数理解析研究所講究録 1409 巻 2005 年 234-247

複数の決定表のラフ集合解析に関する基礎的考察

大阪大学大学院　宮島卓也 (Takuya Miyajima)†
乾口雅弘 (Masahiro Inuiguchi)‡
鶴見昌代 (Masayo Tsurumi)‡
谷野哲三 (Tetsuzo Tanino)†
†Graduate School of Engineering, Osaka University
‡Graduate School of Engineering Science, Osaka University

概要

本研究では，複数の決定表のラフ集合解析の基礎として，二つの決定表からのルール抽出について述べる．正事例が満たし，負事例が満たさないような極小の条件部を算出する決定行列に基づくルール抽出法を考える．種々の正事例，負事例の定め方が考えられることを示す．また，二つの決定表に共通なルールに対して，種々の考え方ができることを示す．これらより，二つの決定表から，様々な種類のルール抽出ができることを明らかにする．

Key Words: 決定表，ルール抽出，決定行列，正事例，負事例

1　はじめに

ラフ集合 [1] は，多くの対象の複数の条件属性と決定属性の値を示す決定表の解析に有用である．特に，ラフ集合では，同じ条件属性値をもつ二つの対象が異なった決定属性の値をもつといった矛盾をうまく扱うことができる．このような矛盾は，解析の対象とする概念を表す集合の下近似，上近似を定めることにより，取り扱うことができる．ラフ集合では，近似の質を悪化させない最小の属性集合や，下近似，上近似に対応した，極小長さの決定ルールを抽出することができる．これらの方法は，医学，経済学など，様々な分野に応用されている．

近年，ラフ集合の感性工学への応用が活発になってきている [5, 6]．これらの応用においては，決定ルールは製品のデザインに対する消費者やデザイナーの評価を説明している．より多くの対象に支持される決定ルールを得るため，複数の決定ルールを結合した併合ルールが提案されている [5, 6]．併合ルールの概念は，複数の決定表からのルール抽出にも適用され，より多くのデザイナーや消費者に好まれる製品デザインに関するルールの抽出法が議論されている [6, 7]．

このような複数の決定表からのルール抽出は，多人数意思決定にも関連しており，各決定表は一人の意思決定者の意見，共通ルールは複数の意思決定者の共通の見解とみなすことができる．感性工学で提案されている併合ルールを求める方法は，ヒューリスティックな解法であり，共通ルールに相当する併合ルールの概念も十分に議論されていない．

本研究では，複数の決定表からの決定ルールの抽出の基礎として，二つの決定表からのルール抽出について議論する．この際，ルール抽出の考え方が陽に現れる決定行列に基づく方法 [8] を適用する．共通ルールをどのように定めるかにより，多くの種類の決定ルールが考えられることを示す．

次節では，ラフ集合に基づくルール抽出手法について簡単に説明する．3節では，ルール抽出を，正事例は満たし負事例は満たさない極小条件を算出することと捕えることができることから，一つの決定表から7種類のルール抽出法が考えられることを示す．4節では，他の決定表に矛盾しない決定ルールの抽出法について考察する．5節では，両方の決定表に支持される決定ルールの抽出法について議論する．最後に，6節では，
数値例を用いて，二つの違ったルール抽出法の違いを示す．

2 ラフ集合に基づくルール抽出

$U = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ を対象の全体集合，C をすべての条件属性の集合，d を一つの決定属性，V_a を属性 a が取りうる値の集合とし，$V = \cup_{a \in C \cup \{d\}} V_a$ と定め，$\rho : U \times C \cup \{d\} \to V$ を対象 $x \in U$ と属性 $a \in C \cup \{d\}$ に対して属性値 $\rho(x, a) \in V_a$ を与える情報関数とすると，決定表 $\mathcal{I}$ は $\mathcal{I} = \langle U, C \cup \{d\}, V, \rho \rangle$ と定めることができる．決定属性の値 $v_d \in V_d = \{v_d^1, v_d^2, \ldots, v_d^p\}$ により，$D_k = \{x \in U \mid \rho(x, d) = v_d^k\}$ と定めると，対象集合 U は決定クラス D_k, $k = 1, 2, \ldots, p$ に分割することができる．

本研究では，決定表に含まれる決定属性が唯一であると仮定するが，現実問題では，複数の決定属性を持つ場合もありうる．複数の決定属性をもつ決定表からルール抽出を行う場合には，ある決定属性の値を推論する決定ルールあるいは，いくつかの決定属性の値の組合せを推論する決定ルールを抽出することになる．前者の場合，推論したい決定属性のみを選び，他の決定属性の情報を削除した決定表を考え，決定ルールを抽出することと等価になる．一方，後者の場合には，異なった組合せが異なった値を取るように，決定属性の値の組合せに一つの値を割り当て，割り当てた値をとる属性 d を考えれば，決定表の組合せを推論する決定ルールは属性 d の値を推論する決定ルールと等価になるので，この場合にも，決定属性が唯一の決定表からのルール抽出と等価になる．したがって，決定属性を一つと仮定した決定表のみを考えることは，一般性を大きく損なうことはない．

