

## 回転流体中の秩序渦の生成機構

岡山大学工学部 柳瀬 眞一郎 (Okayama University, Shinichiro YANASE)

京都工芸繊維大学工学部 田中 満 (KIT, Mitsuru TANAKA)

核融合科学研究所 木田 重雄 (NIFS, Shigeo KIDA)

京都大学工学部 河原 源太 (Kyoto University, Genta KAWAHARA)

### 1 序論

系の一様回転が乱流に与える影響は、慣性波、流れの2次元化、系の一様回転ベクトル方向へ伸びた渦管の生成、ロスビー波、等々の多様な興味深い現象として現れる (Greenspan 1968). 回転流体中の渦管はその管軸方向の渦度ベクトルが背景の絶対渦度ベクトル (系の一様回転に伴う渦度と一様剪断流に伴う渦度ベクトルの和) と鋭角をなすときサイクロニック渦, 鈍角をなすときアンチサイクロニック渦と呼ばれる. サイクロニック渦は2次元的な構造を維持し, 安定に存在する傾向が強いが, アンチサイクロニック渦はしばしば不安定化によって構造が3次元的となり, また構造が維持できなくなり崩壊することもある.

これに対してサイクロニック系, アンチサイクロニック系という呼び方があり, それぞれの渦ではなくて流れ場全体の呼称であり, サイクロニック渦やアンチサイクロニック渦とは区別して用いなければならない. 系の回転ベクトル  $\Omega^R$  と平均剪断流に伴う平均渦度ベクトル  $\Omega^U$  が平行なら, その系はサイクロニック系であると言われる. 一方, 反平行なら, アンチサイクロニック系と呼ばれる. 剪断ロスビー数  $Ro^{(S)}$  は  $\Omega^R$  と  $\Omega^U$  が平行または反平行のとき, 平均速度場から計算される平均渦度ベクトルの大きさ  $\Omega^U$  と, 系の回転ベクトルの  $\Omega$  との比として符号も含めて

$$Ro^{(S)} = \frac{\Omega^U}{\Omega^R} \quad (1)$$

と定義され, サイクロニック系に対しては正で, アンチサイクロニック系に対しては負である.

回転剪断乱流では, 非回転乱流では見られない種類の渦構造の形成が見られる. 回転チャンネル流ではプレッシャー側 (平均流の持つ渦度と一様回転の渦度の方向が逆になる領域) に活発な縦渦構造が生成される. この現象は DNS により可視化された (Lamballais et al. 1996). 回転境界層では, Watmuff et al.(1985) が秩序的な縦渦構造を実験的に観測した. 回転自由剪断乱流では DNS (Métais et al. 1995) によりアンチサイクロニック系に対して縦渦管の集合が発生することが示された. 回転一様剪断流では同様な縦渦構造が剪断ロスビー数  $Ro^{(S)} = -1$  の場合に DNS によって見つけられている (Tanaka 1994, Tanaka et al. 1998). これらの渦構造は秩序渦構造と呼んでもいいような明確な渦構造で, 非回転乱流では不安定のために直ちに崩壊するような渦が長時間維持されている.

この秩序渦構造が発生するときは常に, 剪断ロスビー数  $Ro^{(S)}$  に対して局所的な渦度で次のように定義された

$$Ro^{(l)} = \frac{\Omega^U + \omega'_3}{\Omega^R} \quad (2)$$

局所ロスビー数  $Ro^{(l)}$  が  $-1$  に近づくのは特に注目すべき興味深い点である。ここで、 $\omega_3$  は一様回転ベクトル方向の変動渦度である。このとき、局所的に絶対渦度がゼロとなる。回転自由剪断乱流に対する DNS によれば、局所ロスビー数が  $-1$  に近づき (Métais 1996)、一様剪断流では絶対渦度がゼロ ( $Ro^{(s)} = -1$ ) の場合に  $Ro^{(l)}$  は  $-1$  を中心にして変化する。絶対渦度が近似的にゼロの乱流場は、回転チャンネル流に対して Johnston et al. (1972) と Nakabayashi & Kitoh (1996) により実験的に、Kristoffersen & Andersson (1993) によって数值的に、また回転平面クエット流に対しては Bech & Andersson (1997) により DNS で解析された。ごく最近、Tanaka et al. (1999) は、剪断方向に周期的な変形を受けた回転一様剪断流が絶対渦度ゼロ状態へ接近することを DNS によって示した。

回転剪断流中の秩序渦構造の根源的な原因が、アンチサイクロニック系で見られるシア・コリオリ不安定性であると、線形安定性の研究 (Yanase et al. 1993) から予想することも可能ではあるかもしれない。この予想は最も不安定な固有値に対応するモードの空間形が、絶対渦度ゼロ状態で見られる渦管に近い形であることに基づいているが、線形安定性で最も不安定となる  $Ro^{(s)} = -2$  は絶対渦度ゼロ状態ではなく、絶対渦度ゼロ状態は中立安定である。後に述べるが、本研究での計算結果の解析によれば、絶対渦度ゼロ状態で実現される秩序構造は、線形のシア・コリオリ不安定が非線形発展して維持されているものとは考えることはできない。むしろ、独立な非線形機構によって生成維持されていると考えられる。もちろん、初期の発達に対して線形のシア・コリオリ不安定が影響を与えていないとは言えない。

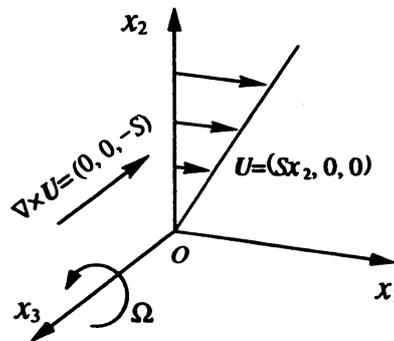


図 2.1 回転座標系と一様剪断流.

