの利益 $p-c$ と品切損失 r との和)と売残り1単位による機会損失(出さずに済んだはずの損失 $c-b$)、及び需要分布 F から

$$x^* = \min \left\{ x \mid \frac{p+r-c}{p+r-b} \leq F(x) \right\} \quad (2.1)$$

と導くことができる。

以降、この型の新聞少年問題をモデル1と呼ぶ。

3. 需要分布が品切りの影響を受ける新聞少年問題

モデル1における品切れは品切損失費用として定額 r で評価されているが、需要分布には影響を与えていない。しかし品切損失費用は、品切れがまず顧客を逃がし、その結果として利益が減少すると考えるために導入されるものである。そこで、以降ではモデル2として時間経過の概念を導入する。第 t 期の仕入量を x_t 、需要を W_t とする。需要 W_t は非負確率変数であり、この分布 F_t と平均 μ_t は前期の品切率 Z_{t-1} に依存する、すなわち、

$$F_t(w; z) = \Pr\{W_t \leq w \mid Z_{t-1} = z\}, \quad \mu_t(z) = \int_0^{\infty} w dF_t(w; z)$$

なる関係が成り立つものとする。なお第 t 期の品切率 Z_t は、 $Z_t = \max\{(W_t - x_t)/W_t, 0\}$ と定義する。

前期品切率 Z_{t-1} と当期需要分布 F_t との因果関係を次のように考える。一般に品切れを起こした場合、その程度が大きいほど信用失墜も大きく、次期の需要は大きく減少する。しかし品切率が z^* 以下であるならば、たとえ品切れに遭遇した顧客がいたとしても全体としては信用を回復し、次期の需要は増加する。その理由は、同一顧客に品切れが集中するならば彼はその販売店を見限るであろうが、顧客全体が満遍なく品切れに遭遇し、それが長い目で見て皆 z^* 程度の割合ならば、販売店に対し皆以前と変わらぬ行動をとる、と考えられるからである。よって、 $t-1$ 期の需要分布を \tilde{F}_{t-1} と第 t 期の需要分布 F_t との間には、任意の w と、 $z^1 < z^* < z^2$ なる z^1 と z^2 に対し、

$$F_t(w; z^1) \leq \tilde{F}_{t-1}(w) = F_t(w; z^*) \leq F_t(w; z^2) \quad (3.1)$$

が成り立つものと仮定する(図3.1)。

このモデル2においては品切れを分布の変化で評価するため、品切損失費用を考えない。その他の設定は第2節に従うものとする。すると、前期品切率が z_{t-1} である第 t 期において仕入量を x_t としたとき需要が w ならば、利益 $u_t(w, x_t; z_{t-1})$ は

$$u_t(w, x_t; z_{t-1}) = p \min\{w, x_t\} - cx_t + b \max\{x_t - w, 0\} \quad (3.2)$$

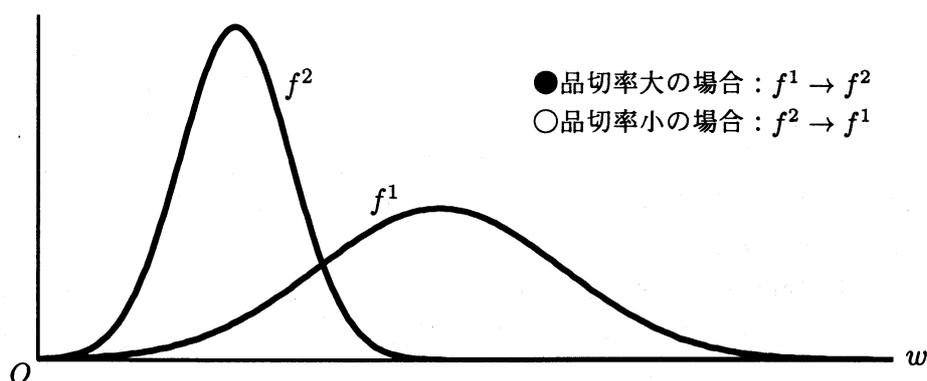


図 3.1: 需要分布の変化パターン (密度関数によるイメージ)

