

## 道路交通流の分析アプローチと整流化の試み

京大・土木工学専攻 宇野 伸宏(Nobuhiro Uno)  
 Department of Civil Engineering,  
 Kyoto University

### 1. 交通渋滞はなぜ起きるか？ — ボトルネックの存在

道路の交通容量とは、ある道路の交通処理能力の大きさを意味するものであり、一般的に「一定の道路条件・交通条件の下で、一定時間内にある道路の断面を通過することができる自動車の最大数」と定義される。道路の交通容量は、車線幅員、路側にある障害物までの距離（側方余裕幅）、縦断勾配、曲線半径等のいわゆる道路条件の影響を強く受けることは自明と思われる。車線幅員の狭い道路、電柱が車両の通行に影響を及ぼす様な道路、縦断勾配・曲線半径ともに運転者の観点から見た場合厳しい道路は、一般的にその交通容量が小さいと言える。また、道路の交通容量を考える際には、当該道路の交通条件の影響も無視することはできない。特に乗用車と比して走行性能の劣る大型車が多数利用する道路においては、交通容量の低下が頻繁に生じ得る。

交通渋滞がなぜ生じるかという原因をひと言で表せば、ある道路を利用しようとする交通（交通需要）が、その道路の交通容量を超過するためと言うことができる。図-1は単路部（合流・分流・交差等のない最も基本的な道路構造）を模式的に表したものである。この図では道路の幅が交通容量の大きさに比例していると仮定する。図-1(a)は均質な容量をもつ道路区間を表しており、図-1(b)は途中で容量が低下する箇所を含む道路区間を表している。前者においては、図中の区間内では交通容量が一定であるので、当該道路区間内で渋滞が発生することは基本的に無いと言える。仮に渋滞が発生するとすれば、当該区間の最上流において交通需要が容量を超過することで渋滞が発生することになる

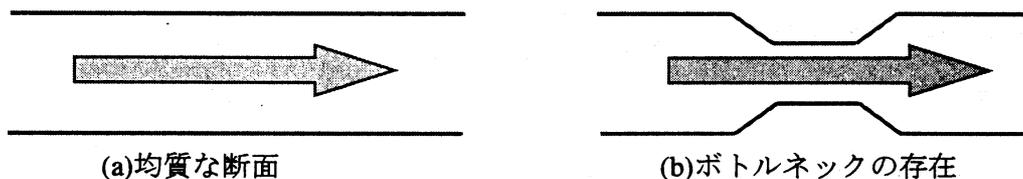


図-1 単路部の模式図

図-1(b)の容量が低下した箇所をボトルネック(bottleneck)と言う。道路交通におけるボトルネックとは、図からも明らかな様に前後の区間と比較して交通容量が低下する箇所のことを意味する。ボトルネックにも大別して2種類あり、1)道路構造から見て自明のボトルネックと2)自明では無いボトルネックが考えられる。前者の代表的な例としては、図-2(a)に示す様な織込み部(weaving section)を挙げることができる。これは2車線道路と2車線道が合流して2車線となり、直後にまた分流する構造を持つものであり、阪神高速道路、首都高速道路等の都市高速道路で多く見られる道路構造である。2)の自明でないボトルネックの代表例としては、図-2(b)に示すサグ(sag)部を挙げることができる。サグ部とは縦断勾配が下り勾配から上り勾配へと変化する箇所を表すが、

このような箇所ではドライバーがその勾配変化を認識することができない場合があり、加速が遅れるため渋滞発生に結びつく可能性があると言われている。

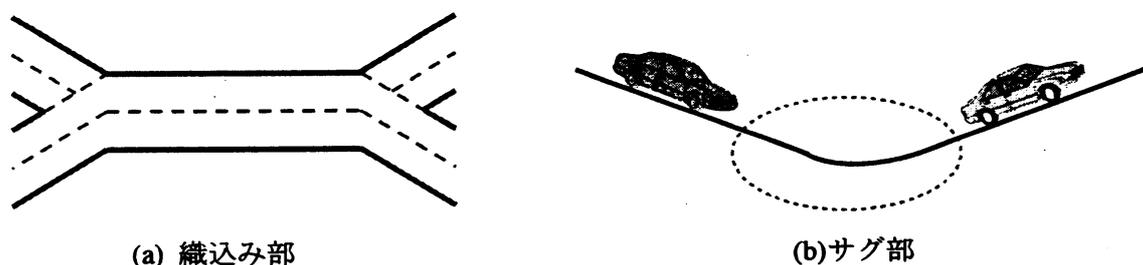


図-2 代表的なボトルネック

渋滞の発生・解消のメカニズムあるいは車両間の錯綜を詳細に分析することは、渋滞対策ならびに交通安全対策を立案・評価する上で非常に重要であり、交通工学の分野において長年研究されてきたテーマの一つである。本稿では、交通流のマクロ的解析手法ならびにミクロ的解析手法の概要を示すとともに、先端的な情報通信・車両制御・センサー技術の応用により、車両の反応時間が短縮された場合の交通流の安定性・安全性に関する考察を行うこととする。

