

カオスの時系列の短期予測に関する研究

－台風の動きは予測可能か？－

木戸 和彦

Kazuhiko Kido

創価大学大学院 工学研究科

Graduate School of Engineering, Soka University

1. はじめに

カオスの研究の1つにカオスの時系列データの短期予測問題がある。主な短期予測の方法には、グラム・シュミットの直交化法やテセレーション法などがあげられるが、その多くはパラメータの取り方によって予測不可能になったり、次元が高くなるに伴って計算時間が急激に増大するといった問題を抱えている[1]。

本論文では、比較的問題点の少ないニューロコンピューティングを用いる予測法に着目し、以前発表した論文『カオスの時系列の短期予測法の改良とその応用』[2]の中で提案した予測法（以下、中間層可変型多次元入出力法と呼ぶ）を拡張させ、2次元系のカオスの時系列の短期予測を可能にすることを目的とした。

はじめに、提案法（以下、2次元版中間層可変型多次元入出力法と呼ぶ）の有効性を確認するために、代表的なカオスの振る舞いをする2次元系のカオスの時系列モデルの短期予測に適用し、従来の予測法（以下、従来法と呼ぶ）との比較を行った。また、実際の時系列データへの応用として、台風に適用した結果を示した。

2. タケンスの埋め込み定理[1]

今、観測されたある時系列データ $y(t)$ から、ベクトル $(y(t), y(t-\tau), y(t-2\tau), \dots, y(t-(n-1)\tau))$ をつくる (τ は遅れ時間)。このベクトルは n 次元再構成状態空間 R^n の1点を示すことになる。従って t を変化させると、この n 次元再構成状態空間に軌道が描ける。もし、対象のシステムが決定論的力学系であって、観測時系列データがこの力学系の状態空間から1次元ユークリッド空間 R への C^1 連続写像に対応した観測系を介して得られたものと仮定すれば、この再構成軌道は元の決定論力学系の埋め込みになっている。つまり、元の力学系に何らかのアトラクタが現れているならば、再構成状態空間にはこのアトラクタの位相構造を保存したアトラクタが再現することになる。

以上がタケンスの埋め込み定理であるが、この定理が予測をする際に不可欠なものとなる。

3. ニューラルネットワークの構造

ここで、予測を行う際に用いるニューラルネットワークの構造を図1に示しておく。このニューラルネットワークは、入力層のユニット数を n 、中間層のユニット数を m 、出力層のユニット数を1とした、3層からなる階層型神経回路網で構成されている。

図の i は入力層への入力、 h は中間層からの出力、 o は出力層からの出力、 w は入力層と中間層の間の結合荷重、 v は中間層と出力層の間の結合荷重をそれぞれ示している。

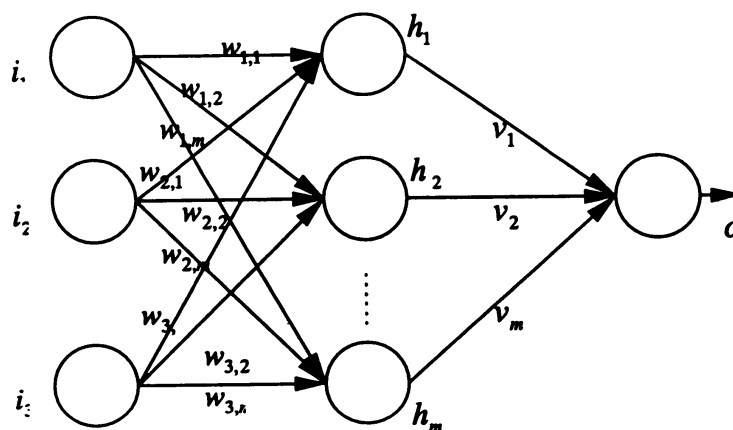


図 1

次に、従来法の各層での入出力値の計算式を示す。ただし、関数 s はシグモイド関数と呼ばれるもので、1次元の場合は、式(4)であらわされる。また、 E は誤差関数を表し、 o が出力値で i が教師信号を表している。