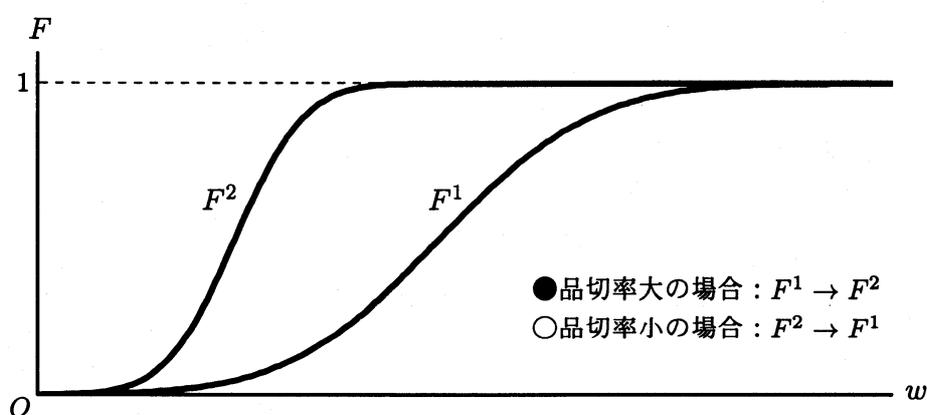


図 3.2: 需要分布の変化パターン (分布関数によるイメージ)

期待利益 $v_t(x_t; z_{t-1})$ は

$$v_t(x_t; z_{t-1}) = \int_0^{\infty} u_t(w, x_t; z_{t-1}) dF(w) = (p-c)x_t - (p-b) \int_0^{x_t} F_t(w; z_{t-1}) dw$$

最適仕入量は、需要分布が前期品切率 z_{t-1} の影響を受けるため、

$$x^*(z_{t-1}) = \min \left\{ x \mid \frac{p-c}{p-b} \leq F_t(x; z_{t-1}) \right\} \quad (3.3)$$

となり、これは z_{t-1} に関する減少関数である。

品切れを品切損失費用として評価する場合、(2.1) より、前期の品切れの有無に関係なく毎期の最適発注量は固定される。しかし品切れを需要分布の変化として反映させた場合、(3.3) と (3.1) より、発注量は固定されず、前期品切率が z^* を超えて需要が減ると予測できるときには少なめに発注し、 z^* を下回って需要が増えると予測できるときには多めに発注する、という政策が最適となる。

4. シミュレーションの設定

品切れを品切損失費用で評価することが妥当なのかどうかを、シミュレーションによって検討する。ここでは、モデル2とモデル1を釣り合わせる品切損失費用 r を、次のように考える。まず k 期を1サイクルとし、1サイクルを通じてのモデル2の利益平均 $\bar{u} = \sum_{t=1}^k u_t(w_t, x_t^*)/k$ を求める。

次にこの利益平均とモデル1の最大期待利益が等しくなるような r ，すなわち $v(x^*) = \bar{u}$ となる r を求め，これをこのサイクルの品切損失費用 r とする．なおモデル1における需要分布には，モデル2における第1期の需要分布を用いる．すなわちモデル1とモデル2，それぞれの環境下で同じ需要分布から出発し， k 期経過後，期当たりの利益平均が \bar{u} で等しくなるような品切損失費用が，ここで定義する r である．同一パラメータの下で実験を繰返し， r のばらつき具合が小さければ品切損失費用による信用失墜の評価は妥当であり，さもなくば考慮の余地があると判断する．様々なパラメータの組合せについて検討し，最終的な判断を行う．

需要分布及び当期需要分布と前期品切率との関係は，次のように設定する．第 t 期の需要はパラメータ $\lambda_t (> 1)$ と2のベータ分布に従うと仮定する($W_t \sim \text{Beta}(\lambda_t, 2)$)，すなわち，

$$F_t(w; z_{t-1}) = \frac{1}{B(\lambda_t, 2)} \int_0^w (1-u)u^{\lambda_t-1} du = (\lambda_t + 1)w^{\lambda_t} - \lambda_t w^{\lambda_t+1}, \quad 0 \leq w \leq 1, \quad (4.1)$$