## 2. 交通流のマクロ的解析手法

### 2.1 道路交通における波動理論

1951年、M.J.LighthillとG.B.Whithamは流体力学の考え方を、道路の単路部における交通流の問題に適用することにより、交通流を動的かつマクロ的に表現するという理論的なアプローチを試みた<sup>1)</sup>。これがKinematic Wave theory (波動理論)と呼ばれるものであり、交通密度 $k$ 、交通量 $q$ 、空間平均速度 $v$ が用いられ、以下の流体力学の3つの原則に基づいている。

1. 交通量の連続式が成り立つこと

$$\frac{\partial k(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

2. 交通量の基本関係式が成り立つこと

$$q = kv \quad (2)$$

3. 速度は密度の関数となること

$$v = v(k) \quad (3)$$

変数を以下のように定義する。

$q$  : 交通量で、ある時間にある地点を通過する量 (台/h)

$k$  : 交通密度で、ある一定の区間に存在する交通台数 (台/km)

$v$  : 車両の空間平均走行速度 (km/h)

$x$  : ある地点

$t$  : 時間

このように、Kinematic Wave Theoryは、交通量の連続式という基本的な保存式を用いているため、この後に続く研究におけるモデルと対比して、Simple Continuum Model (SCM)と呼ばれている。

この Kinematic Wave Theory の特徴としては、各地点において波がそれぞれの伝播速度を持っており、また密度波（以下 Kinematic Wave）上ではその交通量が常に一定であるということがあげられる。

SCM は Kinematic Wave を用いて交通流を表現させるものであるが、この SCM も交通現象を十分に再現しているわけではない。SCM の考え方が発表されて以降、問題点を指摘し改良を試みる多くの論文が発表されており<sup>2),3),4),5),6)</sup>、指摘されている重要な問題点として以下の4つが挙げられる。

1. 初期の状態において交通密度が連続的であっても、SCM により密度の不連続な解が導き出される。この密度の不連続性は、速度の急激な変化として無限に伝播していく。
2. SCM では速度は静的な K-V 関係によって定められており、臨界密度付近での速度の変動は認めていない。現実では速度は反応遅れ等による時間的な遅れを伴って変化していくのに対し、SCM では速度は急激に変化してしまう。
3. 車両が停車に至ってしまうような深刻な渋滞時において、個々の車両のストップアンドゴー挙動等による、交通流の微少な乱れが拡幅していく様子を表現することができない。
4. 渋滞エリアに近づいていく車両の方が、渋滞から抜け出す車両よりも車頭距離が小さいという、過去の交通現象を表現できない。

これらの問題点を解決するため、SCM に続く研究として、高次元で動的・マクロ的な交通流モデルの研究が進められた。SCM の発表後に改良のため提案されたモデルは、そのモデルの基本式の形式上 SCM と区別され High-order Continuum Model (HCM) と呼ばれる。この HCM の特徴をひと言で表せば、SCM の構造的特徴である連続式に加えて、運動量式を導入したことである。

## 2.2 Kinematic Wave の伝播

ここでは SCM の考え方をを用いて、Kinematic Wave とりわけ交通流における Shock Wave (衝撃波) の伝播について説明する。ここで交通量  $q$  は位置  $x$  とその位置の交通密度  $k$  の関数  $q = q(k, x)$  と仮定し、連続式とある地点における Kinematic Wave の速度  $c = \partial q / \partial k = c(k, x)$  を掛け合わせることにより、Kinematic Wave theory の基本の連続式は以下のように書き表せる。

$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial t} + c \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$c$  : Kinematic Wave の伝播速度

図-3 のように、ある地点における交通量と速度の関係を表す(2)式より  $v = q/k$  を考慮すると、Kinematic Wave の伝播する速度  $c$  は

$$c = \frac{dq}{dk} = \frac{d}{dk}(kv) = v + k \frac{dv}{dk} \quad (5)$$

と表現される。これは  $q = q(k)$  (Q-K 曲線、交通量-密度曲線) における接線の傾き  $q'(k)$  に等しい。また、(2)式より図-3 のような Q-K 曲線において、原点 O とある交通状態を表す Q-K 曲線上の点 A を結んだ傾き OA により、実際の車両の空間平均速度  $v$  が表現されている。交通流においては、(3)式で表される車両の平均速度  $v = v(k)$  は減少関数（交通密度が増加し、混雑してくれば速度が低下する）であるので、 $dv/dk < 0$  となり常に  $c < v$  となる。また図-4 にある Q-K 曲線よりわかるように、交通密度  $k$  が  $k < k_c$  である Free flow (自由流) の場合、接線の傾き  $q'(k)$  は