条件属性集合 $A \subseteq C$ に対して，次の同値関係を定義することができる．

$$R_A = \{(x, y) \in U \times U | \rho(x, a) = \rho(y, a), \forall a \in A\} \tag{1}$$

R_A は識別不能関係と呼ばれる．一般に，決定属性 d に関する情報は得ることが容易でなく，比較的容易に得られる条件属性に関する情報から，決定属性の値を推測することになる．そこで，条件属性の値から決定属性の値を導く決定ルールを考察する．

条件属性集合 $A \subseteq C$ を用いると，決定クラス D_k の下近似，上近似は次のように定義できる．

$$A_*(D_k) = \{x \in U | [x]_A \subseteq D_k\} \tag{2}$$

$$A^*(D_k) = \{x \in U | [x]_A \cap D_k \neq \emptyset\} \tag{3}$$

ただし，$[x]_A$ は，同値関係 R_A による対象 x の同値類，すなわち，$[x]_A = \{y \in (y, x) \in R_A\}$ である．

決定クラス D_k の下近似，上近似から，それぞれ，確実性ルール，可能性ルールを抽出することができる．決定ルールの抽出法として，種々のアルゴリズムが提案されている．本研究では，抽出したい決定ルールの意味が陽に表れる決定行列に基づく方法を用いる．決定行列に基づいた確実性ルールの抽出法は以下のようになる．

$K_k^+=\{i \mid x_i \in C_*(D_k)\}$，$K_k^-=\{j \mid x_j \notin D_k\}$ で定められる二つの添字集合を用いると，決定クラス D_k に関する確実性ルールの抽出に用いられる決定行列は次の (i,j) 成分により構成される．

$$M_{ij}^k=\{(a,\rho(x_i,a))|\rho(x_i,a)\neq\rho(x_j,a)\},\ i\in K_k^+,\ j\in K_k^- \tag{4}$$

記号 (a,v) を命題「属性 a の値は v である」とみなすと，確実性ルールの極小条件は次の論理式の最簡加法形の各論理積項として求められる．

$$\bigvee_{i\in K_k^+}\bigwedge_{j\in K_k^-}\bigvee M_{ij}^k \tag{5}$$

可能性ルールを抽出するには，K_k^+ と K_k^- の定義をそれぞれ，$K_k^+=\{i|x_i\in C^*(D_k)\}$，$K_k^-=\{j|x_j\notin C^*(D_k)\}$ に変更すれば，同様な方法で求められる．

正事例と負事例に対応する二つの集合 K_k^+，K_k^- を用いていることから，事例の集合のペア $(\mathcal{Y},\mathcal{N})$ を与えることにより，ルール抽出が行えることがわかる．$\mathcal{Y}$ は正事例の集合で，Target 集合と呼ばれる．また，$\mathcal{N}$ は負事例の集合で，Block 集合と呼ばれる．例えば，集合のペア $(C_*(D_k),U-D_k)$ に対して，決定クラス D_k に関する確実性ルールが抽出でき，集合のペア $(C^*(D_k),U-C^*(D_k))$ に対して，決定クラス D_k に関する可能性ルールが抽出できる．決定行列に基づくルール抽出法では，添え字 $i\in K_k^+$ をもつ対象 x_i は満たし，K_k^- 内の任意の添え字 $j\in K_k^-$ をもつ対象 x_j は満たさないすべての極小条件を求めることにより，対象 x_i に関する決定ルールが得られていることがわかる．$i\in K_k^+$ なるすべての x_i を考えることにより，求めたいすべての決定ルールを抽出している．

D_k, $k=1,2,\ldots,p$ に対する確実性ルールを集めることにより，種々の決定クラスを導く確実性ルール群を得ることができ，D_k, $k=1,2,\ldots,p$ に対する可能性ルールを集めることにより，種々の決定クラスを導く可能性ルール群を得ることができる．

3　一つの決定表からの7種類のルール抽出

本研究では，簡単のため，決定表に唯一の決定属性が存在し，Yes，No のいずれかの値をとると仮定する．それぞれの値に対応する決定クラスを D_1，D_2 とする．本節では，決定属性の値が Yes であると推測する決定ルールの抽出を議論する．決定属性の値が No であると推測する決定ルールの抽出も，Yes と No を入れ替えるだけで全く同様に議論できる．便宜上，$Y_L=C_*(D_1)$，$Y_U=C^*(D_1)$，$N_L=C_*(D_2)$，$N_U=C^*(D_2)$ と定める．