## 2 定式化

角速度  $\Omega$  で回転する系における一様な密度 (1 とする) の粘性流体の運動は、連続の式、

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0, \quad (3)$$

とナビエ・ストークス方程式、

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}^* + [(\mathbf{u}^* - \Omega \times \mathbf{x}) \cdot \nabla] \mathbf{u}^* = \mathbf{u}^* \times \Omega - \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^*, \quad (4)$$

または渦度方程式,

$$\frac{\partial}{\partial t} \omega^* + [(\mathbf{u}^* - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot \nabla] \omega^* = \omega^* \times \boldsymbol{\Omega} + (\omega^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* + \nu \nabla^2 \omega^* \quad (5)$$

で記述される. ここで,  $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t)$  は静止座標系に相対的な速度,  $\omega^* = \nabla \times \mathbf{u}^*$  は絶対渦度,  $p$  は圧力,  $\mathbf{x}$  は位置ベクトルである. 角速度  $\boldsymbol{\Omega}$  で回転する回転座標系に相対的な速度場は  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^* - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}$  で, 渦度場は  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} (= \omega^* - 2\boldsymbol{\Omega})$  となる. これらの変数を用いると式 (3)-(5) は, それぞれ,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = 2\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega} - \nabla [p - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})^2] + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\omega} + 2 \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Omega} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} = [(\boldsymbol{\omega} + 2\boldsymbol{\Omega}) \cdot \nabla] \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (8)$$

と書き直される.

系の回転角速度ベクトルは静止座標系の  $x_3^*$  軸方向を向いているとする (図 2.1 参照). この系  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  を回転座標系と呼ぶ.  $x_3$  軸と  $x_3^*$  軸は一致している. 回転角速度は一定,  $\boldsymbol{\Omega} \equiv \boldsymbol{\Omega}^R = (0, 0, \Omega^R)$  と仮定する. 回転座標系において,  $x_2$  方向に速度が一定の割合で変化し  $x_1$  方向へ流れる一様な剪断流  $\mathbf{U} = (Sx_2, 0, 0)$  (ただし  $S > 0$ ) が存在するとする. 速度場を  $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$ , 渦度場を  $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, -S) + \boldsymbol{\omega}'$  と分解する. ここで  $\mathbf{u}'$  と  $\boldsymbol{\omega}'$  はそれぞれ変動速度場と変動渦度場である. 方程式 (6)-(8) より,  $u'_i$  と  $\omega'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の時間発展は,

$$\frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + Sx_2 \frac{\partial u'_i}{\partial x_1} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -Su'_2 \delta_{i1} + f \epsilon_{ij3} u'_j - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \omega'_i}{\partial t} + Sx_2 \frac{\partial \omega'_i}{\partial x_1} + u'_j \frac{\partial \omega'_i}{\partial x_j} = S\omega'_2 \delta_{i1} + (f - S) \frac{\partial u'_i}{\partial x_3} + \omega'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \omega'_i}{\partial x_j^2} \quad (11)$$

となる. ここで  $p'$  は変動圧力,  $\nu$  は動粘性係数,  $f = 2\Omega^R$  はコリオリパラメーターである.

### 3 数値計算の結果と渦度場の生成機構

回転系における一様剪断乱流の渦構造を調べるために, 方程式 (11) の数値シミュレーションを行った. 数値計算は, 一様剪断流によって移流される座標系で, フーリエスペクトル/ルンゲクッタ法を採用した (Kida & Tanaka, 1994). 速度場の初期条件は,

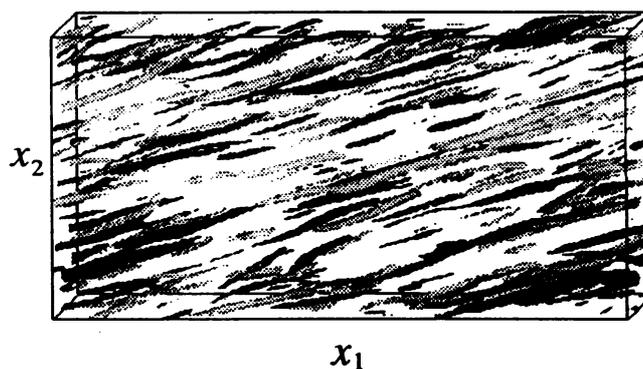
$$E(k) = ck^4 \exp[-2k^2/k_0^2] \quad (12)$$

なるエネルギースペクトルをもつようなフーリエ係数に乱雑位相を与えて設定した. ここで  $c$  は規格化因子,  $k_0$  はエネルギースペクトルが最大となる波数である. パラメーター  $c$ ,  $k_0$ ,  $S$  と初期レイノルズ数  $R_\lambda(0) = 16$  とし,  $R^{(S)} = -1$  ( $f = S$ ) の場合に対して計算を行った. 時間は初期の平均渦度場  $\omega_{rms}(0)$  により無次元化した. 今回の計算では  $c = \frac{128}{15} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_0^{-7}$  ととったため  $\omega_{rms}(0) = 1$  となる. 計算領域は  $(4\pi \times 2\pi \times 2\pi)$  で, メッシュの数は  $256^3$  である. 計算は, 最大で  $St = 16$  程度まで行った. 一様剪断が流体粒子を限りなく引き延ばすため, これ以上計算を続行することは不可能であった.

### 3.1 秩序構造の形成

図 3.1 は絶対渦度ゼロ系 ( $Ro^{(S)} = -1, f = S$ ) の場合の時刻  $St = 8$  における変動渦度強度の大きな領域 ( $\omega' \geq 3.5S$ ) を示す。濃灰色領域は  $\omega'_1 > 0$  で、淡灰色領域は  $\omega'_1 < 0$  に対応する。図は  $2\pi \times \pi \times \pi$  の直方体計算領域を (a)  $x_2$  方向からと (b)  $x_3$  方向から眺めている。

(a)



(b)

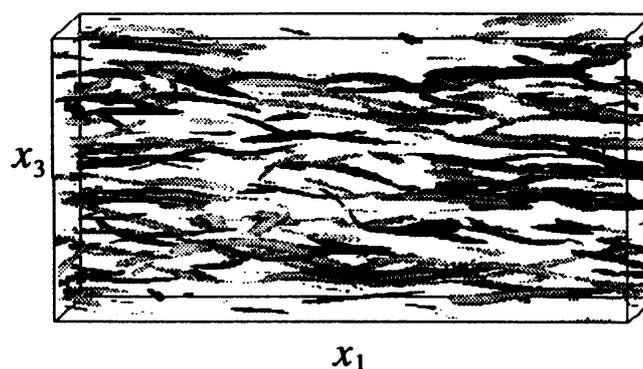


図 3.1  $Ro^{(S)} = -1$  で  $St = 8$  における変動渦度の強い領域。

変動渦度場に秩序構造が明瞭に見られる。全ての渦管が  $x_1$  方向から  $x_2$  方向へ  $10^\circ \sim 30^\circ$  傾いている。それに対して、非回転系の剪断流中ではサイクロニック渦が優勢であることに注意する (Kawahara et al. 1997)。