なお，式中の B はベータ関数を表す．また， $w \leq 0$ については $F_t(w; z_{t-1}) = 0$ ， $w \geq 1$ については $F_t(w; z_{t-1}) = 1$ ，と仮定する(図4.1)．よって第 t 期の需要の平均は $\lambda_t/(\lambda_t+2)$ ，最頻値は $(\lambda_t-1)/\lambda_t$ である．

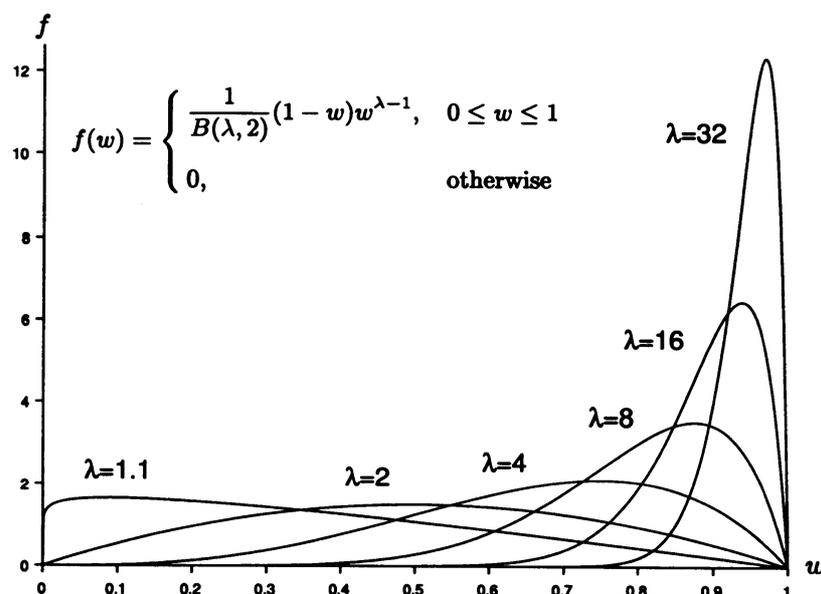


図 4.1: 需要の密度関数 f とパラメータ λ との関係

当期需要分布と前期品切率との関係は， $\lambda_1 = 2$ を λ_t の初期値とし， $t \geq 2$ については，

$$\lambda_t = 1 + (\lambda_{t-1} - 1) \exp\{-\theta(z_{t-1} - z^*)\}, \quad 0 < \theta, 2 \leq t, \quad (4.2)$$

とする．これは第 t 期の最頻値を m_t とするときの微分方程式 $(dm_t/dz_{t-1})/m_t = -\theta(1 - m_t)$ の解のうち， $z_{t-1} = z^*$ で $m_t = m_{t-1}$ となるものである^{§1}．品切率 z_{t-1} の増加により次期最頻値 m_t は減少するが，その減少率 $\theta(1 - m_t)$ は m_t が小さいほど大きく，品切率が z^* のときは需要分布を維持する． θ は品切れによる最頻値減少の感度であり， θ が小さいほど品切れに寛容な顧客の多いことを表す．

この仮定の下での需要は最大でも1単位なので，1単位を超える仕入れの必要はなく，よって以降断らない限り，任意の t について $0 \leq x_t \leq 1$ とする．

^{§1} ロジスティック曲線の元となる微分方程式を応用したものである．

F_t は連続な単調増加関数であり、 $(p-c)/(p-b) > 0$ であるから、(3.3) と (4.1) より、最適仕入量 $x_t^*(z_{t-1})$ は唯一に存在し、それは次の方程式を満たす。

$$(\lambda_t + 1)(x_t^*(z_{t-1}))^{\lambda_t} - \lambda_t(x_t^*(z_{t-1}))^{\lambda_t+1} - \frac{p-c}{p-b} = 0$$

