

仮想領域法による脳脊髄液流動の数値シミュレーション

千葉大・工 水藤 寛 (Hiroshi Suito)、河原田 秀夫 (Hideo Kawarada)

Faculty of Engineering, Chiba Univ.

千葉大・医 植田 琢也 (Takuya Ueda)

School of Medicine, Chiba Univ.

1 はじめに

本研究は千葉大学における医工学連携プロジェクトの一環として進められている共同研究である。頭蓋内圧は様々な病態において上昇することが知られているが、現状では侵襲的な方法でのみ測定可能であり、その様な病態において頭蓋内圧を定量的・非侵襲的に測定することが求められている。我々の研究の目的はMRIで測定した脳脊髄液の流速データを境界条件として用いることで脊髄液腔内の流動シミュレーションを行い、その結果として脳脊髄液腔内の圧力分布を得ることにある。脳脊髄液の流動を支配する方程式としては非圧縮粘性流体に対する Navier-Stokes 方程式を用い、これを計算機上で数値的に解くことによって脊髄液腔内の各点における速度、圧力が求められることになる。領域全体が固体壁で囲まれているため、得られる圧力分布は未定係数を含んだ形となる。最終的には実験的に得られる脳などの弾性的性質を取り入れることで、未定係数を含まない圧力分布が得られるものと期待される。

解析モデルの形態情報にはMRIによる脳脊髄液腔の3次元データを用い、仮想領域法によって離散的に表現する。この手法は格子生成に伴う煩雑さを回避し、複雑な形状を比較的簡単に表現できるという利点を持っている。

2 脳脊髄液流動の概略

図1に対象とする領域の概略を示す。脳とそれに続く脊髄などの中枢神経系は頭蓋骨や脊椎骨によって守られている。それらの骨の内部は脳脊髄液 (cerebrospinal fluid) で満たされており、中枢神経系は其中で外部からの衝撃に対して守られていることになる。脳の内部には多くの血管が張り巡らされているため、心臓の拍動に伴ってそれらの血管床も拍動し、それによって脳実質も膨らんだり縮んだりする拍動を繰り返す。それは脳の周りを満たしている脳脊髄液の流れを誘起し、その流れは脊椎の内部にまで伝わる。

脳や中枢神経系に起きる病気によっては、脳圧 (脳脊髄液腔内の圧力) が亢進し、危険な状態になることがある。そのため、脳脊髄液の圧力がある限度以上になったら薬を使うなどの方法でその圧力を下げなければならない。しかし、現状では脳脊髄液の圧力を測定するには腰椎穿刺、つまり腰椎に穴を開けて管を挿入し、その液面の高さから圧力を知る方法しかない。これは患者に多大な負担をかける上に重要な神経を傷つけたりする危険も排除できない。

一方、最近のMRI技術の進歩により、脳脊髄液の流動速度についてはかなり詳細な測定ができるようになってきている。そこである断面、具体的には頸椎断面における流動速度のデータを用いて Navier-Stokes 方程式を数値的に解き、内部の各点における圧力や速度を推定しようというのが本研究の目指すところである。この手法が実現すれば、非侵襲的に脳圧を測定することが可能