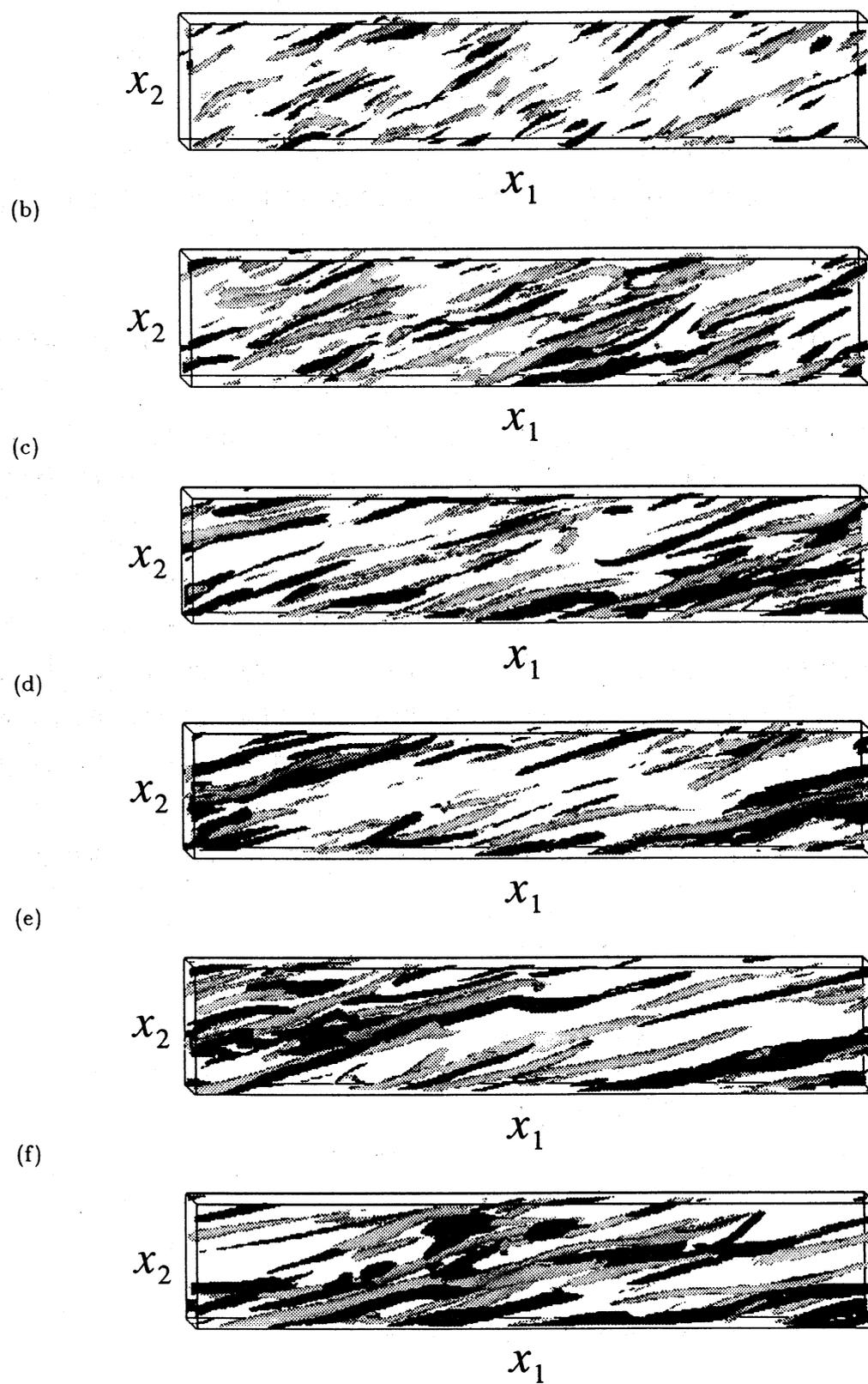


図 3.2  $Ro^{(S)} = -1$  における渦度場の時間発展. (a)  $St = 2$ , (b) 4, (c) 6, (d) 8, (e) 10, (f) 12.

この秩序構造の形成過程は図 3.2 に示すような渦度場の時間発展によつてたどることができる。これは、直方体の計算領域  $(0, 4\pi) \times (0, \frac{3}{4}\pi) \times (0, \frac{3}{4}\pi)$  における渦度強度の等値面を  $x_3$  方向から見たものである。等値面の渦度強度は全ての図で  $\omega_{rms} = 2.8S$  で、濃灰色と淡灰色の意味は図 3.1 と同じである。渦構造の時間発展を (a)  $St = 2$  から (f) 12 までたどると、初期の乱雑場が縦渦構造に発達していく様子が見られる。

漸近状態へ近づく様子は、渦管の傾き角を調べるとよくわかる。図 3.3 に、 $x_1$  方向からの傾き角の平均の時間発展を示す。実線は  $\omega'_1$  と  $\omega'_2$  の結合確率分布の 2 次モーメントに等価な楕円の長軸の  $x_1$  方向からの傾き角

$$\theta_{\omega\omega} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2 \langle \omega_1 \omega_2 \rangle}{\langle \omega_1^2 \rangle - \langle \omega_2^2 \rangle} \right) \quad (13)$$

を表す。ここで、 $\langle \rangle$  は計算領域全体における平均である。黒点は  $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} - \langle \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \rangle$  の自己相関関数を  $Q_{12}(\mathbf{r})$  としたとき、 $Q_{12}(\mathbf{r}) \leq c$  (ここでは  $c = 1/8$  とする) の領域に対応する慣性テンソル  $I_{ij} = \int_V r_i r_j dV$  から式 (13) と同様にして導いた (Kida & Tanaka 1994)。 $\theta_{\omega\omega}$  は渦度ベクトルの最も頻度の高い方向、 $\theta_{1,2}$  は渦構造の平均的な傾きを表す。両者は大変よく一致している。角度は単調に減少し、 $St \geq 10$  では漸近値  $15^\circ$  に落ち着いているように見える。

ここで注意しなければいけないことは、渦管の傾き角は場全体の平均であつて、個々の渦管は次第に傾いていき、最後にはちぎれて消滅すると考えられる。それではこの平均傾角を決定する物理的機構は何かという問題であるが、これは後で説明するように渦管の生成機構と密接に関連している。非回転系の流れ場では渦管はたとえ安定に存在しても一様剪断流に流され、漸近的には  $x_1$  方向に平行となる (Moore 1985)。回転乱流場特有の機構によって、乱流速度場が渦管が傾くのを引き留めることが、平均的に渦管の傾きが有限に保たれる原因である。その結果からわかるように、角度の漸近値は初期レイノルズ数  $R_\lambda(0)$  に依存し、さらに大きな  $R_\lambda(0)$  の値に対する数値実験の結果によれば平衡角度は  $R_\lambda(0)$  とともに増加し、構造はより乱れて秩序的構造は比較的希薄となる。