第 t 期の需要が w_t であったとすると、 k 期の利益平均 \bar{u} は、(3.2) より、

$$\bar{u} = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \left((p-b) \min\{w, x_t^*(z_{t-1})\} - (c-b)x_t^*(z_{t-1}) \right)$$

第 1 期の需要の分布関数は、(4.1) より、 $0 \leq w \leq 1$ について $F_1(w; z_0) = 3w^2 - 2w^3$ である (z_0 は形式的なもの)。これをモデル 1 における需要分布とすると、モデル 1 における最適仕入量 x^* は、(2.1) より、次の方程式を満たす。

$$2(x^*)^3 - 3(x^*)^2 + \frac{p+r-c}{p+r-b} = 0 \quad (4.3)$$

最大期待利益 v^* は、(2.1)、(4.1)、(4.3) より、

$$v^* = -\frac{1}{2}r + 2(p+r-b)(x^*)^3 \left(1 - \frac{3}{4}x^* \right)$$

品切損失費用は、 $\bar{u} = v^*$ を満たす r となる。

その他のパラメータについて、まず 1 サイクル数 k は 30 とする。

p 、 c 、 b に関しては、それぞれの値ではなく $p-c$ 、 $p-b$ 、 $c-b$ の値が最適仕入量や利益を左右する。特にモデル 1 と 2 の双方において需要分布と $(p-c)/(p-b)$ が等しければ最適仕入量が等しくなる。よって p と b は固定し、 c を動かして $(p-c)/(p-b)$ を変化させれば十分である。ここでは $p=16$ 、 $b=0$ とし、 c に 1 から 15 までの値を取らせることで、 $(p-c)/(p-b)$ に 1/16 から 15/16 までの値を取らせる。

z^* は 0.04、0.07、0.10 の 3 通り、 θ は 0.5、1.0、3.0 の 3 通りとする。その理由は、 z^* は許容される品切率であるからあまり高く設定すべきではなく、またパラメータ設定のための予備実験では、 θ が 3 を超えると品切れに対する反応が大きくなりすぎ、あまりに非現実的な需要変動と判断したためである。

5. シミュレーションの結果と検討

全 135 通り ((p, c, b) で 15、 z^* で 3、 θ で 3) のパラメータの組合せそれぞれについて、まず 50 回ずつ実験をした。その結果、 $(p-c)/(p-b)$ が 1 または 0 に近いケースでは、すぐに最頻値がそれぞれ上限または下限に収束してしまっただ。この理由は、今回の設定では $(p-c)/(p-b)$ が大きいほど最適仕入量が多くなるため品切れが起りにくく、最頻値は上がりやすくなる。また、最頻値が大きいほど品切れによる客離れが小さく、最頻値が下がりにくい。よって最頻値が一旦あるレベルまで上がるか下がるかすると、その傾向が続いてしまうためと考えられる。これらのケースでは全の実験について利益平均がそれぞれほぼ等しくなるため、品切損失費用 r は、上限に収束する場合は小さな値に、下限に収束する場合は大きな値に収束する。よって $(p-c)/(p-b)$ が 1 か 0 に近い場合、品切損失費用で品切れを評価するのは問題ないと考えられる。しかし、1 に近い場合とは単位当りの仕入価格と利益が非常に近いということであり、0 に近い場合とは利益がほとんど出ないということである。両者ともあまり現実的ではない。

そこで、最頻値がすぐに収束してしまう組合せを除いた54通りについて、改めて200回ずつの実験を行った。その結果を付録Bに示す。いずれも c が6から8にかけて、すなわち利益が販売価格の約半分の辺りでは、 r のばらつきが $p-b$ (=16)と比べ非常に大きいと言える。

z^* に関しては z^* が大きいほど(品切れに寛容なほど)、 θ に関しては θ が小さいほど(品切れへの反応が鈍いほど)、 r のばらつきが小さい。

以上より本実験の仮定、すなわち需要分布がベータ分布であり、品切れへの需要反応が(4.2)で表される場合には、①販売価格と利益がかなり近いが非常に離れている場合、②品切れに対して寛容で品切れへの反応が鈍い場合、これらの場合に品切れによる信用失墜の評価を品切損失費用で代用することは妥当と言えそうである。しかし①と②の場合以外では、 r のばらつきが非常に大きいため、品切損失費用による品切れの評価は問題がある。