正なので、 $c > 0$  となり Kinematic Wave は前方に伝播する。一方、 $k > k_c$  である Congested flow (混雑流) の場合、接線の傾き  $q'(k)$  は負なので  $c < 0$  となり、Kinematic Wave は上流側に伝播するといえる。現実の現象に即して考えると、道路上にいったん混雑が生じ渋滞状態に陥った場合、その乱れは基本的に上流側へと伝播していくことから、この理論的に得られた Kinematic Wave の伝播の方向が正しいことが分かる。

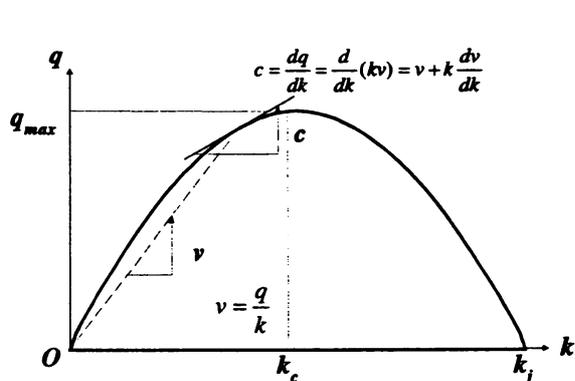


図-3 密度波  $c$  と車両速度  $v$

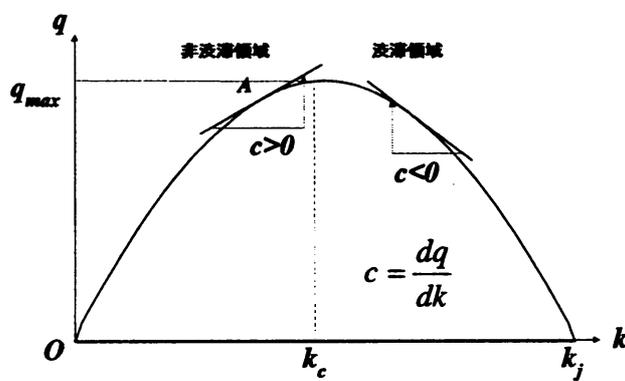


図-4 密度波  $c$  の伝播方向

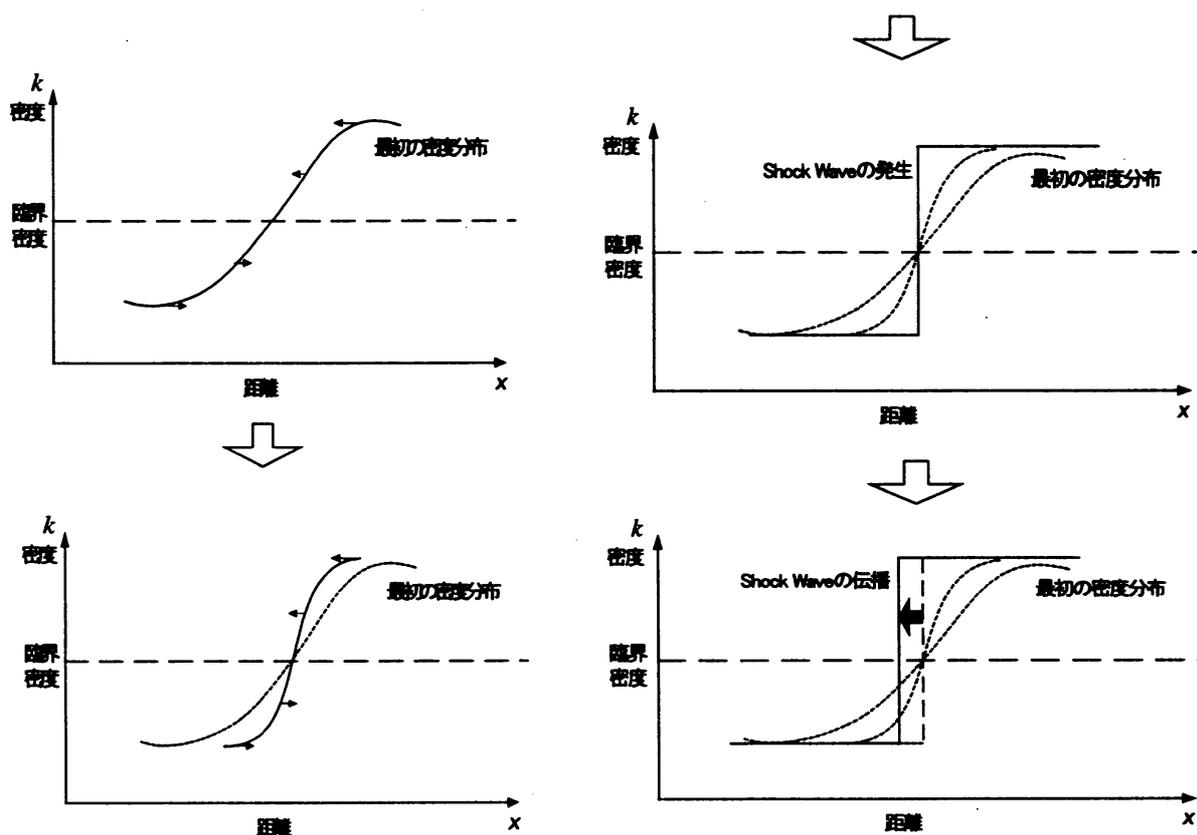


図-5 衝撃波 (shock wave) の形成

Kinematic Wave の考え方によると、道路上における各地点の交通密度の違い、ならびに、当該地点の交通状態 (渋滞/非渋滞状態) により、その伝播速度  $c$  の大きさや進行方向が異なる。Kinematic Wave の伝播により道路上においては、非線形に交通密度が変化していく。このため

速の Kinematic Wave が遅い Kinematic Wave に追いついて吸収され、進行していくこと、ならびに、進行方向に伝わる Kinematic Wave と後方に伝わるものが衝突することにより、図-5 に示すように交通密度の不連続線が発達し、それがさらに伝播する。これが交通流における Shock Wave (衝撃波) と呼ばれるものである。