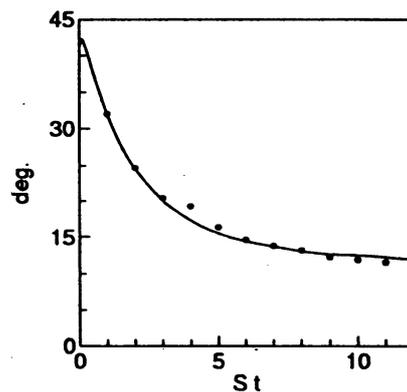


図 3.3 秩序構造を形成する渦管の  $x_1$  方向からの傾き角の時間発展。実線は渦度ベクトルの最頻方向  $\theta_{\omega\omega}$ 、黒点は渦構造の  $x_1$  方向からの傾角  $\theta_{1,2}$  を示す。

## 3.2 渦形成機構の解析

### 3.2.1 変動速度場・変動渦度方程式

傾いた渦構造の形成維持機構を調べるため、平均絶対渦度ゼロ状態に対する方程式 (9), (10) の各項を書き出してみる。まず、 $u'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の時間発展は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) u'_1 = -Sx_2 \frac{\partial u'_1}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) u'_1 - \frac{\partial p'}{\partial x_1}, \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) u'_2 = -Sx_2 \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) u'_2 - Su'_1 - \frac{\partial p'}{\partial x_2}, \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) u'_3 = -Sx_2 \frac{\partial u'_3}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) u'_3 - \frac{\partial p'}{\partial x_3} \quad (16)$$

で記述される。ここで  $f = S$  とおいた。系の回転の影響を表すコリオリ力の影響が、 $u'_3$  に対する方程式 (16) に現れないのは系の回転方向と一致するので当然である。ところが、 $u'_1$  に対する方程式 (14) でも、コリオリ項は、一様剪断流による  $x_2$  方向へ運動する流体粒子の  $x_1$  方向への加速効果と完全に相殺されている。逆に言えば、一様剪断流の重要な効果が一様回転効果によって打ち消されていて、これが回転系において秩序構造が安定に維持される大きな要因の一つである。これに対して、 $u'_2$  の方程式 (15) では、右辺第3項がコリオリ項で、流体粒子が  $x_1$  の正方向へ動いているとき  $x_2$  の負方向への力として働き、負方向へ動いているときは  $x_2$  の正方向への力として働く。実はこの効果が渦管の生成維持過程において最も重要な役割を果たす。

次に、全体のエネルギーバランスを考えてみよう。非粘性 ( $\nu = 0$ ) の場合を考える。移流項の影響を無視し、圧力項は  $x_1, x_2, x_3$  成分間の配分を変化させるだけなので考慮から省くと、平均運動エネルギー

$$E = \frac{1}{2} \langle u_1'^2 + u_2'^2 + u_3'^2 \rangle \quad (17)$$

の変化率は

$$\frac{\partial}{\partial t} E = -S \langle u_1' u_2' \rangle \quad (18)$$

となる。従って、本システムでは平均剪断流との間でレイノルズストレス  $\langle u_1' u_2' \rangle$  を通してエネルギーの受け渡しがあることが示された。これからわかるように、一様回転は一様剪断流の効果を全て打ち消すことはできず、一様剪断流は常にレイノルズストレスの形で介入している。レイノルズストレスが正となるか負となるかでエネルギーが流入したり流出したりするが、数値計算の結果によれば、絶対渦度ゼロ状態  $f = S$  では全体として平均運動エネルギーが平衡状態を保っていて、粘性によって散逸されるエネルギーがほぼ補われる状態が実現されている。一方、 $f > S$  または  $f \leq 0$  では平均運動エネルギーは減少するので、粘性によって散逸されるエネルギーを補うほどのエネルギー流入がないかむしろ流出している。また、 $0 < f < S$  では平均運動エネルギーは増加しているので、粘性によって散逸されるエネルギー以上にエネルギーが注入されていることがわかる。

$\omega'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の時間発展は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) \omega'_1 = -Sx_2 \frac{\partial \omega'_1}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega'_1 + S\omega'_2 + \omega'_1 \frac{\partial u'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial u'_3}{\partial x_1} \frac{\partial u'_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} \frac{\partial u'_1}{\partial x_3}, \quad (19)$$

(a)

(b)

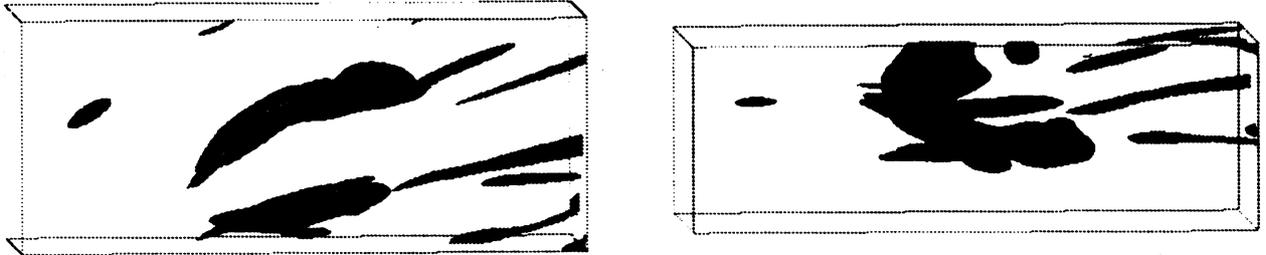


図 3.3 薄灰色:  $\nabla^2 p \geq 6$ , 薄濃灰色:  $u_1 \geq 0.11$ , 濃灰色:  $u_1 \leq -0.11$ .  $St = 6$ . (a) side view, (b) top view.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) \omega'_2 = -Sx_2 \frac{\partial \omega'_2}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega'_2 + \frac{\partial u'_3}{\partial x_2} \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} + \omega'_2 \frac{\partial u'_2}{\partial x_2} - \frac{\partial u'_1}{\partial x_2} \frac{\partial u'_2}{\partial x_3}, \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) \omega'_3 = -Sx_2 \frac{\partial \omega'_3}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega'_3 - \frac{\partial u'_2}{\partial x_3} \frac{\partial u'_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u'_1}{\partial x_3} \frac{\partial u'_3}{\partial x_2} + \omega'_3 \frac{\partial u'_3}{\partial x_3} \quad (21)$$