6. おわりに

本研究では、在庫問題のうち新聞少年問題を取り上げ、品切れによる信用失墜を品切損失費用として定額で評価することの妥当性を、シミュレーションによって検討をした。

結論としては、本研究の仮定の範囲内では、販売単価、仕入単価、残部の処分益の間の関係と品切れによる顧客の反応がある条件を満たさねば、品切損失費用を定額で評価することには問題がある、というものである。

しかし本研究には問題点も多く、今後いくつかの課題を残した。まず、在庫残を次期へ持ち越せ、多期に渡る最適仕入政策を考慮したモデルに基づいて、品切損失費用による品切れ評価の妥当性を検討すること。モデル2では品切れの影響が次期に持ち越されるという仮定をしたものの、仕入量はそれぞれの期毎に独立して決定されるとしたため、長期展望に基づいた政策とはなっていない。すなわち、各期においては品切れを防止しようとはせず、かつ、品切れに関する情報を次期に申し送らず、それぞれ前期の結果を受けて仕入量を決定しているに過ぎない。次期への持ち越しが可能な財を扱うには在庫保持費用の導入が必要であり、かつ、毎期の発注量はその前期の在庫残に影響を受けるような設定が必要である。

また、品切れが次期に及ぼす影響の設定も検討すること。本研究では(4.2)によって定義したが、モデルが複雑になりすぎ数理的な分析が困難となった。品切れが多かった場合の次期分布と少なかった場合の次期分布の2分布のみを考えてマルコフ分析を行うことが一案として考えられる。

最後に、シミュレーションによる品切損失費用 r のばらつきを客観的に判断する指標を構築すること。また、現実問題として $p-c$ や $p-b$ の比率をどの程度にすべきなのかを検討すること。

いずれも本研究の発展のため、是非解決せねばならない問題であると考えます。

謝辞

数理解析研究所での発表の際、品切情報を繰越す方法について、千葉大学の中神教授に貴重な御示唆を頂いた。この場をお借りして御礼申し上げます。

参考文献

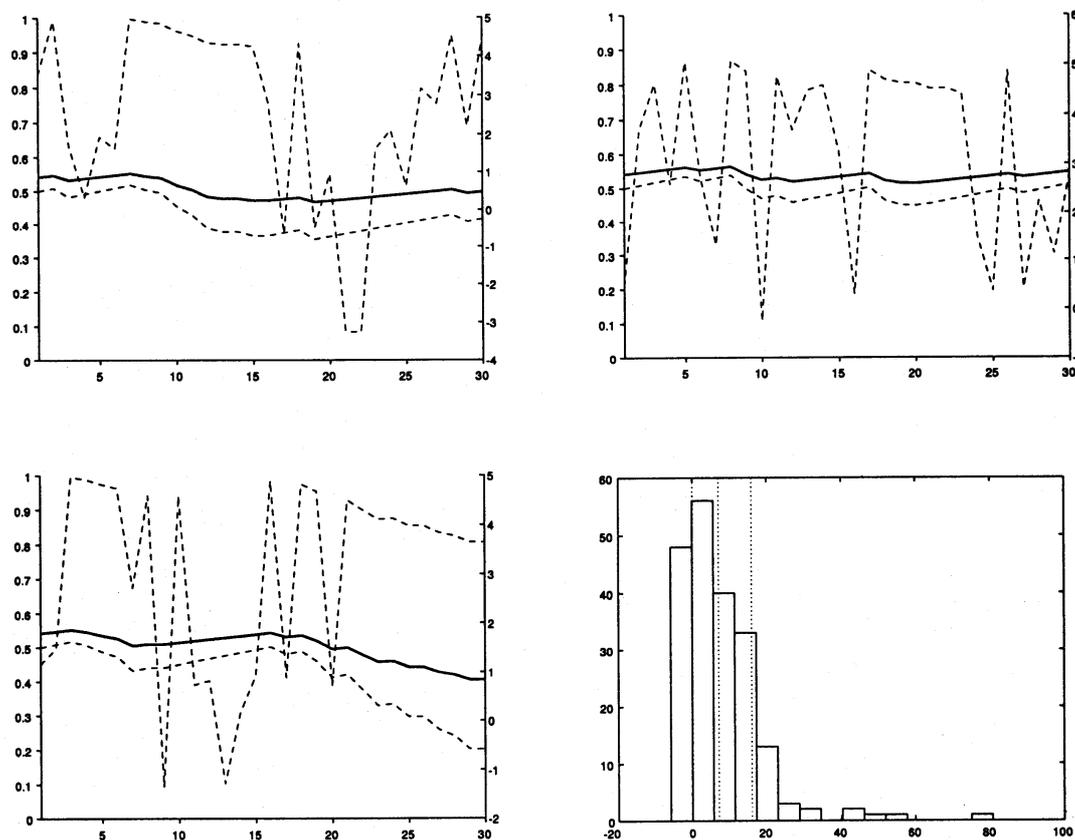
- [1] Anupindi,R. and Bassok,Y. Centralization of stocks: retailers vs. manufacturer. *Management Science*, 45(2):178-191, 1999.
- [2] Anvari,M. Optimality criteria and risk in inventory models: the case of the newsboy problem. *Journal of the Operational Research Society*, 38(7):625-632, 1987.
- [3] Gallego,G. and Moon,I. The distribution free newsboy problem: review and extensions. *Journal of the Operational Research Society*, 44(8):825-834, 1993.