決定属性の値が未知の新しい対象が与えられたとき，その対象がどの決定クラスに属すかを推測するために，抽出された決定ルールを用いることができる．与えられた決定表が正確で完全で，かつ，確定的な決定を表しているとは限らないので，新しい対象に対して，正しい結果が得られるとは限らない．誤った結論を推測するばかりでなく，推測値が得られない場合 (不明) や，複数の決定ルールから異なった推測値が得られる場合 (矛盾) もある．

決定ルールの条件部の極小化は，より多くの未知の対象に適用可能な決定ルールを求めることになるので，推測値が不明となる場合を回避している．その反面，複数の決定ルールが適用可能となる可能性を高め，結論部が異なる場合には，推測値の矛盾を導くことになる．ラフ集合では，与えられた決定表が正確で完全であり，矛盾が生じないと暗に仮定されている場合が多く，矛盾の回避を考慮した決定ルールの抽出法はあまり考察されていない．本研究では，複数の決定表を考えるので，それぞれから得られる決定ルール間で矛盾が生じうる．このことより，矛盾の回避

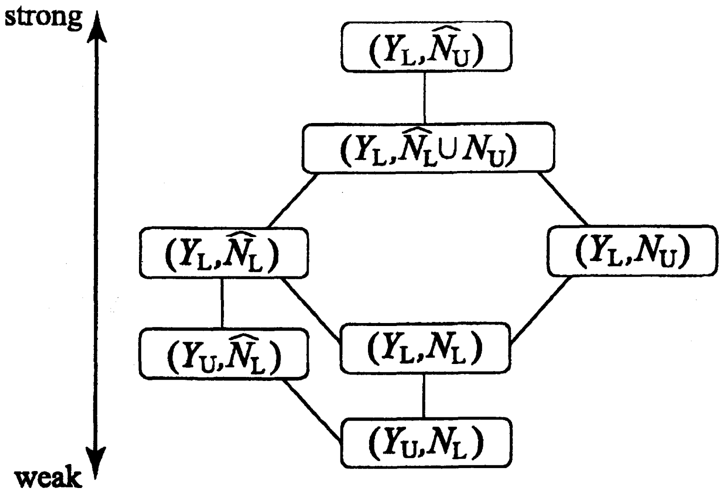

図 1: 7 種類のルール抽出の強弱関係

を考慮した決定ルールの抽出を考察する必要性が高い．このような矛盾の回避は，事例となる対象数が少ない場合にも有効となるので，本研究では，一つの決定表からの決定ルールの抽出においても矛盾の回避方法を考察する．

決定行列に基づくルール抽出法においては，決定行列の成分 M_{ij}^k をどのように定めるかが重要となる．各成分は，正事例が満たし，負事例は満たさない命題の集合と定められる．負事例の代わりに，負事例であると推測する決定ルールの集合を考え，正事例が満たし，負事例の決定ルールの条件部が満たさない基本命題の集合として M_{ij}^k を定めれば，この決定行列に基づき抽出される決定ルールは，M_{ij}^k を求めるのに用いた決定ルールと矛盾しない．このように負事例の決定ルールを用いることにより，決定ルール間の矛盾の可能性を低減できる．

負事例の決定ルールとして，確実性ルールと可能性ルールとの 2 種類の決定ルールが存在するので，決定ルールの集合をそれぞれ，$\hat{N}_L$，$\hat{N}_U$ と記す．これらも導入すると，正事例であると推測する決定ルールを抽出するための Target 集合，Block 集合は，それぞれ，次のようになる．

$$\begin{array}{rl} \text{Target 集合:} & Y_L,\ Y_U \\ \text{Block 集合:} & N_L,\ N_U,\ \hat{N}_L,\ \hat{N}_U,\ \hat{N}_L \cup N_U \end{array}$$

Target 集合と Block 集合のペアとして，(Y_L, N_L), (Y_L, N_U), $(Y_L, \hat{N}_L)$, $(Y_L, \hat{N}_L \cup N_U)$, $(Y_L, \hat{N}_U)$, (Y_U, N_L)，$(Y_U, \hat{N}_L)$ の 7 種類が考えられる．(Y_U, N_U)，$(Y_U, \hat{N}_U)$，$(Y_U, \hat{N}_L \cup N_U)$ の 3 つのペアについては，それぞれ，(Y_L, N_U)，$(Y_L, \hat{N}_U)$，$(Y_L, \hat{N}_L \cup N_U)$ と等価になるため，削除されている．抽出される決定ルールの条件部に関して，7 種類のペアの強弱関係は図 1 に示すようになる．図 1 から明らかなように，$(Y_L, \hat{N}_U)$ が最も強く，$(Y_L, \hat{N}_L \cup N_U)$ が 2 番目に強い．また，(Y_U, N_L) が最も弱く，(Y_L, N_L)，$(Y_U, \hat{N}_L)$ が 2 番目に弱い．$(Y_L, \hat{N}_L)$ と (Y_L, N_U) は中間に位置している．通常のラフ集合解析により求められる確実性ルールはペア (Y_L, N_U) に，可能性ルールはペア (Y_U, N_L) により抽出される．