で支配される。方程式 (19)-(21) からわかるように、一様剪断流の効果は  $\omega'_1$  成分にだけ現れていて、他の成分には存在しない。これは絶対渦度がゼロであることの結果であって、非回転流では全ての成分において一様剪断流の影響は全ての成分に存在するのと比べると非常に大きな違いが見られる。このことは絶対渦度ゼロ状態では一様剪断が存在するのにもかかわらず、渦度の生成の原動力は非常に乱流的な機構と成らざるを得ないことを暗示している。もちろん、 $\omega'_1$  成分に存在する一様剪断効果が渦度の生成に貢献する可能性は大きい。

### 3.2.2 可視化による渦管発達の観測

$x_1$  方向に長い顕著な構造に発達する渦管 (今後はこれを秩序縦渦管と呼ぶことにする) の周辺の  $x_1$  方向変動速度を調べた。この渦管はいくつかの例の中から取り上げたもので、他にも存在する。ただ、渦管が発達し始める時刻は、どの渦管に対しても  $St = 6$  以降であると考えている。その理由は、秩序縦渦管の生成・維持過程が非線形であって、後で述べるように流体粒子のコリオリ力による移流が起き、それが種となる渦領域を発生させた後、正のフィードバック過程に入るというプロセスが観測されるようになるためにはある程度の時間が必要であるからと思われる。図 3.3 はこの秩序縦渦管の長い構造への発達が始まる時刻  $St = 6$  での縦渦 (薄灰色:  $\nabla^2 p \geq 6$ ) と  $|u_1|$  の大きな領域 (薄濃灰色  $u_1 \geq 0.11$ : 濃灰色  $u_1 \leq -0.11$ ) を示している。これよりも後の時刻  $St = 7$  (図 3.4) で、濃灰色の領域の頭と薄濃灰色の領域の尾の部分がさらに発達しているのがわかる。

図 3.5 と図 3.6 は、それぞれ  $u'_1$  の生成項  $-\partial_1 p'$  と  $\nu \nabla^2 u'_1$  の分布を示している。これらが生成項となっていることは方程式 (12) より明かである。この結果からわかるように、 $-\partial_1 p'$  項の方が大きな値を持っている。ま

(a)



(b)

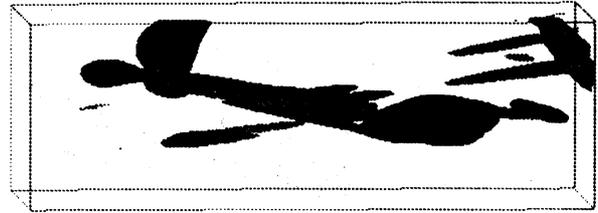


図 3.4 灰色:  $\nabla^2 p \geq 6$ , 薄濃灰色:  $u_1 \geq 0.11$ , 濃灰色:  $u_1 \leq -0.11$ .  $St = 7$ . (a) side view, (b) top view.

た  $-\partial_1 p'$  は渦管の上側で正, 下側で負の値をとるが, これとは別に渦の下流端では負の値, 上流端で正の値をとっていることがわかる.

これらの結果より, 最初に種となる渦管が存在したと仮定して以下の過程が進行することが予想される.

(A1) 渦は低圧であるため, 圧力勾配の方向が  $x_1$  方向に負の成分を持つと, 正の  $u'_1$  が誘起され, 正の成分を持つと, 負の  $u'_1$  が誘起される. 従って, もし秩序縦渦管中の管軸方向の渦度が正の  $x_1$  方向で, 渦管が正の  $x_1$  軸から正の  $x_2$  方向に傾いているとすると, 渦管の上側では正の, 下側では負の  $u'_1$  が誘起され, 渦管の正の  $x_1$  方向の先頭 (渦管の正の  $x_1$  方向の端) では強い負の  $u'_1$  が誘起され, 渦管の  $x_1$  方向の尾端 (渦管の負の  $x_1$  方向の端) では強い正の  $u'_1$  が誘起される.

(A2) この  $u'_1$  の正負領域にはコリオリ力が働き, さらにそれが縦渦の渦度による巻き込みと  $x_2$  方向に移動する方向が一致するため, 安定した状態を保つ. 特に強い  $u'_1$  領域は渦管の先頭と末端に発生するので渦管の傾きを大きくするような働きが現れ, 一様剪断流による傾きを小さくする効果を打ち消すことができる.

という結論が導かれると考えられる. 一方, 同時に渦度場から見た次の過程も進行する.

(B1)  $u'_1$  の成長とコリオリ力による移流は渦管全般に渡り  $x_3$  方向, また  $x_2$  方向の渦度を強める.

(B2)  $x_3$  方向の渦度は渦管の巻き込みに対応する非線形な過程と, コリオリ力による移動で  $x_2$  方向の渦度に変換され, それが一様剪断流の移流効果によって  $x_1$  方向の渦度に変換される.

(B3) 渦管がさらに強化されると中心圧力はさらに低下し, (A1) の機構を呼び起こし, 正のフィードバックとなる.

この現象が正のフィードバックとなるためには秩序縦管中の管軸方向の渦度が正の場合に対して, 渦管の傾

(a)



(b)

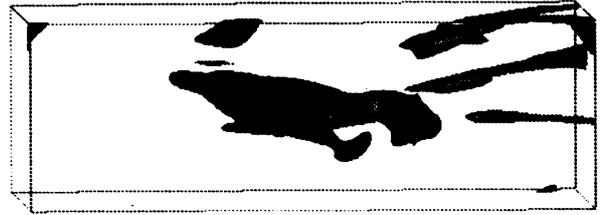
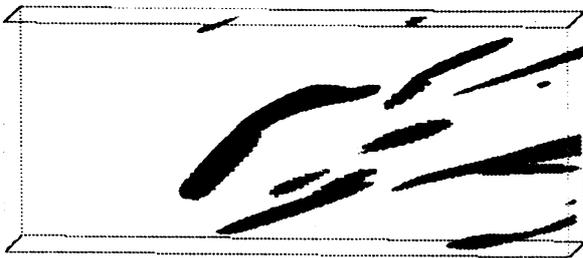


图 3.5 薄灰色:  $\nabla^2 p \geq 6$ , 薄浓灰色:  $-\partial_1 p \geq 0.08$ , 浓灰色:  $-\partial_1 p \leq -0.08$ .  $St = 6$ . (a) side view, (b) top view.