Kinematic Wave の理論では、進行方向が異なる Kinematic Wave が衝突し Shock Wave が発生した後においても、地点の交通状況に応じて Q-K 曲線上の接線の傾き  $q'(k)$  に等しい速度で Kinematic Wave は伝播する。理論的には、渋滞流の後尾において、密度の不連続な状態である Shock Wave が発生した後も、下流の混雑流側の Kinematic Wave は、上流側へと進行しようとし、また上流の自由流側の Kinematic Wave も、下流側へ進行しようとする。こうして渋滞末尾において複数の交通密度が存在するおそれがある。これを図-6 に示すが、これは、ある時間  $t=0$  に Shock Wave が発生した後の  $t>0$  において、上流側、下流側の各 Kinematic Wave が進行し続け Shock Wave が成立しないことを示している。この現象はあきらかに非現実である。このときには、流体力学の法則、つまりは SCM の考え方によりよって、交通量の釣り合いが保たれ、上流側と下流側の密度の釣り合いがとれるように、Shock Wave が成立する。これを図-7 に示す。このようにして、渋滞後尾においてただ1つの地点において密度の不連続性を保ったまま Shock Wave は伝播していく。これがまさに渋滞の最後尾が、さらに上流側に伝播していく様子を理論的に説明したものである。

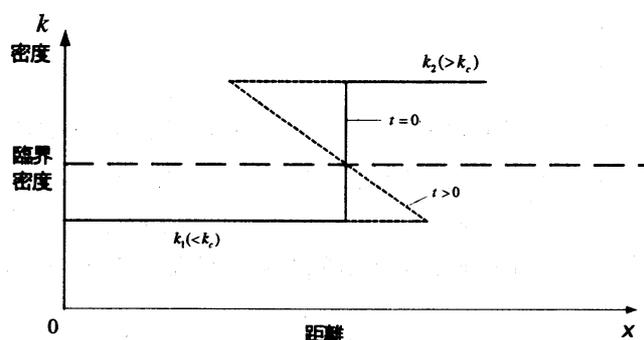


図-6 複数の交通密度の存在

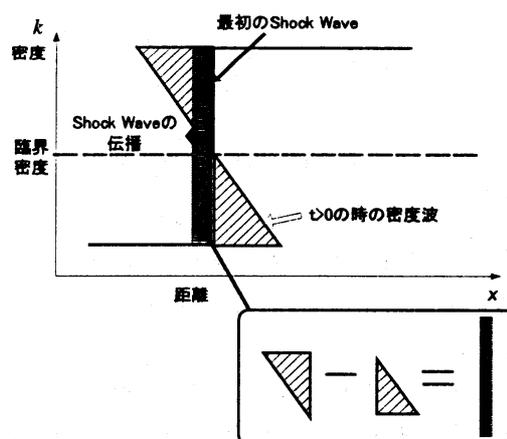


図-7 新たな衝撃波の形成

### 3. 交通流のミクロ的解析手法

#### 3.1 交通流のミクロ的解析手法とマクロ的解析手法

2.で述べた交通流のマクロ的解析手法は、道路区間の交通処理能力を大局的に把握するため、あるいは渋滞の延伸・解消現象を記述するために、非常に有用な分析アプローチである。近年においては、いわゆるマクロ交通シミュレーションにおいて交通流動現象を記述する際に、前述の波動原理の考え方が多く利用されている。とりわけ、高速道路等のアクセスコントロールされた道路上における渋滞の延伸・解消の記述においては、波動原理の考え方は有効である。