- [4] Lau, A.H.L. and Lau, H.S. The newsboy problem with price-dependent demand distribution. *IIE Transactions*, 20(2):168-175, 1988.
- [5] Moon, I. and Choi, S. The distribution free newsboy problem with balking. *Journal of the Operational Research Society*, 16:537-542, 1995.
- [6] Rose, J.S. The newsboy with known demand and uncertain replacement: applications to quality control and container fill. *Operations Research Letters*, 11(2):111-117, 1992.

付録

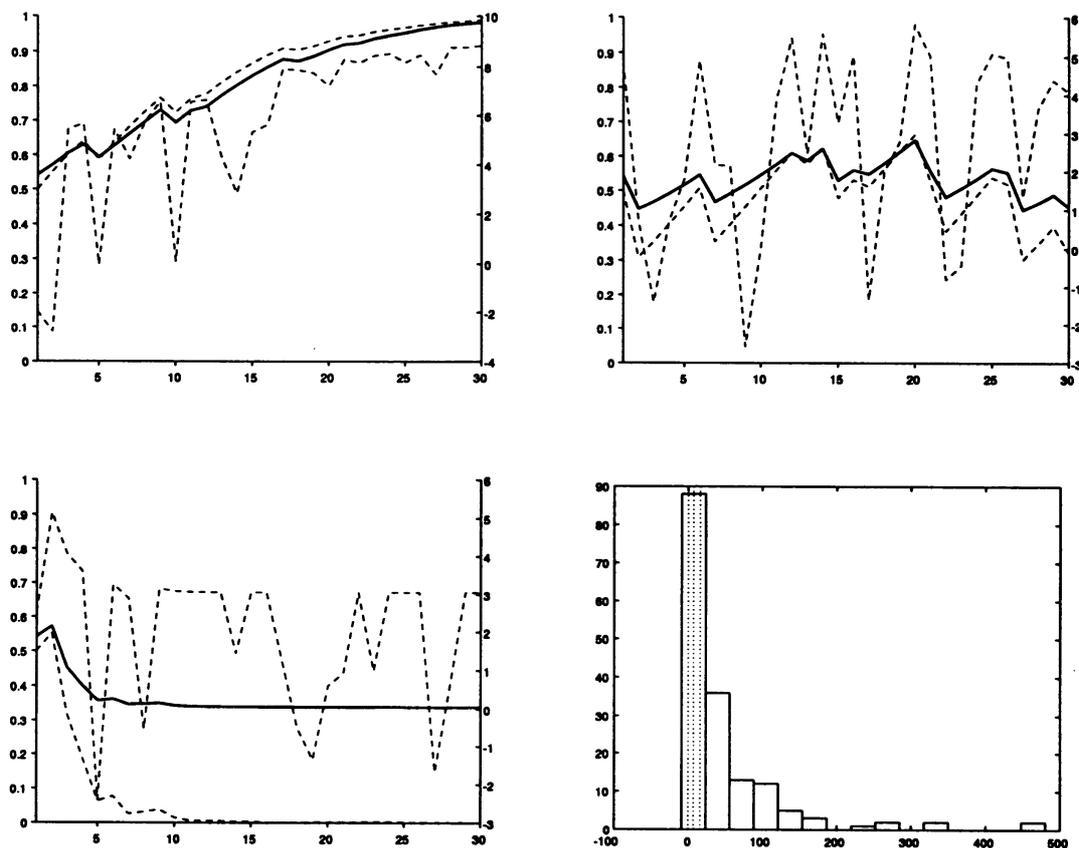
A. シミュレーション結果

2つの結果を紹介する。図 A.1 と図 A.2 のいずれも $p = 16$, $c = 7$, $b = 0$, $z^* = 0.07$ であり, θ はそれぞれ 0.5, 3.0 である。各図とも 4 枚構成であり, 前から 3 枚はサンプルパス, 4 枚目は品切損失費用 r のヒストグラムである。サンプルパスは, 最適仕入量 $x_t^*(z_{t-1})$ (太実線, 左縦目盛), 最頻値 m_t (最適仕入量の線に似た動きの破線, 左縦目盛), 利益 $u_t^*(w_t)$ (変動の大きい破線, 右縦目盛) からなる。ヒストグラムは縦軸が r の頻度であり, 縦の点線は右から p , c , b を表す。