(a)



(b)

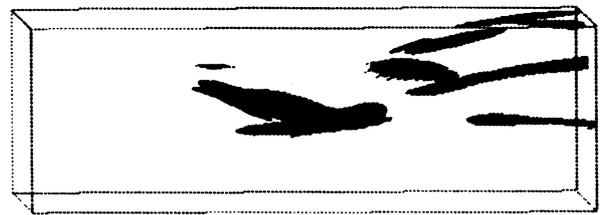


图 3.6 薄灰色:  $\nabla^2 p \geq 6$ , 薄浓灰色:  $\nu \nabla^2 u_1 \geq 0.04$ , 浓灰色:  $\nu \nabla^2 u_1 \leq -0.04$ .  $St = 6$ . (a) side view, (b) top

きが、正の  $x_1$  方向から  $x_2$  方向へ正の傾きを持っていなければならないことが次のようにしてわかる。<sup>1</sup> もし、渦管中の管軸方向の渦度が正の  $x_1$  方向で、渦管が正の  $x_1$  軸から負の  $x_2$  方向へ傾いているとする。このとき、渦管の上側では負の、下側では正の  $u'_1$  が誘起され、渦管の正の  $x_1$  方向の先頭では強い負の  $u'_1$  が誘起され、渦管の  $x_1$  方向の尾端では強い正の  $u'_1$  が誘起される。このとき、渦管の傾きを小さくする方向の効果が働くが、同時に縦渦の渦度による巻き込みと、コリオリ力によって  $x_2$  方向に関して移動する方向が逆となるため、この状態では渦管の渦度を強化する正のフィードバックが働かない。

図 3.7 に渦管の終末期 ( $St = 14$ ) に正のフィードバックにならない傾きとなった渦管を示す。渦管は中心部がくびれ、そこでは渦度の強化が行われなくなり、断面が円形から楕円形となって最後にはちぎれる。

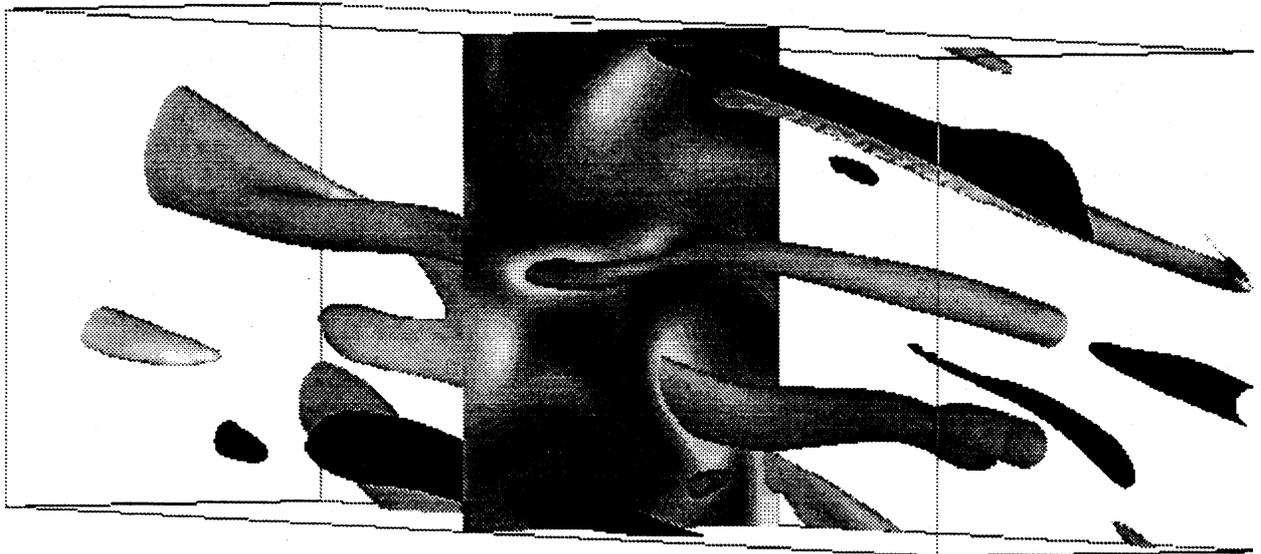


図 3.7  $St = 14$  における秩序縦渦管の様子。図の左が  $x_1$  の正方向、上が  $x_2$  の正方向で、明色は  $x_1$  方向の渦度が正の渦管、暗色は  $x_1$  方向の渦度が負の渦管である。

この現象の普遍性を示すために、以下のような統計的な解析を試みた。図 3.8 は  $\nabla^2 p$  と  $u'_1$ ,  $-\partial_1 p'$  の相関を  $x_3 = 0$  の面でみている。なお、この流れでは渦管が卓越しているので、 $\nabla^2 p'$  に対しても渦管からの正の寄与が卓越していると思われる。図 3.8(b) より、縦渦の右側 (正の  $x_1$ ) で  $-\partial_1 p' < 0$ 、左側で  $-\partial_1 p' > 0$  となる傾向があることがわかる。ここで、正負の境界を分ける線の傾きは  $45^\circ$  以上あり、渦軸の傾きより大きいことに注意していただきたい。図 3.8(a) を見ると、渦の上側で  $u'_1 < 0$ 、渦の下側で  $u'_1 > 0$ 、つまり、 $\omega'_3 > 0$  となっていることを示している。計算結果によれば、平均すると秩序縦渦管は、はじめ、一様剪断の渦度方向に傾いているが、時

<sup>1</sup>なお誤解を避けるために言及すると、渦管の傾きが、正の  $x_1$  方向から  $x_2$  方向へ正の傾きを持つということは、渦管の先頭が正の  $x_2$  方向に、渦管の尾端が負の  $x_2$  方向に偏っているということである。

