数理解析研究所講究録 1350 巻 2004 年 135-140

計算発熱損失の最小値とその速度依存性

Minimum of computational heat loss and its speed dependence

後藤英一　神奈川大学・理学部情報科学科

Eiichi Goto　Dept. of Information Science, Kanagawa Univ.

天野　力　神奈川大学・理学部化学科

Chikara Amano　Dept. of Chemistry, Kanagawa Univ.

吉田宣章　関西大学・総合情報学部

Nobuaki Yoshida　Fac. of Information Science, Kansai Univ.

阿部龍蔵　東京大学名誉教授

Ryuzo Abe　Prof. Emeritus, Univ. of Tokyo

クロック角周波数をΩ、1クロック周期あたりの熱損失をΛとして、$\Lambda = O(\Omega)$の過程が可能であることを QFP (DCFP, Quantron とも言う) による具体的な回路を用いて示す。これは Bennett の可逆計算方式を使うものではない。Landauer は全ての計算過程が$O(\Omega^0)$であり、クロック速度をいくら遅くしてもゼロにならない損失 $kT\ln 2$ を示すと述べた。Landauer を支持する論文は Bennett, Feynman, Shizume, Ishioka など 10 編余りもある。しかし、Landauer の陳述とここで示される結果とは相容れない。

1．緒論

ランダウアー (R. Landauer) [1]は 1961 年に計算発熱に関して次の主張をした。R.L[1]：1 ビットのメモリー消去につき <u>$kT\ln 2$ の発熱</u>がある。これに関して彼は $k\ln 2$ はメモリー状態とメモリー消去状態のエントロピーの差であるという解釈をした。ベネット (C. Bennett) [2]は 1973 年に R.L[1] に基づき可逆過程を用いる計算 RCS (Reversible Computing Scheme) を提案した。ファインマン (R. P. Feynman) [3]は 1984 年に RCS は計算発熱最少化問題に関する主要な突破口であると述べた。1990 年に出版されたマックスウェルのデモンと題する本[4]にはファインマンは 5 箇所、ランダウアーは 20 箇所、ベネットは 24 箇所、引用された。ポロッド等 (W. Porod et al.) [5]は Phys. Rev. Lett.上でランダウアーとベネットの主張に疑問を呈したが、それに対してランダウアー[6]とベネット[7]は同誌上で反論した.。後藤等[8]は 1989 年の ISQM で非可逆計算でも $kT\ln 2$ よりも発熱が小さくなる例があることをシミュレーションの結果により示した.。それに対してランダウアーは後藤をマックスウェルのデモンと口頭で決め付けたが、そのことは ISQM の Proceedings には記載はない。Science の記者ハミルトン (Hamilton) [9]は、後藤等が

R.L[1]はおかしいと述べたことに対して、彼らを第2種永久機関の研究者としてScience上で紹介し、揶揄した。それはランダウアーの意見によるものと思われるが、その記載はそこにはない。後藤等はPhysica C[10]でエントロピーの変化は正、負、ゼロになり得るので、損失と見るのは正しくないことを述べた。また、彼等は発熱量Λをクロック角周波数Ωの冪級数

$$\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_\alpha \Omega^\alpha \tag{1}$$

に展開し、$\Lambda_0 \neq 0$の過程として準安定状態の崩壊過程があることを示し、崩壊過程を避けるための論理コピーの方法を示した。ランダウアー[11]はR.L[1]を救うために、1993年には$k\ln 2$は理想気体の体積が2倍になる自由膨張に伴うエントロピーの増大であるという別の解釈を示した。しかし、体積が2倍という必然性がないうえに、発熱のない膨張過程（例えば理想気体の自由膨張）もある。ランダウアーは後藤等の論理コピーの方法に対して、メモリーを保存することにより発熱がなくなるので、自分の主張した通りであると述べた。しかし、論理コピーを3相クロックで行なうと、1/3サイクルだけのメモリー保存となり、その後にメモリーを消去しても発熱はない。最近でもShizume[12]やIshioka[13]などR.L[1]を支持する論文は後を絶たない。それらに対する反論の意味で本論文を書いた。