入力層への入力値

$$i_k = x_k \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots (1)$$

中間層からの出力値

$$h_k = s(\bar{h}_k) \quad (k, j = 1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots (2)$$

$$\bar{h}_k = \sum_{j=1}^m i_j w_{j,k}$$

出力層からの出力値

$$o = s(\bar{o}) \quad \dots\dots (3)$$

$$\bar{o} = \sum_{k=1}^m h_k v_k$$

シグモイド関数

$$s(r) = \frac{1}{1 + e^{-r}} \quad \dots\dots (4)$$

誤差関数

$$E = \frac{1}{2m} \alpha (o - i_{m+1})^2 \quad \dots\dots (5)$$

4. 従来法

今、ある時系列データを

$$(x_k, y_k) \quad k = 1, 2, \dots, m \quad \dots\dots (6)$$

とし、 $\{(x_k, y_k), k = 1, 2, \dots, m\}$ から (x_{m+1}, y_{m+1}) を予測する問題を考える。

従来法では、まず次のパターンをニューラルネットワークに学習させる。

| | 入力値 | 教師信号 |
|--------------|--------------------------------------|-----------|
| パターン 1: | x_1, x_2, \dots, x_n | x_{n+1} |
| パターン 2: | x_2, x_3, \dots, x_{n+1} | x_{n+2} |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| パターン $m-n$: | $x_{m-n}, x_{m-n+1}, \dots, x_{m-1}$ | x_m |

ここで、パターン $m-n$ まで全ての学習を終了した時点での結合荷重を保存しておく。そして予測過程として入力値を $x_{m-n+1}, x_{m-n+2}, \dots, x_m$ 、結合荷重を今保存したものとし、同じニューラルネットワークで1度だけ計算させる。その結果を予測値 x_{m+1} とする。これが、従来法である。

しかし、この方法では、 x_{m+1} を予測する時点で、それに関連するはずの x_{m-n} 以前のデータの影響がほとんど無視されるという問題点がある。

そこで、過去にこの問題を解決するために中間層可変型多次元入出力法を提案した。本論文では、この方法を2次元に拡張した2次元版中間層可変型多次元入出力法を提案する。

5.2 次元版中間層可変型多次元入出力法

2次元版中間層可変型多次元入出力法では、まず、元の時系列データにタケンスの埋め込み定理を適用し、3次元再構成状態空間に埋め込みを行う。すると、元の時系列データは、

$$((x_k, y_k), (x_{k+1}, y_{k+1}), (x_{k+2}, y_{k+2})) \quad k = 1, 2, \dots, m-2 \quad \dots \quad (7)$$

と書き直すことができる。

ここで、図1のニューラルネットワークに次のパターンを学習させる。

パターン 1

入力値 $((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)), ((x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)), \dots, ((x_n, y_n), (x_{n+1}, y_{n+1}), (x_{n+2}, y_{n+2}))$
教師信号 $((x_{n+1}, y_{n+1}), (x_{n+2}, y_{n+2}), (x_{n+3}, y_{n+3}))$

パターン 2

入力値 $((x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)), \dots, ((x_{n+1}, y_{n+1}), (x_{n+2}, y_{n+2}), (x_{n+3}, y_{n+3}))$
教師信号 $((x_{n+2}, y_{n+2}), (x_{n+3}, y_{n+3}), (x_{n+4}, y_{n+4}))$

⋮

パターン $m-2$

入力値 $((x_{m-n-2}, y_{m-n-2}), (x_{m-n-1}, y_{m-n-1}), (x_{m-n}, y_{m-n})), \dots, ((x_{m-3}, y_{m-3}), (x_{m-2}, y_{m-2}), (x_{m-1}, y_{m-1}))$
教師信号 $((x_{m-2}, y_{m-2}), (x_{m-1}, y_{m-1}), (x_m, y_m))$

この作業を m 個のデータが全て無くなるまで繰り返し行う。データが無くなった時点の結合荷重を保存しておく。そして予測として、

入力値 $((x_{m-n-1}, y_{m-n-1}), (x_{m-n}, y_{m-n}), (x_{m-n+1}, y_{m-n+1})), \dots, ((x_{m-2}, y_{m-2}), (x_{m-1}, y_{m-1}), (x_m, y_m))$,