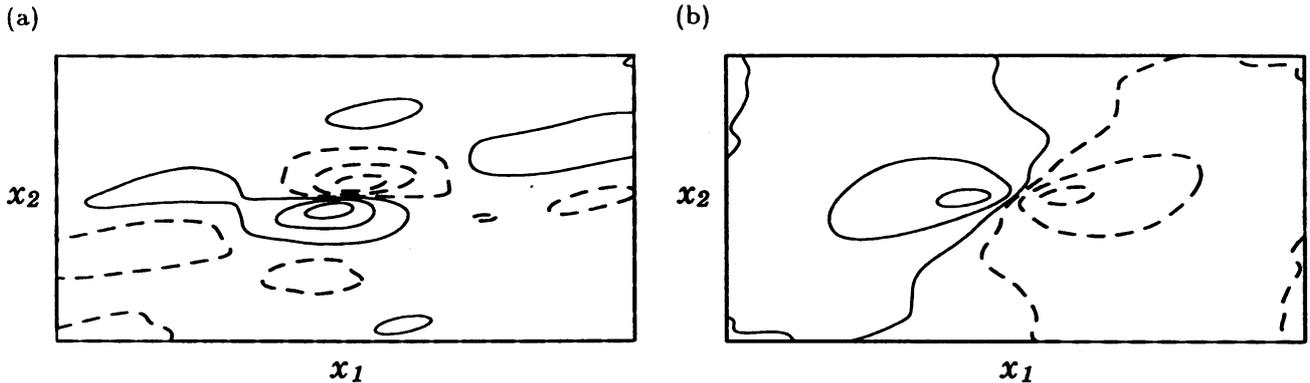


図 3.8 Correlation between  $\nabla^2 p'$  and (a)  $u_1'$ , (b)  $-\partial_1 p'$ . Solid and dashed lines denote the positive and negative values.

間とともに逆方向に傾いていくことがわかっていて、成長した強い渦では  $\omega_3' > 0$  の方が卓越している可能性が高い。従って局所ロスビー数は  $-1 < Ro^{(l)} < 0$ 、即ち線形シア・コリオリ不安定の意味では安定領域となる。なお、数値計算結果で縦渦が平均的に初めは  $Ro^{(l)} < -1$ 、即ち線形シア・コリオリ不安定の意味の負安定領域となってる。なお、平均的に初めは

この理由は秩序縦渦管の  $x_2$  方向の傾きに関して先に行ったのと全く同様な議論によって説明することができる。秩序縦管中の管軸方向の渦度が正の場合は、渦管の傾きが、正の  $x_1$  方向から  $x_3$  方向へ正の傾きを持つ場合が安定であり（つまり渦管を強化する正のフィードバック機構が働き）、秩序縦管中の管軸方向の渦度が負の場合は、渦管の傾きが、正の  $x_1$  方向から  $x_3$  方向へ負の傾きを持つ場合が安定であることから容易にわかる。このことから渦管の  $x_3$  方向への傾きについても理解することができる。

次に、Kawahara et al.(1997) で導入された角度  $\alpha, \beta$  を用いて  $St = 8$  における渦度ベクトルの変化率の方向分布ベクトルを図 3.9 に示す。  $\alpha$  は  $x_1$  方向と渦度ベクトルのなす角度、  $\beta$  は  $(x_1, x_2)$  面が渦度ベクトルと  $x_1$  軸を含む面となす角度で、  $x_3$  の正方向を正とする。流れの対称性のため、分布は  $(\alpha, \beta) = (\pi/2, -\pi/2)$  に関する反転に対して統計的に対称である。

絶対渦度  $\omega^{*'}$  による絶対エントロフィー  $\langle \omega^{*'^2} \rangle$  の  $(\alpha, \beta)$  面上の分布も同図に示した。図 3.9(b) は非回転系 ( $Ro^{(S)} = \infty$ ) に対するもので、平均絶対渦度ゼロ状態の図 (a) との比較のために示した。非回転系における  $\langle \omega^{*'^2} \rangle$  の  $\beta = -\pi/2$  近傍におけるピークは一様剪断流とサイクロニック渦からの寄与によっている。図 3.9(b) に見られる渦度ベクトルの時間変化は縦渦による渦層の巻き込みに相当するものと思われる。

### 3.2.3 渦管生成維持過程

最後に秩序縦渦の生成機構過程を図 3.10 にスケッチとしてまとめた。正負の  $u_1'$  をもつ流体塊の接近が最初に両者間にスパン方向の渦度を強め、次に鉛直方向の渦度を発生させる。最後に鉛直方向渦度が一様剪断流によって流れ方向に変向される。これが渦管の内外の圧力勾配、渦管の巻き込みと協調して正のフィードバックを引き起こす。これが、物理空間における渦度の再生成過程の説明である。この過程の引き金として渦管が存在する必要があるが、これは乱流場中に乱雑場として存在する渦管と考えてもいいが、コリオリ力によって乱流場中に存在する正と負の  $u_1'$  領域が接近することにより種となる渦管が発生すると考えることもできる。