図 1 の上部に位置するペアにより抽出される決定ルールは決定ルール間の矛盾を導く可能性が低い反面，条件部が強い消極的な決定ルールとなり，不明を導く可能性が高い．逆に，図 1 の下部に位置するペアにより抽出される決定ルールは決定ルール間での矛盾の可能性は高いが，条件部が弱い積極的な決定ルールとなり，不明を導く可能性は低い．

さて，$(\mathcal{Y},\mathcal{N})$ に基づく決定ルールの抽出法について述べよう．$(\mathcal{Y},\mathcal{N})$ に対応する決定行列は次のように定めることができる．

$$D_{ij}^{(\mathcal{Y},\mathcal{N})}=\{(a,\rho(r_i,a))\mid\rho(r_i,a)\neq\rho(s_j,a)\text{ かつ }\rho(s_j,a)\neq *,\ a\in C\},\quad r_i\in\mathcal{Y}, s_j\in\mathcal{N} \tag{6}$$

ただし，s_j は $\mathcal{N}$ の要素であるので，$\mathcal{N}=\hat{N}_L$ あるいは $\mathcal{N}=\hat{N}_U$ の場合には，s_j は決定ルールとなることがある．この場合，$\rho(s_j,a)$ を決定ルール s_j の条件部に属性 a の値が指定されていればその値を，そうでなければ，$*$ を与えるものと定める．式(6)の $D_{ij}^{(\mathcal{Y},\mathcal{N})}$ は，いずれかの正事例 $r_i\in\mathcal{Y}$ が満たし，すべての負事例あるいは負事例ルール $s_j\in\mathcal{N}$ が満たさない基本命題の集合となる．したがって，次の論理式の最簡加法標準形を求めると，各連言項が抽出したい決定ルールの極小な条件部になる．

$$\mathcal{L}_0=\bigvee_{r_i\in\mathcal{Y}}\bigwedge_{s_j\in\mathcal{N}}\bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y},\mathcal{N})} \tag{7}$$

ただし，$D_{ij}^{(\mathcal{Y},\mathcal{N})}$ の要素 $(a,\rho(r_i,a))$ は「属性 a の値が $\rho(r_i,a)$ である」という基本命題と解釈され，便宜上，$(a=\rho(r_i,a))$ と記される．以後も同様に，決定行列から論理式を定める場合，要素 $(a,\rho(r_i,a))$ は基本命題 $(a=\rho(r_i,a))$ とみなされる．

4　他方の決定表と矛盾しない決定ルールの抽出

二つの決定表からのルール抽出を考察すると，決定ルールに二つのレベルが考えられる．一方の決定表に支持され，他方の決定表と矛盾しない決定ルールと，二つの決定ルールの両方に支持される決定ルールの2種類である．前者をレベル1の決定ルール，後者をレベル2の決定ルールと呼ぶことにする．本節では，レベル1の決定ルールの抽出について考察する．

二つの決定表 $\mathcal{I}_1$，$\mathcal{I}_2$ が与えられたとする．決定表 $\mathcal{I}_1$ の Target 集合，Block 集合を $\mathcal{Y}^1$，$\mathcal{N}^1$ とし，決定表 $\mathcal{I}_2$ の Target 集合，Block 集合を $\mathcal{Y}^2$，$\mathcal{N}^2$ とする．他方の決定表と矛盾しない決定ルールを得るためには，Block 集合として，$\mathcal{N}^1,\mathcal{N}^2$ の両方を用いればよい．すなわち，次の25種類の Block 集合を考えればよい．

$$\text{Block 集合: }\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2,\ \ \mathcal{N}^j\in\{N_L^j,N_U^j,\hat{N}_L^j,\hat{N}_U^j,\hat{N}_L^j\cup N_U^j\},\ j=1,2 \tag{8}$$

Target 集合 Y_L^1, Y_U^1 とこれら25種類の Block 集合との組合せは，決定表 $\mathcal{I}_1$ における図1の7種類と決定表 $\mathcal{I}_2$ の5種類の Block 集合との組合せを考えれば良いので，$7\times5=35$ 通りの Target 集合と Block 集合のペアが考えられることになる．決定表 $\mathcal{I}_1$ と $\mathcal{I}_2$ を入れ替えた場合も考えられ，計50通りのペアが得られる．