結合荷重を今保存したものとし、同じニューラルネットワークで1度だけ計算させる。その結果

の内、1番最後のものを予測値 (x_{m+1}, y_{m+1}) とする。

次に、埋め込み次元を上げていき、 $m-n$ 次元に埋め込みする。すると元の時系列データは、 $(x_{i-(m-n-1)}, x_{i-(m-n)}, \dots, x_i)$ ($i = m-n, m$)と書き直すことができる。そして、3次元の場合と同様に、次のパターンを学習させ、終了した時点での結合荷重を保存しておく。

| 入力値 | 教師信号 |
|--|---------------------------|
| パターン： $(x_1, \dots, x_n), (x_2, \dots, x_{n+1}), \dots, (x_{m-n-2}, \dots, x_{m-1})$ | (x_{m-n-1}, \dots, x_m) |

次に、予測として入力値を $(x_2, \dots, x_{n+1}), (x_3, \dots, x_{n+2}), \dots, (x_{m-n-1}, \dots, x_m)$ 、結合荷重を先程保存したものとして、1度だけ計算する。その結果の内、1番最後のものを予測値 x_{m+1} とする。

これが2次元版中間層可変型多次元入出力法である。この場合の計算式を以下に示しておく。

入力層への入力値

$$i_k = (x_k, y_k) \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots (8)$$

中間層からの出力値

$$h_k = (s(\bar{h}_k), s(\bar{h}_{k+1}), s(\bar{h}_{k+2})) \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

$$\bar{h}_k = \sum_{k=1}^m i_k w_{k,j} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots (9)$$

出力層からの出力値

$$(o_1, o_2, o_3) = (s(\bar{o}_k), s(\bar{o}_{k+1}), s(\bar{o}_{k+2}))$$

$$\bar{o}_k = \sum_{k=1}^m h_k v_k \quad \dots\dots (10)$$

シグモイド関数

$$s(r_1, r_2, r_3) = (\bar{s}(r_1), \bar{s}(r_2), \bar{s}(r_3))$$

$$\bar{s}(r) = \frac{1}{1 + e^{-r}} \quad \dots\dots (11)$$

誤差関数

$$E_j = \frac{1}{2m} \alpha (o_j - i_{m+1})^2$$

$$E = \lambda E_1 + \mu E_2 + (1 - \lambda - \mu) E_3 \quad \dots\dots (12)$$

6. 時系列モデルと適用結果

提案法の有効性を確認するために、2次元系のカオス性を示す、エノン写像[3]

$$F(x, y) = \begin{pmatrix} 1 - ax^2 + y \\ bx \end{pmatrix} \quad \dots\dots (13)$$