一方、交通流のミクロ的解析手法は車両1台1台の挙動を解析し、そのモデル化を試みるもの

であり、道路上における車両同士の錯綜や各種の相互作用を明示的に記述することができるアプローチである。例えば、道路交通流の安全性ならびに効率性に大きく影響を及ぼしているものに、ドライバーの知覚反応時間がある。前方車の加速・減速等の事象に発生に対して、ドライバーはある遅れを伴って対応行動を起こすため、交通流に乱れが生じる場合が多々ある。マクロ的解析手法では、この様な知覚反応時間の影響を明示的に考慮することができない。言い換えれば、ミクロ的解析手法は渋滞発生の原因・メカニズムをより詳細に、ドライバーの行動を基礎に記述する際に有効な分析アプローチと考えられる。本稿では、ミクロ的解析手法の中でも、最も基本的な追従(car-following)モデルについて述べることにする。

### 3.2 追従モデル

道路を走行する車両は、前方走行車両、特に直前の車両の挙動から大きな影響を受ける。このため、道路の延長方向に何台かの車両が列をなして走行しているとき、その車列の中で生じた走行の乱れは後方車両に順次伝播していく。このドライバーの追従走行挙動をマイクロレベルで表したのが、追従モデルである。追従モデルの開発は1950年代に着手され、初期の研究成果として代表的なものは、General MotorsのTechnical Center in Detroitで開発された、いわゆるGMモデルと米谷・佐佐木のモデルがある。ここでは前者について簡単に説明する<sup>78)</sup>。

GMモデルの基本は、[反応(加減速)] = [感度(sensitivity)] × [刺激(相対速度)] で表される刺激-反応(stimulus-response)関係である。より具体的に表すとGMモデルは式(6)の通りとなる。

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = \lambda \left\{ \frac{[\dot{x}_{n+1}(t+T)]^m}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^l} \right\} [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \quad (6)$$

ここで、 $x_n$ :  $n$ 番目の車両の位置、 $\dot{x}_n$ :  $n$ 番目の車両の速度、 $\ddot{x}_n$ :  $n$ 番目の車両の加速度、 $t$ : 時刻、 $T$ : 刺激に対するドライバーの知覚・反応時間、 $\lambda$ : 定数である。

式(6)はGMモデルの一般式であり、パラメータ  $m$ ,  $l$  を  $m=0$ ,  $l=0$  とすると sensitivity の項が定数となる Pipes モデルに、 $m=0$ ,  $l=1$  とすると sensitivity が2車間の車頭距離に反比例する Gazis モデルになる。

相対速度のみを刺激とした deterministic なモデルである GM モデルは、その式形からドライバー挙動の再現性の点から見た場合、次のような問題点を有しているものと考えられる。

- ① GM モデルを用いた場合、実際のドライバーが無視するような相対速度の僅かな変化に対しても常に追従車が反応する形となる。
- ② 実際にドライバーは、車頭距離の増加よりも減少に対してより大きな注意を払うと考えられるが、GM モデルでは相対速度が正值でも負値でも(車頭距離が同じであれば)、出力として得られる加減速度の絶対値は同じとなる。
- ③ 追従車は希望車頭距離を維持するため、先行車との相対速度が0であっても、その車間距離によっては加減速するケースが往々にして生じるが、GM モデルではこの様な状況を表すことができない。
- ④ 初期状態を安全と考えているため、振動後の安全は必ずしも振動前と同じになる保証はない。ところで、本来人間の意思決定はあいまいさを含むものである。客観的に見れば同じ交通状況であっても、その時々によってドライバーの判断が異なることは頻繁に見受けられるし、また stimulus-response 関係の入力となる刺激も、人間は連続量で捉えているのではなく、linguistic な変数(例えば「速い」、「遅い」、「近い」、「遠い」等)として捉えているものと考えられる。この様

な人間の意思決定におけるあいまいさを考慮するためには、ファジィ推論の適用が妥当である。本稿の4.では、Kikuchiらが開発した「UD ファジィ追従モデル」を用いて、車両の反応時間の削減と交通流の安全性の関係について分析する<sup>9)</sup>。

UD ファジィ追従モデルは、先行車 (Leading Vehicle (LV)) の挙動に対する、追従車 (Following Vehicle (FV)) の反応を加減速度で表すファジィ推論システムから構成される。モデルの入力である前件部(premise)変数としては、「相対速度 (Relative Speed (RS)) の知覚値」と「車頭距離 (Distance headway (D)) の知覚値」の2つを用いている。入力・出力ともに自然言語により表しており、入・出力値についてある程度の幅を持たせることが可能である。結論 (consequence) は追従車の加速度あるいは減速度により表される。ファジィルールの一例を示すと次の通りとなる。