ペア $(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)$ に基づいたルール抽出法を述べよう．決定行列の成分 $D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)}$ を，次のように定義する．

$$D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)}=\{(a,\rho(r_i,a))\mid\rho(r_i,a)\neq\rho(s_j,a)\text{ かつ }\rho(s_j,a)\neq *,\ a\in C\},\quad r_i\in\mathcal{Y}^1, s_j\in\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2 \tag{9}$$

この決定行列を用いると，次の論理式の最簡加法標準形を求めれば，各連言項が抽出したい決定ルールの極小な条件部となる．

$$\mathcal{L}_1^1=\bigvee_{r_i\in\mathcal{Y}^1}\bigwedge_{s_j\in\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2}\bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \tag{10}$$

$\mathcal{L}_1^1$ から，決定表 $\mathcal{I}_2$ と矛盾せず，決定表 $\mathcal{I}_1$ に支持される決定ルールを得ることができる．

決定表 $\mathcal{I}_1$ と矛盾せず，決定表 $\mathcal{I}_2$ に支持される決定ルールも，同様に次のように抽出される．決定行列の成分 $D_{ij}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)}$ を次のように定義する．

$$D_{ij}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} = \{(a,\rho(r_i,a)) \mid \rho(r_i,a) \neq \rho(s_j,a) \text{ かつ } \rho(s_j,a) \neq *,\ a \in C\}, \quad r_i \in \mathcal{Y}^2, s_j \in \mathcal{N}^1 \cup \mathcal{N}^2 \tag{11}$$

次の論理式の最簡加法標準形を求めれば，各連言項が抽出したい決定ルールの極小な条件部となる．

$$\mathcal{L}_1^2 = \bigvee_{r_i \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{s_j \in \mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2} \bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \tag{12}$$

5　二つの決定表に支持される決定ルールの抽出

二つの決定表に支持される決定ルールの抽出法について述べる．すなわち，二つの Target 集合 $\mathcal{Y}^1,\mathcal{Y}^2$，および，二つの Block 集合 $\mathcal{N}^1,\mathcal{N}^2$ に基づいたルール抽出を考察する．ただし，$\mathcal{Y}^1 \in \{Y_L^1, Y_U^1\}, \mathcal{N}^1 \in \{N_L^1, N_U^1, \hat{N}_L^1, \hat{N}_L^1 \cup N_U^1, \hat{N}_U^1\}, \mathcal{Y}^2 \in \{Y_L^2, Y_U^2\}, \mathcal{N}^2 \in \{N_L^2, N_U^2, \hat{N}_L^2, \hat{N}_L^2 \cup N_U^2, \hat{N}_U^2\}$ である．この場合，一つの Target 集合と一つの Block 集合に基づく前節までの方法は適用できないので，新しい考え方を導入する．

考えられる一つの方法は，抽出された決定ルールの条件部が異なった決定表内に存在する二つの対象によって満たされるように，決定表を修正することである．この考え方に基づけば，決定行列の成分を次のように定義できる．

$$\tilde{D}_{ijk}^{[\mathcal{Y}^1,\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2]} = D_{ik}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \cap D_{jk}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \tag{13}$$

この決定行列を用いて定められる次の論理式の最簡加法標準形を求めると，各連言項が抽出したい決定ルールの極小な条件部になる．

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}} = \bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigvee_{r_j^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{k \in \mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2} \bigvee \tilde{D}_{ijk}^{[\mathcal{Y}^1,\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2]} \tag{14}$$

この方法は $\mathcal{Y}^1,\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1$，$\mathcal{N}^2$ により定められるので，$[\mathcal{Y}^1,\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2]$ と表記する．この方法から抽出される決定ルールは，互いに異なった決定表内に存在する少なくとも二つの対象に支持されている．しかし，このような二つの対象の存在の仮定は，比較的厳しい条件と考えられ，決定ルールが抽出されない場合も起こりうる．より多くの決定ルールを得るためには，もっと緩い仮定の下での決定ルールの抽出法が必要となる．

そこで，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$ に代わり，次の論理式を考える．

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}} = \bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigvee_{r_j^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{k \in \mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2} \left(\bigvee D_{ik}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \wedge \bigvee D_{jk}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \right) \tag{15}$$

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}} = \bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigvee_{r_k^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{s_j^1 \in \mathcal{N}^1} \bigwedge_{s_l^2 \in \mathcal{N}^2} \left(\bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1)} \wedge \bigvee D_{kl}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^2)} \right) \tag{16}$$