に適用する。エノン写像は、パラメータ a, b が、 $0 < b < 1$, $\frac{3}{4}(1-b)^2 < a$ を満たすとカオス的振る

舞いをする事が良く知られている。このモデルに提案法を適用した結果を図2に示す。

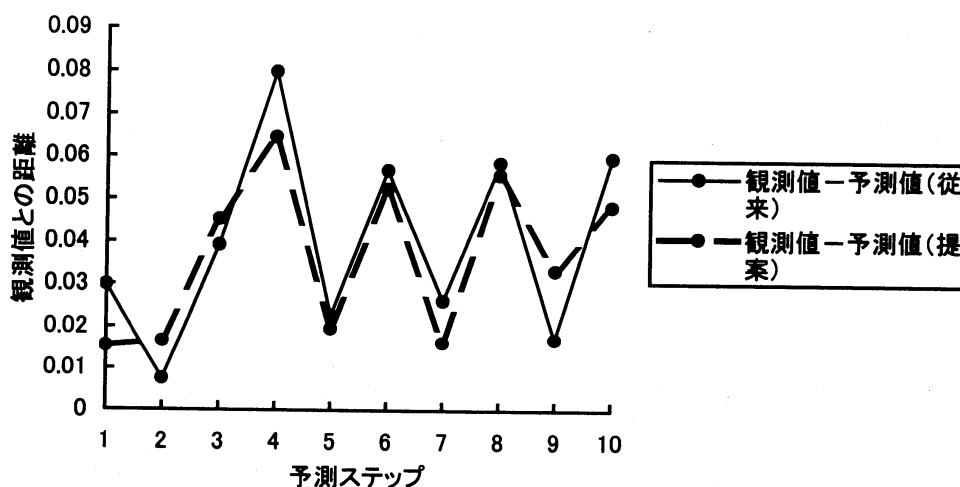


図2 観測値と予測値の差のグラフ

7. 台風データの規格化

台風データは、方向と速度で張られる、2次元ベクトルとして考える。

速度は、観測データをそのまま利用する。

方向は、図3のように観測データを360で割り、0と1の間に収まるように規格化する。

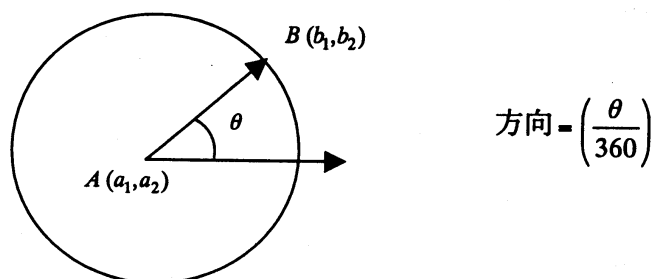


図3 点 $A(a_1, a_2)$ を中心、 $B(b_1, b_2)$ までの距離を半径とする円

第1・3象限にある場合

$$\tan(\theta) = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_2} \quad \dots\dots (14)$$

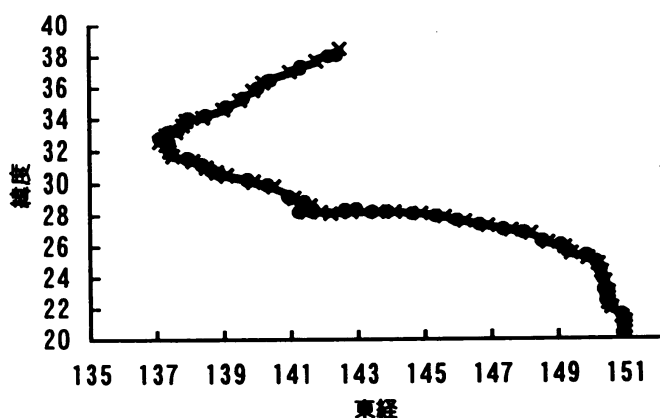
第2・4象限にある場合

$$-\tan(\theta) = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_2} \quad \dots\dots (15)$$