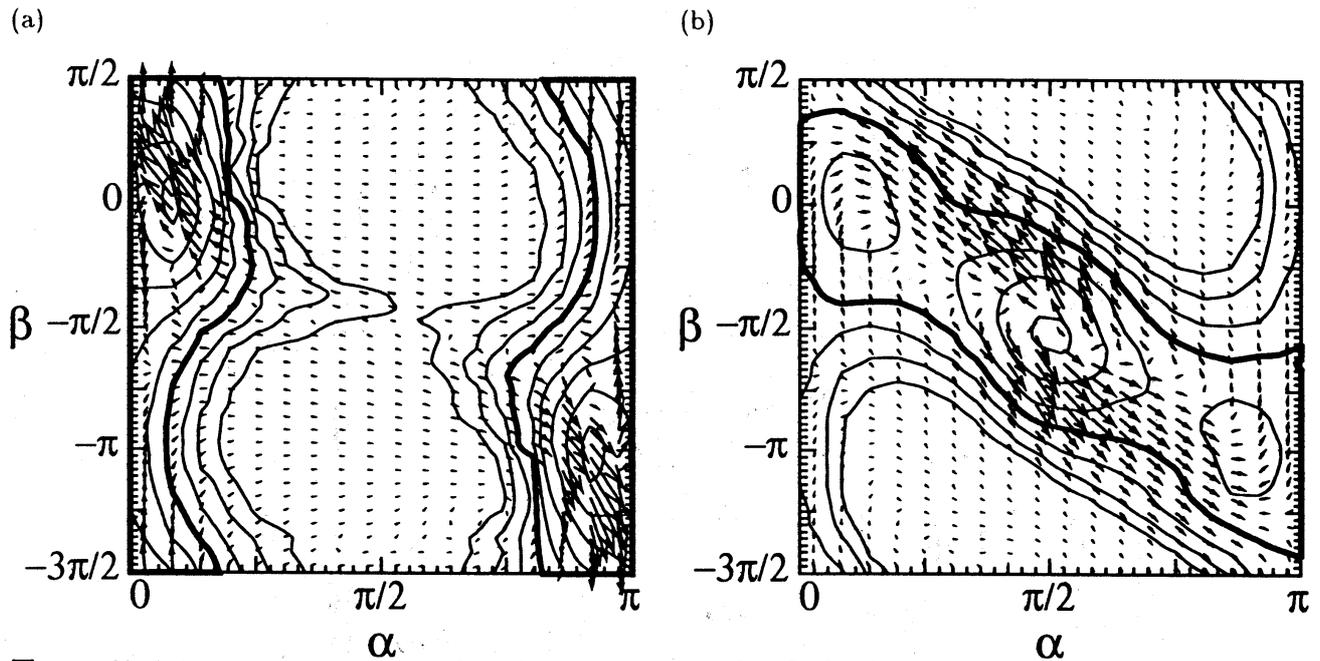


图 3.9 Pdf of the orientation angles of vorticity vectors. (a)  $f = S$ , (b)  $f = 0$ .

#### 引用文献

Bech, K.H. and Andersson, H.I.: Turbulent plane Couette flow subject to strong system rotation. *J. Fluid Mech.* 347 (1997) 289–314.

Greenspan, H.P.: *The theory of rotating fluids*, Cambridge Univ. Press., Cambridge (1968).

Johnston, J.P., Halleen, R.M. and Lezius, D.K.: Effects of spanwise rotation on the structure of two-dimensional fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* 56 (1972) 533–557.

Kawahara, G., Kida, S., Tanaka, M. and Yanase, S.: Wrap, tilt and stretch of vorticity lines around a strong thin straight vortex tube in a simple shear flow. *J. Fluid Mech.* 353 (1997) 115–162.

Kida, S. and Tanaka, M.: Dynamics of vortical structures in a homogeneous shear flow. *J. Fluid Mech.* 274 (1994) 43–68.

Kristoffersen, R. and Andersson, H.I.: Direct simulations of low-Reynolds number turbulent flow in a rotating channel. *J. Fluid Mech.* 256 (1993) 163–197.

Lamballais, E., Lesieur, M. and Métais, O.: Influence d'une rotation d'entraînement sur les tourbillons cohérents dans un canal. *C.R. Acad. Sci. Paris* 323, Série IIb (1996) 95–101.

Métais, O., Flores, C., Yanase, S., Riley, J.J. and Lesieur, M.: Rotating free-shear flows. Part 2: Numerical simulations. *J. Fluid Mech.* 293 (1995) 47–80.

Métais: Vortices in rotating and stratified turbulence. in *Theoretical and Applied Mechanics*, Elsevier Science, eds. T. Tatsumi et al. (1996) 87–103.

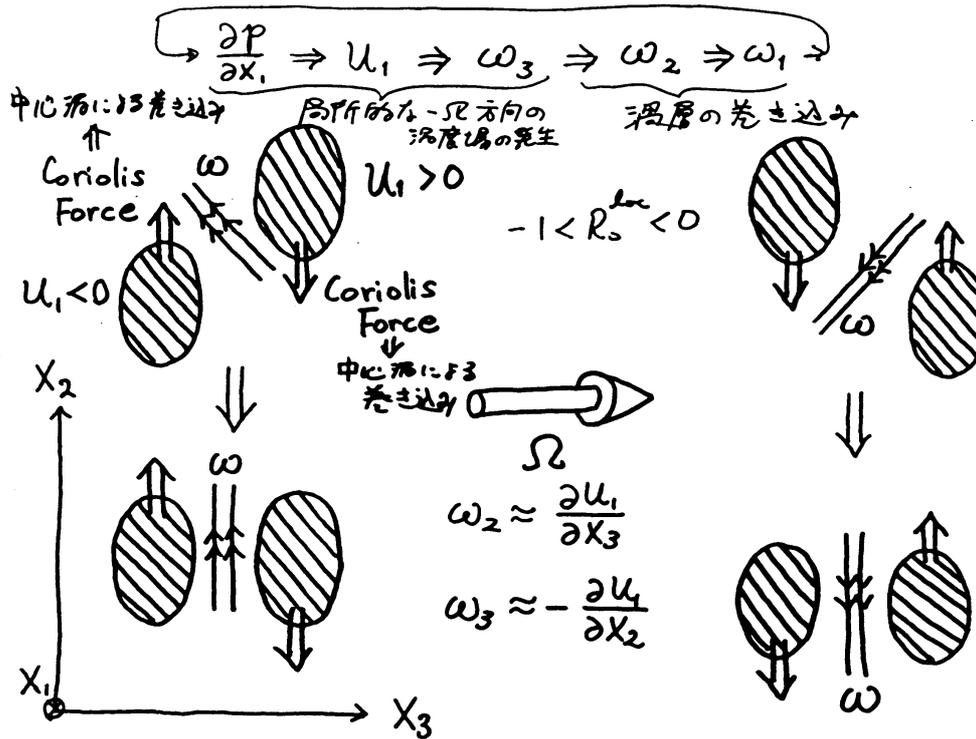


図 3.10  $u_1' > 0$  と  $u_1' < 0$  である流体塊の接近とそれによる渦度の生成のスケッチ。

Moore, D.W.: The interaction of a diffusing line vortex and an aligned shear flow. *Proc. R. Soc. Lond. A* 399 (1985) 367-375.

Nakabayashi, K. and Kitoh, O.: Low Reynolds number fully developed two-dimensional turbulent channel flow with system rotation. *J. Fluid Mech.* 315 (1996) 1-29.

Tanaka M.: Vortical structure in homogeneously sheared turbulence subjected to background rotation. *J. Phys. Soc. Japan* 63 (1994) 3914-3918.

Tanaka M., Yanase, S., Kida, S. and Kawahara, G.: Vortical structures in rotating uniformly sheared turbulence. *Flow, Turbulence and Combustion* 60 (1998) 301-332.

Tanaka M., Kida, S., Yanase, S. and Kawahara, G.: Zero-absolute-vorticity state in a rotating turbulent shear flow. *Phys. Fluids* 12 (2000) 1979-1985.

Watmuff, J.H., Witt, H.T. and Joubert, P.N.: Developing turbulent boundary layers with system rotation. *J. Fluid Mech.* 157 (1985) 405-448.

Yanase, S., Flores, C., Métais, O. and Riley, J.J.: Rotating free-shear flows. Part 1: Linear stability analysis. *Phys. Fluids A* 5 (1993) 2725-2737.