明らかに，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}} \to \mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}, \mathcal{L}_2^{\mathrm{m}} \to \mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ という性質をもつ．また，次の性質をもつ．

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}} = \left(\bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigwedge_{k \in \mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2} \bigvee D_{ik}^{(\mathcal{Y}^1,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \right) \wedge \left(\bigvee_{r_i^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{k \in \mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2} \bigvee D_{jk}^{(\mathcal{Y}^2,\mathcal{N}^1\cup\mathcal{N}^2)} \right)$$

表 1: 決定ルール抽出法の数

level	
2	$\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$: $35 \times 2 - 3 \times 7 = 49$ 通り $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$: $35 \times 2 - 3 \times 7 = 49$ 通り $\mathcal{L}_2^1$, $\mathcal{L}_2^2$: それぞれ $35 \times 2 - 3 \times 7 = 49$ 通り $\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$: $7 \times 7 = 49$ 通り
1	$\mathcal{L}_1^1$, $\mathcal{L}_1^2$: それぞれ $7 \times 5 = 35$ 通り
0	$\mathcal{L}_0^1$, $\mathcal{L}_0^2$: それぞれ 7 通り

$$= \mathcal{L}_1^1 \wedge \mathcal{L}_1^2 \tag{17}$$

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}} = \left(\bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigwedge_{s_j^1 \in \mathcal{N}^1} \bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1, \mathcal{N}^1)} \right) \wedge \left(\bigvee_{r_k^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{s_l^2 \in \mathcal{N}^2} \bigvee D_{kl}^{(\mathcal{Y}^2, \mathcal{N}^2)} \right)$$
$$= \mathcal{L}_0^1 \wedge \mathcal{L}_0^2 \tag{18}$$

すなわち，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$ は $\mathcal{L}_1^1$ と $\mathcal{L}_1^2$ の論理積で，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ は $\mathcal{L}_0^1$ と $\mathcal{L}_0^2$ の論理積で表すことができる．これらの性質より，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ は，二つの決定ルールの条件部の論理積を取ることにより得られる併合ルール [5, 6, 7] を抽出する方法になっていることがわかる．前者の論理式に基づく方法を $\langle \mathcal{Y}^1, \mathcal{Y}^2, \mathcal{N}^1 \cup \mathcal{N}^2 \rangle$ と表記し，後者の論理式に基づく方法を $\langle \mathcal{Y}^1, \mathcal{Y}^2, \mathcal{N}^1, \mathcal{N}^2 \rangle$ と表記する．

先と同様に，論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ それぞれの最簡加法標準形を求めると，各連言項が決定ルールの極小な条件部になる．$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$ から得られる決定ルールは，二つの決定表 $\mathcal{I}_1$，$\mathcal{I}_2$ から得られる二つの決定ルール群に支持され，$\mathcal{I}_1$，$\mathcal{I}_2$ のどちらの決定表にも矛盾しない．同様に，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ から得られた決定ルールは，二つの決定表 $\mathcal{I}_1$ $\mathcal{I}_2$ から得られる二つの決定ルール群に支持されるが，$\mathcal{I}_1$ あるいは $\mathcal{I}_2$ の決定表と矛盾する可能性がある．これらの決定ルールは互いに異なった決定表に存在する二つの対象に支持されるとは限らず，互いに異なった決定表から得られる二つの決定ルールによって支持される．

論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ は二つの決定表に対して対称に取り扱っているが，次の論理式のように二つの決定表を非対称に取り扱う方法も考えられる．

$$\mathcal{L}_2^1 = \bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigvee_{r_k^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{s_j^1 \in \mathcal{N}^1} \bigwedge_{s_l^2 \in \mathcal{N}^1 \cup \mathcal{N}^2} \left(\bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1, \mathcal{N}^1)} \wedge \bigvee D_{kl}^{(\mathcal{Y}^2, \mathcal{N}^1 \cup \mathcal{N}^2)} \right)$$
$$= \mathcal{L}_0^1 \wedge \mathcal{L}_1^2 \tag{19}$$
$$\mathcal{L}_2^2 = \bigvee_{r_i^1 \in \mathcal{Y}^1} \bigvee_{r_k^2 \in \mathcal{Y}^2} \bigwedge_{s_j^1 \in \mathcal{N}^1 \cup \mathcal{N}^2} \bigwedge_{s_l^2 \in \mathcal{N}^2} \left(\bigvee D_{ij}^{(\mathcal{Y}^1, \mathcal{N}^1 \cup \mathcal{N}^2)} \wedge \bigvee D_{kl}^{(\mathcal{Y}^2, \mathcal{N}^2)} \right)$$
$$= \mathcal{L}_1^1 \wedge \mathcal{L}_0^2 \tag{20}$$