8. シミュレーション結果

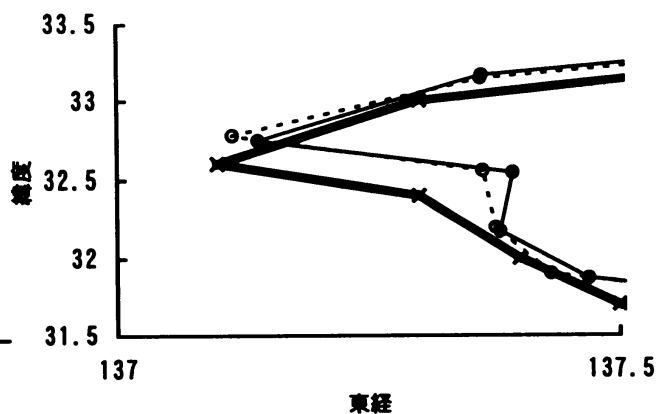
次に、提案法を実際の台風データへ適用した結果を示す。

図4は、2001年9月に発生した台風15号の経路[4]を従来法と提案法により予測した結果



●—●—実測値 - - ○ - - 従来法 ●—●—提案法

図4 台風15号の経路



●—●—実際 - - ○ - - 従来 ●—●—提案

図5 日本付近を拡大したグラフ

をプロットしたグラフである。また、図5は、台風の進路が西から東に変更する辺り（日本に最接近した辺り）を拡大したグラフである。

9. 考察

シミュレーション結果から、従来法、提案法、共に良い結果が得られた。しかし、このグラフだけではどちらの方が観測値により近いかわからない。

そこで、観測値との距離をプロットしたグラフを図6に示す。また、数値的に比較するため、実測値との距離の平均を示した。

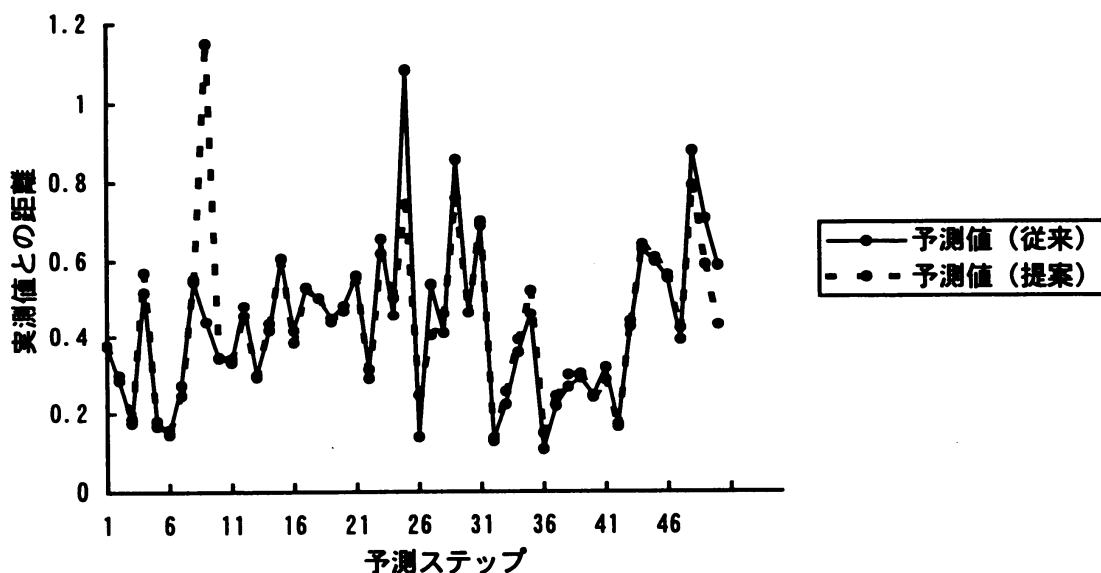


図6 観測値と予測値との距離をプロットしたグラフ

実測値と予測値との距離の平均

従来法 0.438693

提案法 0.342689

10.おわりに

本研究では、2次元系のカオスの時系列の短期予測をする方法を提案し、エノン写像に適用して、その有効性を確認した。

また、応用として、台風の時系列へ適用してみた。その結果、1ステップ先のみの予測では、従来法に比べより良い結果が得られた。

最後に、今後の問題点としては、

- ・計算時間がかかりすぎる（予測値1つにつき約30分）
- ・コンピュータの性能上発生した小さな誤差が、カオスの特徴である“初期値鋭敏性”により、予測の精度を下げる
- ・カオス的でない突発的なデータが含まれると予測し辛くなる

などがあげられる。

参考文献

- [1]五百旗頭正, 菅家正康, 藤本泰成, 鈴木新伍: “カオスの時系列の短期予測のための局所ファジィ再構成法”, 日本ファジィ学会誌 vol.7, No1, pp.186-194
- [2]木戸和彦: カオスの時系列の短期予測法の改良とその応用, 第16回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 pp- (2000)
- [3]デニー・グーリック 著, 前田恵一 原山卓久 訳: カオスとの遭遇 (1995)
- [4]台風関連ホームページ: <http://www.geocities.com/hs06537/>
- [5]○木戸和彦, 古川長太: カオスの時系列の短期予測法の研究, 数値解析研究所講究録 1194 不確実性の下での数理モデルの構築と最適化, 京都大学数理解析研究所, pp1-8 (2001)
- [6]木戸和彦: ニューロコンピューティングを用いたカオスの時系列の短期予測, 第14回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 pp763-764 (1998)
- [7]K.Kido: Short-term prediction on chaotic time-series using neurocomputing, proceedings of the first western pacific and third Australia-Japan workshop, pp278-284 (1999)
- [8]森田善久 著, 山口昌哉・合原一幸 編集: “生物モデルのカオス”, 朝倉書店 (1996)