データ数	最小値	最大値	平均	標準偏差
200	-5.9182	80.7294	7.43577	10.97016

図 A.1: シミュレーション結果: $\theta = 0.5$



データ数	最小値	最大値	平均	標準偏差
164	-8.9827	480.5577	46.63013	77.25904

図 A.2: シミュレーション結果： $\theta = 3.0$

B. 品切損失費用 r に関する統計量

No.	c	z^*	θ	データ数	最小値	最大値	平均	標準偏差	A	B
1	3	0.04	0.5	169	-12.98	474.19	8.11	55.17	15.14	38.38
2	4	0.04	0.5	186	-11.66	670.16	21.34	85.28	14.68	18.38
3	5	0.04	0.5	194	-9.00	622.97	22.17	74.39	19.09	22.19
4	6	0.04	0.5	199	-6.70	194.22	18.17	30.78	19.51	19.67
5	7	0.04	0.5	200	-2.58	90.88	13.43	14.92	13.42	13.42
6	8	0.04	0.5	200	-1.47	51.13	10.33	9.11	9.37	9.37
7	3	0.04	1.0	149	-12.99	594.21	-0.61	54.93	4.98	NaN
8	4	0.04	1.0	188	-11.91	380.82	12.57	49.46	20.15	26.57
9	5	0.04	1.0	192	-9.90	381.84	30.33	67.82	31.78	34.03
10	6	0.04	1.0	197	-7.15	541.04	38.91	74.23	33.35	34.85
11	7	0.04	1.0	199	-4.56	269.44	35.42	43.48	28.85	29.02
12	8	0.04	1.0	200	1.00	138.69	20.97	17.16	13.56	13.56
13	3	0.04	3.0	15	-12.90	31.58	-5.64	11.57	7.64	NaN
14	4	0.04	3.0	73	-11.95	292.05	19.52	57.09	25.51	NaN
15	5	0.04	3.0	114	-10.95	762.38	76.23	150.53	96.70	NaN
16	6	0.04	3.0	144	-9.71	783.56	111.27	177.70	96.41	NaN
17	7	0.04	3.0	190	-7.79	765.76	93.03	116.94	87.04	107.87
18	8	0.04	3.0	200	-2.21	171.03	33.48	24.80	20.28	20.28
19	5	0.07	0.5	198	-10.99	248.02	0.07	22.31	7.67	8.02
20	6	0.07	0.5	200	-8.04	107.09	2.34	10.96	8.19	8.19
21	7	0.07	0.5	200	-5.92	80.73	7.44	10.97	11.86	11.86
22	8	0.07	0.5	200	-3.11	46.72	7.37	7.24	7.23	7.23
23	9	0.07	0.5	200	-1.65	24.69	6.27	4.09	4.32	4.32
24	10	0.07	0.5	200	0.62	14.80	5.29	2.57	3.05	3.05
25	5	0.07	1.0	168	-10.98	224.92	-3.49	20.77	5.50	13.77
26	6	0.07	1.0	198	-9.65	319.68	4.15	26.58	10.99	11.13