になり、患者に対する負担を激減させることが可能になるわけである。

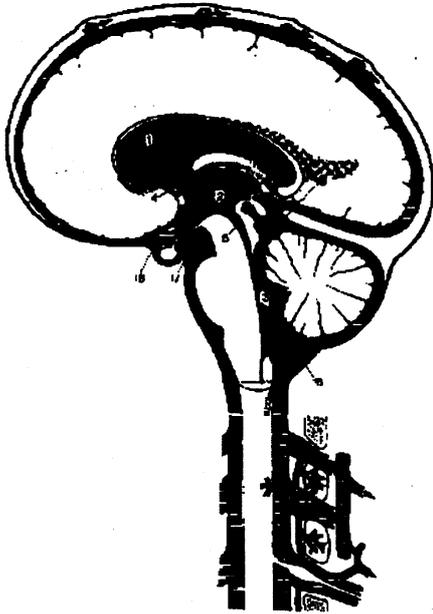


図1:脳脊髄液腔

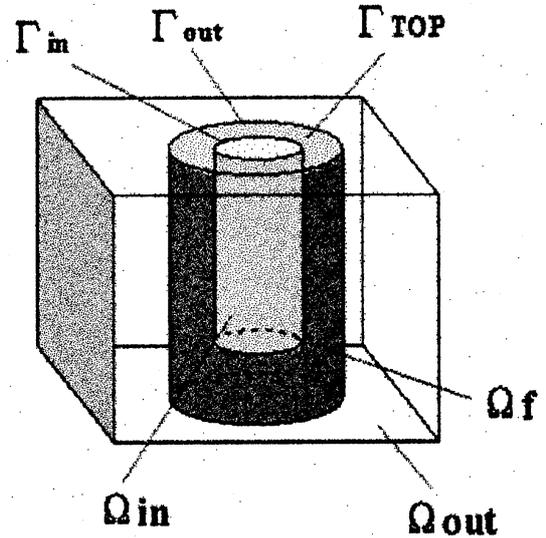


図2:計算領域

3 数理モデル

3.1 オリジナル問題

図2に計算領域図を示す。 Γ_{in} は脊髄の表面、 Γ_{out} は脊椎骨の内側(クモ膜面)、 Γ_{TOP} は頸椎に当たる部分の断面である。脳脊髄液は Γ_{in} と Γ_{out} の間の領域 Ω_f を満たしており、この領域における流れ場を求めることになる。

Find (\mathbf{u}, p) such that

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} & \text{in } \Omega_f(t), t > 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{in } \Omega_f(t), t > 0 \\ \mathbf{u} = 0 & \text{on } \Gamma_{out}, t > 0 \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_{MR} & \text{on } \Gamma_{TOP}, t > 0 \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_{in} & \text{on } \Gamma_{in}(t), t > 0 \\ \mathbf{u}|_{t=0} = 0 & \text{in } \Omega_f(0). \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{u}_{in} = w_{in}^0(t) \mathbf{ds}$ 、 $\mathbf{u}_{MR} = (0, 0, w_{MR})$ とする。 \mathbf{ds} は脊髄の中心軸に対する接線ベクトルであり、 w_{MR} は、MRIによって得られる流速データである。 $w_{in}^0(t)$ は、質量保存則を満足するために、次式によって決定される。

$$w_{in}^0(t) = -\frac{\int_{\partial \Omega_s(t) \cap \Gamma_{top}} w_{MR} d\Gamma}{\int_{\partial \Omega_{in} \cap \Gamma_{top}} d\Gamma} \quad (2)$$

3.2 仮想領域法による問題の変換

前節で定義した問題は時間によって変化する領域において記述されているため扱いが困難である。そこで、仮想領域法を用いて時間的に変化しない領域における問題に変換する。具体的には Γ_{in} の内側に仮想領域 Ω_{in} を追加し、 Γ_{out} の外側に仮想領域 Ω_{out} を追加する。それによって、全体が時間的に変化しない簡単な形状の領域での問題に書き換えられることになる。

Find (\mathbf{u}, p) such that

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} - \frac{1}{\varepsilon} \chi_{out} \mathbf{u} - \frac{1}{\varepsilon} \chi_{in}(t)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{in}) & \text{in } \Omega, t > 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{in } \Omega, t > 0 \\ \mathbf{u} = 0 & \text{on } \partial\Omega \setminus \Gamma_{TOP}, t > 0 \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_{MR} & \text{on } \Gamma_{TOP}, t > 0 \\ \mathbf{u}|_{t=0} = 0 & \text{in } \Omega, \end{array} \right. \quad (3)$$

ただし、 $\Omega = \Omega_{in}(t) \cup \overline{\Omega_s(t)} \cup \Omega_{out}$ である。 $\chi_{out}(\mathbf{x})$ と $\chi_{in}(\mathbf{x}, t)$ は Ω_{out} と $\Omega_{in}(t)$ を表現する特性関数である。

$$\chi_{out}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega_{out} \\ 0 & \mathbf{x} \notin \Omega_{out} \end{cases} \quad \chi_{in}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega_{in}(t) \\ 0 & \mathbf{x} \notin \Omega_{in}(t) \end{cases} \quad (4)$$

4 数値解法

頸椎断面における脳脊髄液の流速データはMRIの画像を解析することによって得られる。図3に、ある被験者の1心拍の間の流速変動を示す。なお、この例では心拍数が60回/分であったため、心拍周期は1.0秒である。