ベネットのRCSは低速極限無発熱（$\Lambda_0=0$）の過程であるが、$\Lambda_0=0$の過程はRCSでなければならないというわけではない。またRCSではメモリー消去が出来ないという制約がある。一方、論理コピーの方法を使えばメモリーを消去できて、かつ$\Lambda_0=0$にもできる。論理コピーは1軸異方性磁性材などを用いる可変ポテンシャル装置で実現される。可変ポテンシャル装置には2つのジョセフソン接合を用いる量子磁束パラメトロンQFP（Quantum Flux Parametron）[14]もある。それはメモリーの保存電力がゼロであることに加えて、動作速度が素晴らしく速いという特徴をもつ。

2．量子磁束パラメトロンとその発熱

量子磁束パラメトロン(QFP)は2つのジョセフソン接合からなり、1ビットの情報の記憶と消去が行なえる素子である。それのいくつか組み合わせは論理回路素子AND、ORなどを構成する。QFPの等価回路をFig. 1に示す。ここで×印はジョセフソン接合、Φは出力磁束、Φ_Aは活性化磁束、Φ_Sは入力磁束である。並列抵抗は出力磁束の減衰のための抵抗、インダクタンスL_Lは負荷としての純インダクタンス、トランスは活性化磁束を供給するためのものである。

QFPの動作をFig. 2に示す。出力磁束Φの変化は入力磁束Φ_Sと活性化磁束Φ_Aの2つの値により制御されるポテンシャル中の運動として記述される。Φ_SとΦ_Aをクロックに従って変化させると、単一井戸型ポテンシャルの消去状態（Fig. 2 上段左）と二重井戸型ポテンシャルの記憶状態（Fig. 2 上段左から3番目）の間を往復する。弱い入力磁束Φ_Sの値により出力磁束Φが二重井戸のどちらに落ち着くか、すなわち記憶されるデータが0か1かが決まる。Fig. 2 下段にシミュレーションによるΦの変化の一例を示す。

磁束の変化は次の運動方程式により与えられる。

$$2C\frac{d^2\Phi}{dt^2}+\frac{2}{R}\frac{d\Phi}{dt}+\frac{\partial}{\partial\Phi}\left\{\frac{(\Phi-\Phi_S)^2}{2L_L}-\frac{\Phi_0 I_J}{\pi}\cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right)\cos\left(\frac{2\pi\Phi_A}{\Phi_0}\right)\right\}=I_N \tag{2}$$

ここで$\Phi_0= h/2q$ は磁束量子の値、I_J はジョセフソン接合の臨界電流、I_N はジョンソン雑音電流を表す。式(2)は外力により変化する井戸型ポテンシャル中の１次元の粒子の運動と同じ方程式である。

QFP の発熱は抵抗 R に生じるジュール熱であり、１クロック周期当たりの発熱は次式で与えられる。

$$\Lambda=\int_C\frac{2}{R}\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2 dt \tag{3}$$

この式は $d\Phi/dt\to 0$ で $\Lambda\to 0$ となることを示している。これはモデル化した$\Phi(t)$を用いて発熱Λを評価する事で確認される。Φ = $A\sin\Omega t$ の場合にはΛ =$2A^2\Omega\pi/R$ となり、クロック周波数$\Omega\to 0$ で$\Lambda\to 0$ となる。これを$\Lambda=O(\Omega)$と書く。Φ = $A\cos\Omega t$, $A\sin^2\Omega t$, $A\cos^2\Omega t$ の場合でも数値係数が少し異なるだけで、同様に$\Lambda=O(\Omega)$となる。１クロック周期は無記憶状態から１ビットのデータの記憶を経て、その消去までの過程である。あるいは１ビットのデータの記憶状態からその消去の過程を経て、新たな１ビットのデータの記憶状態までの過程である。もしメモリーの消去過程だけ考える場合にも、Λ（１周期）>Λ（消去過程）となるので、同様にΛ（消去過程）=$O(\Omega)$となる。

式(2)の解をコンピュータシミュレーションにより求め、その解に基づいて発熱の式(3)を評価した。[15] 式(2)は次式のように書き換えられる。

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}+a\frac{d\varphi}{dt}+\varphi-c\sin\varphi-b=0 \tag{4}$$