27	7	0.07	1.0	200	-7.22	585.91	14.74	45.04	13.80	13.80
28	8	0.07	1.0	200	-3.03	79.45	13.26	11.65	11.85	11.85
29	9	0.07	1.0	200	0.52	61.63	11.46	7.66	6.52	6.52
30	10	0.07	1.0	200	0.65	16.14	7.44	2.92	4.11	4.11
31	5	0.07	3.0	37	-10.67	317.11	33.47	78.96	50.66	NaN
32	6	0.07	3.0	96	-9.39	767.30	79.18	157.93	92.86	NaN
33	7	0.07	3.0	164	-8.98	480.56	46.63	77.26	51.29	120.07
34	8	0.07	3.0	183	-7.94	140.93	26.97	22.29	23.42	25.87
35	9	0.07	3.0	199	-6.28	38.78	14.38	6.82	8.85	8.74
36	10	0.07	3.0	200	-1.08	20.16	9.08	3.57	4.31	4.31
37	5	0.10	0.5	181	-10.89	14.06	-7.35	3.83	4.05	4.99
38	6	0.10	0.5	200	-9.32	58.20	-2.57	7.73	5.85	5.85
39	7	0.10	0.5	200	-8.11	18.39	-0.47	5.10	6.61	6.61
40	8	0.10	0.5	200	-4.98	29.38	3.30	5.25	6.16	6.16
41	9	0.10	0.5	200	-2.77	33.92	4.89	4.71	5.16	5.16
42	10	0.10	0.5	200	0.40	13.84	4.34	2.43	2.93	2.93
43	5	0.10	1.0	51	-10.90	21.88	-8.12	5.53	2.31	NaN
44	6	0.10	1.0	151	-9.95	49.14	-4.87	7.12	4.88	41.58
45	7	0.10	1.0	189	-8.97	72.12	0.52	10.41	10.02	10.64
46	8	0.10	1.0	200	-7.40	60.54	6.08	9.69	11.24	11.24
47	9	0.10	1.0	200	-4.84	30.91	7.77	5.51	6.36	6.36
48	10	0.10	1.0	200	-2.25	21.90	6.37	2.80	3.48	3.48
49	5	0.10	3.0	5	-9.47	42.54	8.27	20.21	20.69	NaN
50	6	0.10	3.0	21	-8.95	341.51	67.45	110.19	60.95	NaN
51	7	0.10	3.0	72	-8.96	316.11	28.00	53.10	46.01	NaN
52	8	0.10	3.0	137	-7.71	74.46	18.99	17.58	21.86	NaN
53	9	0.10	3.0	169	-6.88	38.76	11.66	8.40	9.17	13.82
54	10	0.10	3.0	197	-5.99	25.10	8.57	4.33	4.76	5.01

※ いずれも $p = 16$, $b = 0$ である。また、実験プログラムは r を $800(p$ の 50 倍) 以下から探すように設定したため、利益平均 \bar{u} が非常に小さい場合、 r が 800 を超えて見つけられないことがある。この場合は欠損値としたため、データ数が 200 未満のものがある。これらを除いた上で統計量を求めた。なお、A は四分位範囲、B は欠損値も含めた上での四分位範囲である。