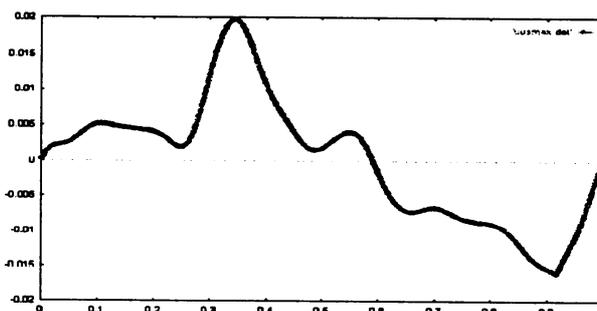


図3:流入速度

離散化には差分法を用い、脊髄の湾曲形状に沿って作成した曲線座標系を用いた。この曲線座標系から計算座標系への座標変換を行い、差分法は計算座標系にておこなった。MAC法に従い、Navier-Stokes方程式の発散をとることによって得られる圧力についてのPoisson方程式を解き、それによって得られた圧力を用いて速度場を求めている。

空間の離散化には、Navier-Stokes方程式の移流項に三次精度の風上差分、それ以外の空間微分項には二次精度の中心差分を用いた。時間積分には一次精度の半陰解法を用いている。

5 結果

前節で述べた MRI による流速データを Γ_{TOP} における境界条件として与え、心拍の 3 周期程度にわたって計算を行った。図 4、5 に腰椎部付近における、ある時刻の速度の脊椎に平行な成分の等高線を示す。脊髄の左右で速度が大きくなっていることがわかる。



図 4:流速の等高線 (流入時)



図 5:流速の等高線 (流出時)

図 6 に脊髄液腔内の圧力の最大値・最小値の変動、図 7 に圧力勾配の最大値の変動を示す。頸椎部からの流入と同期して圧力・圧力勾配も変動していることがわかる。

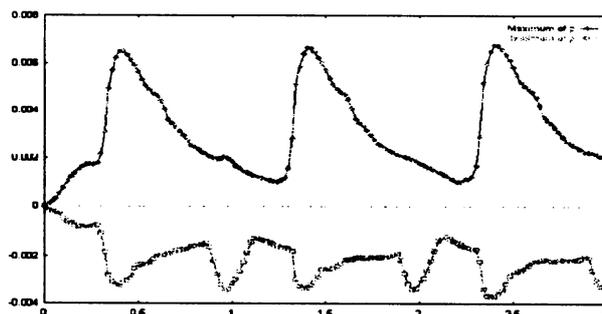


図6:圧力変動

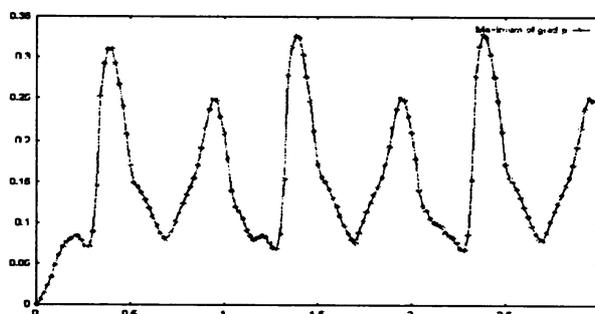


図7:圧力勾配変動

6 結論

今回は第一歩として単純化した形状を用い、いくつかの仮定の下に計算を行った。今後の課題としては、

1. 脳脊髄液腔の3次元形状をそのままMRI画像から取り込むシステムの構築
2. モデルの高精度化
3. 脊髄や脳の弾性的な性質を考慮したシミュレーション

等が挙げられる。1.については、実際には脊髄の周りには神経繊維や血管が多数存在しており、脊髄液腔内の流れに影響を及ぼしていると考えられる。これらの影響をどこまで数理モデルに取り入れる必要があるかを見極める必要があるものと思われる。2.及び3.については、冒頭に述べたように、脊髄や脳の弾性的な性質がわからなければ具体的な圧力値を得ることはできない。実験データを用いて圧力を定量的に知るための工夫が必要である。

これらの課題を解決することで、非侵襲的な脳圧測定法に対する現実的なツールとなっていくことが期待される。