ここでϕ $=2\pi\,\Phi/\Phi_0$, $a=1/(CR)$, $b=\Phi_S/(2CL_L)$, $c=I_J\cos(2\Phi_A/\Phi_0)/C$, $d=1/(2CL_L)=1$ とした。また雑音項I_N=0 とした。減衰パラメータ a = 0.02, 0.2, 2 の３通りの場合について、入力パラメータ b = 0 とし、制御パラメータ $c(t)$ を−1（消去状態） から３（記憶状態）のあいだで Fig. 3 のように変化させた場合の式(4)をルンゲ-クッタ法で数値積分して解を求め、その解を使って発熱の式(3)を計算した。Fig. 3 に示されているクロック周期 M を 10^2, 10^3, 10^4 倍して M 依存性を調べた。結果は Fig. 4 に示すように $O(M^{-1})$であった。すなわち発熱Λはクロック周波数Ωをゼロに近づけるとΛ = $O(\Omega)$でゼロになることが示された。ゼロ復帰、すなわちある１ビットのデータを 0 にする過程、も論理的非可逆過程である。これに関する QFP の発熱もシミュレーションにより $O(\Omega)$となることが示された。

３．考察

QFP の発熱が $O(\Omega)$であるという結果は、古典熱力学では良く知られた準静的過程は可逆過程であり、可逆過程は発熱しないという法則の一例である。本論文で定義された $O(\Omega)$過程は準静

的過程を定量化したものであると言えよう。QFPの発熱の式(3)に雑音項$A = \int -(\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t)I_{\mathrm{N}}\mathrm{d}t$を加えるべきであるという意見がある。[13],[14] この点は今後検討を要する。本論文で示した無損失回路は有限な速度で働かせたときには無損失にならないので、それはコンピュータとしては役立たない。有限の速度で動く純リアクタンス無損失(Fig. 1の$R = 0$の場合)計算回路が作れるかどうかと言う問題は実用的には興味深い。$R = 0$とした場合のQFP回路に関してシミュレーションを行ったところ、磁束Φの振動が増大して計算が出来なくなると言う否定的な結果に終わった。しかし、QFP回路の改良によって可能になるかもしれない。QFPを用いて示した結論はもっと単純なモデル、例えば単一磁区の強磁性体メモリーを用いても示せるであろう。この推論は磁化の方程式がQFPの磁束の方程式と同じであることによる。

Landauerは$kT\ln 2$を発熱と言っているが、不可逆発熱であるのか、エントロピー変化を意味する可逆的な熱の出入りであるのか不明である。Shannonは情報量を定義してそれをエントロピーと呼んだが、それはボルツマンのエントロピーとは異なるものである。両者を混同したことから誤解が生じたと言えよう。Landauerはゼロ復帰過程でエントロピーが減少すると述べているが、Shannonのエントロピーは変わらない。石岡等はLandauerの主張を支持し$kT\ln 2$の発熱を伴う過程があることを示したが、全てのメモリー消去過程が発熱することを示したわけではない。低速極限で無発熱なメモリー消去過程もある。

文献

[1] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. 5, 183-191 (1961).

[2] C. H. Bennett, IBM J. Res. Dev. 17, 525- (1973).

[3] R. P. Feynman, *Feynman Lectures on Computation,* Perseus Books, Reading, Mass. (1996) .

[4] H. S. Leff and A. F. Rex (eds.), *Maxwell's Demon: Entropy, Information, Computing,* Princeton Univ. Press, Princeton, NJ (1990).

[5] W. Porod, R. O. Grondin, D. K. Ferry, and G. Porod, Phys. Rev. Lett. 52, 232 (1984).

[6] R. Landauer, ibid. 53, 1205 (1984).

[7] C. H. Benett, ibid. 53, 1202 (1984).

[8] E. Goto, N. Yoshida, K. F. Loe, and W. Hioe, ISQM-89 (3rd Int. Symposium Foundation of Quantum Mechanics, Tokyo, 1989), Proc.(Phys. Soc. Japan, 1990), p.412.

[9] D. P. Hamilton, Science 258, 574 (1992).

[10] E. Goto, W. Hioe, and M. Hosoya, Physica C, 185-189, 385 (1991).

[11] R. Landauer, Physica C, 208, 205 (1993).

[12] K. Shizume, Phys. Rev. E 52, 3495 (1995).

[13] S. Ishioka and N. Fuchikami, Chaos, 11, 734 (2001).

[14] E. Goto and K. F. Loe, DC Flux Parametron, World Scientific, Singapore (1986).

[15] 吉田宣章、後藤英一、天野　力、白鳥紀一，数理解析研究所講究禄 1196, 21 (2001).