Input:  $x_1$  は  $s$ ,  $x_2$  は  $d$  である。

Rule: もし  $x_1$  が  $RS_i$  で,  $x_2$  が  $D_j$  であれば,  $y$  は  $AFV_k$  である。

Output:  $y$  は  $AFV'$  である。

ただし,  $s$ : LV と FV の相対速度 (特定の値)  
 $d$ : LV と FV の車頭距離 (特定の値)  
 $RS_i$ : 相対速度の知覚値 (ファジィ数)  
 $D_j$ : 車頭距離の知覚値 (ファジィ数)  
 $AFV_k$ : 加速度 (あるいは減速度) で表した追従車の反応 (ファジィ数)  
 $AFV'$ : 加速度 (あるいは減速度) で表した追従車の反応に対する予測 (ファジィ数)

上記のルールより明確であるが、GM モデルにおける刺激である相対速度のみならず、先行車との車頭距離も刺激となり得るため、ドライバーの追従走行挙動をより正確に再現できる可能性が高い。ドライバーの行動を規定するパラメータとしては、感度指標 (sensitivity index), 希望車頭距離に関する指標, ならびに知覚反応時間が必要となる。

## 4. ITS と交通流の整流化の可能性

### 4.1 ITS と車両の走行支援

ITS (Intelligent Transport Systems) の主たるねらいは、「ひと」、「道路」、「車両」を近年その進展がめざましいコンピュータ技術と、通信システムにより有機的に統合することで、道路交通を中心とした交通システムの利用状況を改善し、とりわけ自動車交通に関わる諸問題の解決をはかることにある。具体的には、交通混雑の緩和、ネットワークの有効利用、安全性の向上、燃料消費の改善、環境保全等に関する課題の解決に、ITS が貢献するものと期待されている。また、ITS に対しては「高度道路交通システム」という邦訳が当てられる場合もある。

ITS の中でも交通安全の向上に大きく貢献することが期待されるシステムとして、走行支援道路システム AHS (Advanced cruise-assist Highway System) がある。走行支援道路システム AHS とは、スマートカー (知能化された自動車) とスマートウェイ (知能化された道路) が協調し、情報をリアルタイムにやりとりすることにより、ドライバーの走行を支援するシステムである。スマートウェイは、路車間通信システム、各種センサ (路面状況把握センサ、障害物検知センサ等)、走行支援のためのレーンマーカー、光ファイバーネットワーク等を組み込んだ先進的な道路システムであり、AHS をはじめとする ITS 実現のためのキーインフラである。スマートカーは、路車間通信の受信機、障害物検知や車間距離計測のための各種センサ、自動 (車両) 制御装置を搭載した車両である。AHS が将来的に導入されれば、人間の認知・判断・操作が AHS により支

援・補完されるため、ヒューマンエラーの削減、知覚反応時間の短縮、車両間のコミュニケーションによる協調制御等の機能の実現が期待される。本稿では3.で説明したファジィ追従モデルを利用して、車両の反応時間が短縮された場合の影響を簡単なシミュレーションを通して考察する。

## 4.2 反応時間の削減と交通流

### (1) シミュレーション条件

先述の AHS の機能が実現された場合を想定して、車両の反応時間と交通流の安全性の関係について、UD ファジィ追従モデルを利用したシミュレーション分析を行う。シミュレーション条件の概要を以下に示す。

- 1) 1台の先行車 (LV) と 10台の追従車 (FV)が車群として走行する状況を想定。
- 2) 単路部の走行を仮定し、車線変更などは考慮しない。
- 3) シミュレーション時間は 200.0 sec, スキャンインターバルは 0.1 sec に設定。
- 4) 先行車(LV)の挙動は減速・加速を連続して行い、交通流に乱れを生じさせる生成するように設定(図-8)。
- 5) 想定車種は2種類であり、一つは ACCS(Adaptive Cruise Control System)車, 他方は非 ACCS 車とする。ACCS 車は AHS の一部機能を搭載した車両であり, 反応時間は 0.1 秒と仮定する。非 ACCS 車はいわゆるドライバーが運転する車両であり, その反応時間は 1.5 秒とする。
- 6) シミュレーションの初期値として, 速度は 60(ft/sec) (=約 65(km/h)), 車頭距離は 120(ft)で時間当たり交通量に換算すると 1800(veh/h)とする。一般的に考えて, 渋滞とはならないものの比較的交通量の多い状態を想定する。
- 7) 本稿で示すシミュレーションケースは, 次の4種類とする。
  - 追従車が全て非 ACCS 車のケース (' Base Case' と表記)。
  - 1台目の追従車のみが ACCS 車のケース (' R01A01' と表記)。
  - 1台目から5台目までの追従車が ACCS 車のケース (' R01A05' と表記)。
  - 追従車が10台とも ACCS 車のケース (' R01A10' と表記)。