以上で議論した決定ルールの抽出法のすべての組合せを求めると，表 1 のようになる．レベル 0 は一つの決定表からのルール抽出であり，それぞれの決定表に対して 7 通りの抽出法がある．レベル 1 は一方の決定表に支持され，他方の決定表と矛盾しないルール抽出である．この場合，支持する決定表の選び方それぞれに対して 35 通りの抽出法がある．レベル 2 は両方の決定表に支持されるルール抽出法であり，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$, $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$, $\mathcal{L}_2^1$, $\mathcal{L}_2^2$, $\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ それぞれに対して 49 通りの抽出法がある．このように，二つの決定表からのルール抽出に対して 200 以上の多くの考え方があることがわかる．

なお，本研究では，論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$, $\mathcal{L}_2^1$, $\mathcal{L}_2^2$ において，二つの決定表に共通の $\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2$ を用いると仮

表 2: 二つの決定表 $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$

$\mathcal{I}_1$	Fu	De	Co	Ev
u_1	good	good	good	accept
u_2	bad	good	good	accept
u_3	good	bad	bad	reject
u_4	bad	bad	good	accept
u_5	good	good	bad	reject
u_6	bad	bad	good	reject

$\mathcal{I}_2$	Fu	De	Co	Ev
u_7	good	good	bad	accept
u_8	bad	bad	good	reject
u_9	bad	good	bad	reject
u_{10}	good	bad	good	accept
u_{11}	bad	good	good	accept
u_{12}	good	bad	good	reject

定しているが，これらが異なる場合も考慮すれば，さらに多くの種類のルール抽出法が考えられることになる．

6 数値例

6.1 数値例 1

表 2 に示す二人の仮想的な評価者による二つの決定表 $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$ を考える．これらの決定表は自動車 u_1 から u_{12} について，機能 Fu, デザイン De, コスト Co に基づき，accept か reject かを評価したものである．決定属性 Ev の accept と reject は，それぞれ，前章で述べた yes と no に対応している．u_1 から u_6 の自動車は決定者 1 によって評価され，u_7 から u_{12} の自動車は決定者 2 によって評価されたものとする．

決定属性 Ev の値が accept，および，reject となる自動車の上下近似は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
Y_L^1 &= C_*(Accept^1) = \{u_1, u_2\}\\
Y_U^1 &= C^*(Accept^1) = \{u_1, u_2, u_4, u_6\}\\
N_L^1 &= C_*(Reject^1) = \{u_3, u_5\}\\
N_U^1 &= C^*(Reject^1) = \{u_3, u_4, u_5, u_6\}\\
Y_L^2 &= C_*(Accept^2) = \{u_7, u_{11}\}\\
Y_U^2 &= C^*(Accept^2) = \{u_7, u_{10}, u_{11}, u_{12}\}\\
N_L^2 &= C_*(Reject^2) = \{u_8, u_9\}\\
N_U^2 &= C^*(Reject^2) = \{u_8, u_9, u_{10}, u_{12}\}
\end{aligned}
$$

ただし，$Accept^i$，$Reject^i$ は，それぞれ，決定表 $\mathcal{I}_i$ における accept，reject と評価される自動車の集合である．

前章で述べたように，この二つの決定表に基づく決定ルールの抽出法は 200 通り以上あるが，すべての結果が異なるとは限らない．ここでは，例として，$\langle Y_L^1, Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2 \rangle$，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ の二つのルール抽出法について比較しよう．

まず，決定ルール (可能性ルール) の集合 $\hat{N}_U^1$，$\hat{N}_U^2$ を計算すると，それぞれ，次の決定ルールが抽出される[1]．

[1] なお，これらの求め方を簡単に述べれば次のようになる．reject に関する決定ルールを抽出するので，Targer 集合

表 3: $(Y_L^1, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2)$ に対応する決定行列

obj.\ rule	r_1	r_2	s_2	s_3
u_1	$\{(De, \text{good})\}$	$\{(Co, \text{good})\}$	$\{(Fu, \text{good}), (Co, \text{good})\}$	$\emptyset$
u_2	$\{(De, \text{good})\}$	$\{(Co, \text{good})\}$	$\{(Co, \text{good})\}$	$\{(Fu, \text{bad})\}$

表 4: $(Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2)$ に対応する決定行列

obj.\ rule	r_1	r_2	s_2	s_3
u_7	$\{(De, \text{good})\}$	$\emptyset$	$\{(Fu, \text{good})\}$	$\{(Co, \text{bad})\}$
u_{11}	$\{(De, \text{good})\}$	$\{(Co, \text{good})\}$	$\{(Co, \text{good})\}$	$\{(Fu, \text{bad})\}$