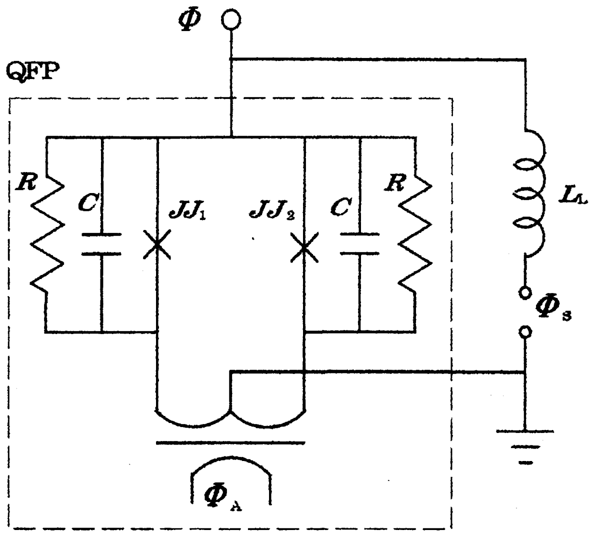

Fig. 1　QFP circuit

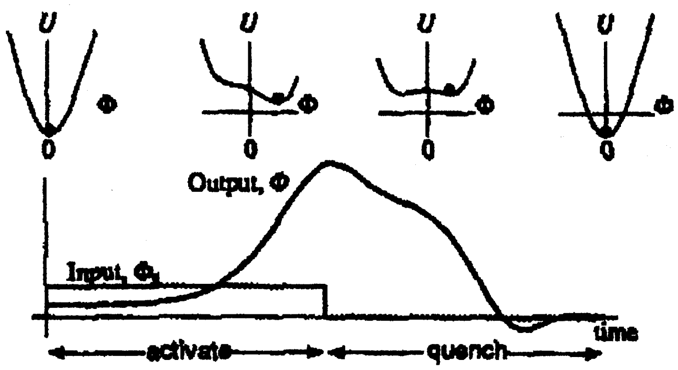

Fig. 2　Change in potential U and output flux Φ

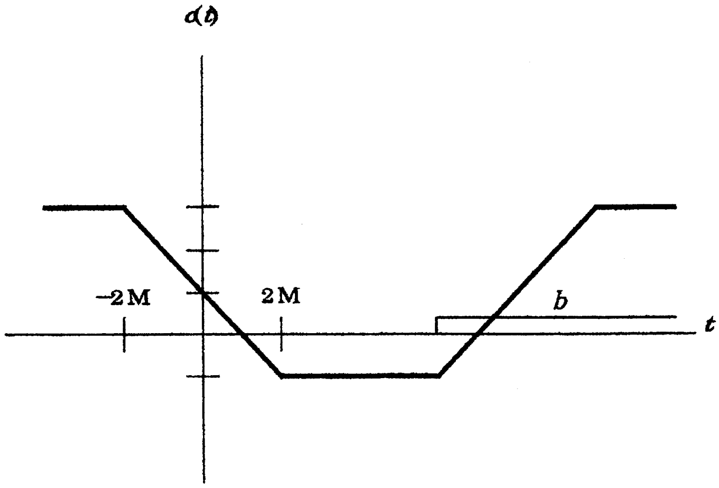

Fig. 3　Clock cycle in QFP

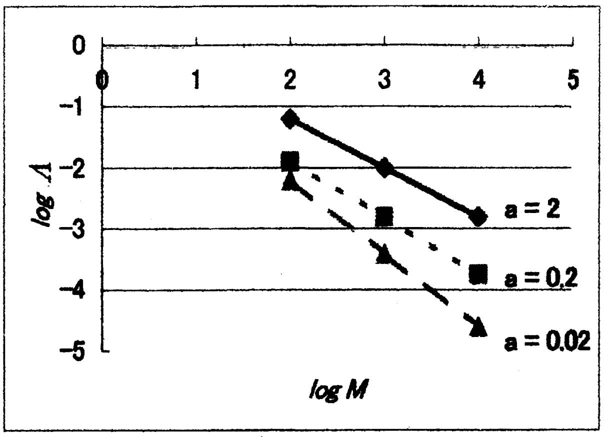

Fig. 4 Simulation of heat loss Λ in QFP