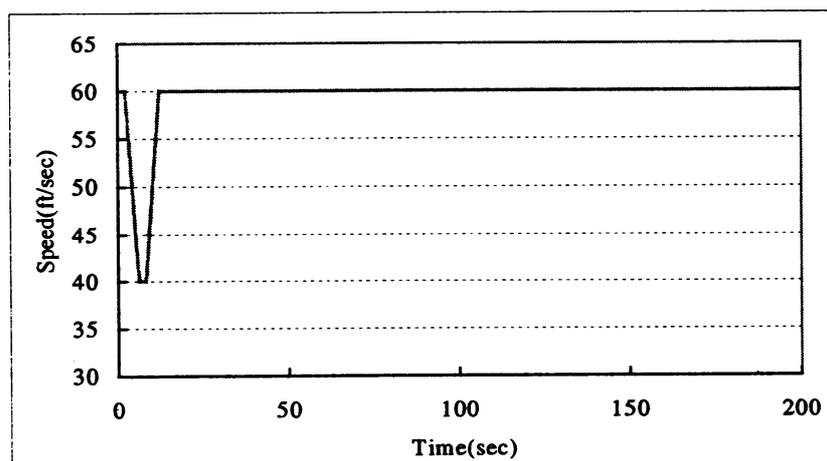


図-8 先行車の減速・加速挙動

本稿での評価項目は, a)交通流の安定性と b)交通流の安全性の2つとする。a)については, 車群の最小車間距離の推定値に基づき判定する。後方の車両ほど最小車間距離が小さくなる場合, 先行車の減速・加速で生じた乱れが車群後方に伝播するに従い増幅される傾向を示すものと解釈

される。すなわち、この場合交通流は安定と言えないと判定される。b)については、潜在的衝突危険時間(potential danger time)という指標をシミュレーションにより算定し評価する。潜在的衝突危険時間とは、シミュレーションで計算された時々刻々の各車両の走行位置・速度に基づき、仮に直前を行く車両が急ブレーキをかけた場合に、衝突を回避できない時間を車両毎に求めた指標である。

## (2) シミュレーション結果

車両反応時間の削減が交通流の安定性に及ぼす影響について、図-9 に示した計算結果より考察する。この図は 10 台の追従車の最小車間距離を先述の 4 ケース毎に示したものである。図-9 より明らかな様に、Base Case については後方の追従車ほど最小車間距離が小さくなっており、先行車の挙動により生じた乱れが増幅される傾向にある。先行車の直後の車両が ACCS 車となる場合 (R01A01)、Base Case と比較すると最小車間距離が大幅に増加する傾向にある。しかしながら、後方の追従車ほど最小車間距離が小さくなる傾向は依然として認められる。R01A05 ならびに R01A10 のケースでは、最小車間距離が後方車ほど減少する傾向は、ほぼ認められない。すなわち、車両の反応時間の削減が交通流の安定性の向上に寄与する可能性が考えられる。

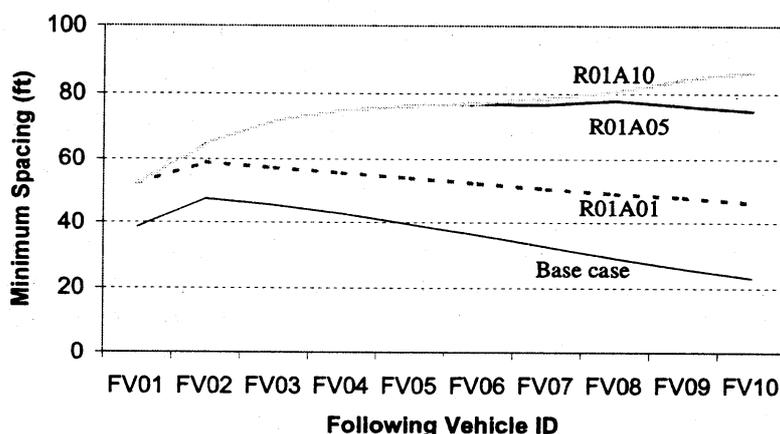


図-9 反応時間と最小車間距離の関係

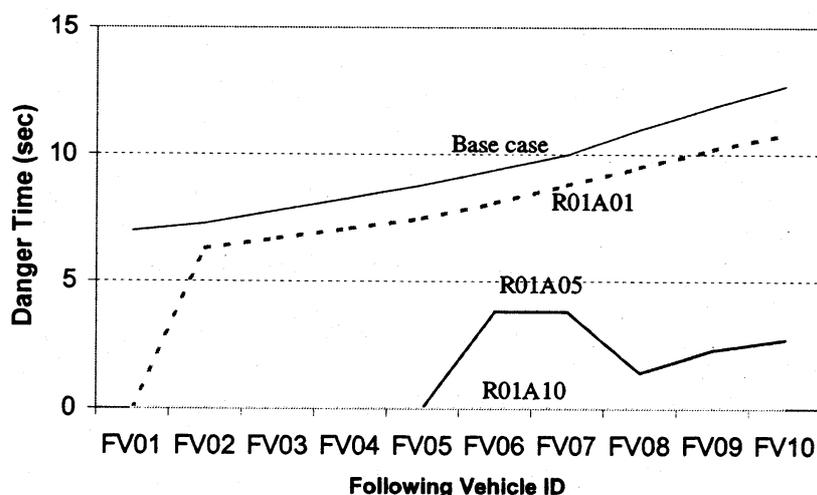


図-10 反応時間と潜在的衝突危険時間の関係

車両の反応時間の削減が交通流の安全性に及ぼす影響について、図-10に基づき考察する。交通流の安全性は、上述の安定性と密接に関連しているため、反応時間の短い ACCS 車の増加に伴い、潜在的衝突危険時間も減少する傾向にある。また、ACCS 車自体の潜在的衝突危険時間は、反応時間を 0.1 秒まで短縮すると、全く認められなくなる。以上より、車両の反応時間の削減は、交通流の安全性の向上にも寄与する可能性が高いと言える。

## 5. おわりに

本稿では、交通流のマクロ的解析手法とミクロ的解析手法の概要について述べるとともに、ITS (Intelligent Transport Systems) の利用による交通流の整流化の可能性について論じた。ITS 時代の到来は、道路交通の利用者に対して豊富なリアルタイム情報が提供され、交通サービスの水準向上が図られる時代であるとともに、交通挙動の分析を行う者にとっても大きな時代の転換点であると言える。我々分析者が、豊富な交通流動に関するデータを自由に利用できる可能性がより高まってきており、これらのデータを用いて既存の交通流理論の見直し、新たな理論体系の構築が進むのではという期待感がある。例えば、同一の道路に同じレベルの交通量が到達しても、ある時は渋滞し別の時には渋滞しないという現象についても、まだ十分な説明が与えられているとは言いがたい。また、追従理論と同じ水準・詳細度で合流・車線変更を分析・モデル化した研究事例はまだ少ない。これらの研究の進展により、道路交通の運用・管理がより高度化され、その結果より円滑、快適、安全な道路交通システムが実現されるものと考えている。

謝辞 本稿の 2 章をまとめるに際しては、京都大学工学研究科土木工学専攻の飯田恭敬教授、倉内文孝助手より貴重な研究資料の提供を得た。また 4 章については、米国デラウェア大学工学部土木環境工学科の菊池慎也教授との共同研究の成果の一部であり、研究成果を引用することに対して菊池教授よりご快諾をいただいた。記して感謝の意を表します。

### 【参考文献】

- 1) M. J. Lighthill and G. B. Whitman, 'On Kinematic Waves II. A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads,' Proc. of the Royal Soc. A229, 317 (1951)
- 2) Payne, H.J., 'Models of Freeway Traffic and Control. Mathematical Models of Public Systems'. Simulation Council., Proc. Ser., Vol.1, 1971, pp51-61
- 3) Ross, P., 'Traffic Dynamics', Transpn. Res., B. Vol.22, No.6, 1988, pp.421-435
- 4) Lyrintzis, A.S., Liu, G., and Michalopoulos, P.G., 'Development and Comparative Evaluation of High-Order Traffic Flow Models'. Transpn. Res. Rec. 1457, 1994, pp.174-183
- 5) Michalopoulos, P.G., et al. 'Continuum Modeling of Traffic Dynamics for Congested Freeways'. Transpn. Res., B. Vol.23, No.1, 1989, pp29-47
- 6) Liu, G., Lyrintzis, A.S., and Michalopoulos, P.G., 'Improved High-Order Model for Freeway Traffic Flow'. Transpn. Res. Rec. 1644, 1998, pp37-46
- 7) Gazis, D. C., Herman, R. and Potts, R. B., 'Car-Following Theory of Steady-State Traffic Flow', Operations Research Vol.7, No.4, pp.499-505, 1959.
- 8) Kometani, E. and Sasaki, T., 'On the Stability of Traffic Flow', Operations Research Society of Japan, Vol.2, No.1, pp.11-16, 1958.
- 9) Chakroborty, P. and Kikuchi, S., "Evaluation of the General Motors based car-following models and a proposed fuzzy inference model, *Transportation Research Part C*, pp209-235, 1999.