$\hat{N}_U^1$:
- r_1 =“(De=bad) ⇒ (Ev=reject)”
- r_2 =“(Co=bad) ⇒ (Ev=reject)”

$\hat{N}_U^2$:
- s_1 =“(De=bad) ⇒ (Ev=reject)”
- s_2 =“(Fu=bad)∧(Co=bad) ⇒ (Ev=reject)”
- s_3 =“(Fu=good)∧(Co=good) ⇒ (Ev=reject)”

次に，$(Y_L^1, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2)$ と $(Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2)$ に対応する論理式 $\mathcal{L}_1^1$ と $\mathcal{L}_1^2$ に基づく決定ルールを抽出しよう．$(Y_L^1, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2)$ に対する決定行列は表 3 のようになる．ただし，$r_1 = s_1$ なので，s_1 の列は省略されている．これより，

$$\mathcal{L}_1^1 = (Fu{=}\text{bad}) \wedge (De{=}\text{good}) \wedge (Co{=}\text{good})$$

が得られる．同様に，$(Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2)$ に対する決定行列は表 4 のようになる．これより，

$$\mathcal{L}_1^2 = (Fu{=}\text{bad}) \wedge (De{=}\text{good}) \wedge (Co{=}\text{good})$$

が得られる．したがって，$\mathcal{L}_1^1 \wedge \mathcal{L}_1^2 = (Fu{=}\text{bad}) \wedge (De{=}\text{good}) \wedge (Co{=}\text{good})$ となるので，$\mathcal{L}_2^m$ に対応する決定ルール，すなわち，$\langle Y_L^1, Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2 \rangle$ に基づく決定ルールとして，次の唯一のルールが抽出される．

- t = “(Fu=bad) ∧ (De=good) ∧ (Co=good) ⇒(Ev=accept)”

通常，$\langle Y_L^1, Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2 \rangle$ に基づく決定ルールは，互いに異なった決定表から得られた二つの決定ルールに支持され，reject と推測する $\hat{N}_U^1$, $\hat{N}_U^2$ に帰属するいずれの決定ルールとも矛盾しないが，ここで得られた決定ルールは，さらに強く，互いに異なった決定表に属する二つの対象 u_2, u_{11} に支持され，reject と推測する $\hat{N}_U^1$, $\hat{N}_U^2$ に帰属するいずれの決定ルールとも矛盾しないものになっている．言い換えれば，$[Y_L^1, Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2]$ に対する論理式 $\mathcal{L}_2^s$ より得られる決定ルールにもなっている．このように，$\mathcal{L}^1 \rightarrow \mathcal{L}^2$ が成立するとき，$\mathcal{L}^2$ により $\mathcal{L}^1$ の決定ルールが得られることがある (通常は，より条件部の緩い決定ルールが得られる)．

一方，決定表に基づき，(Y_L^1, N_U^1)，(Y_L^2, N_U^2) に対応する論理式 $\mathcal{L}_0^1$，$\mathcal{L}_0^2$ の最簡加法標準形を求めると，次のようになる．

$$\mathcal{L}_0^1 = ((Fu{=}\text{good}) \wedge (Co{=}\text{good})) \vee ((De{=}\text{good}) \wedge (Co{=}\text{good}))$$

が N_U^1, N_U^2 になること，Y と N が入れ替わることに注意すると，それぞれ，(N_U^1, Y_L^1), (N_U^2, Y_L^2) とした論理式 $\mathcal{L}_0^1$, $\mathcal{L}_0^2$ を用いて求めることができる．

$$
\begin{aligned}
&\quad\;\; \vee((Fu\text{=bad}) \wedge (De\text{=good}))\\
\mathcal{L}_0^2 &= ((Fu\text{=good}) \wedge (De\text{=good})) \vee ((Fu\text{=good}) \wedge (Co\text{=bad}))\\
&\quad\;\; \vee((De\text{=good}) \wedge (Co\text{=good}))
\end{aligned}
$$

したがって，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ に対応する決定ルール，すなわち，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ に基づく決定ルールとして，次の唯一のルールが求められる．

- $q =$ "$(De\text{=good}) \wedge (Co\text{=good}) \Rightarrow (Ev\text{=accept})$"

通常，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ に基づく決定ルールは，互いに異なった決定表から抽出される二つのルールによって支持されるが，ここで得られた決定ルールは，互いに異なった決定表に属する二つの対象 (たとえば，u_2 と u_{11}) によって支持されている．一方，reject と推測する $\hat{N}_U^1$, $\hat{N}_U^2$ に帰属するすべての決定ルールと整合するとは限らない．たとえば，実際，

$$(Fu\text{=good}) \wedge (De\text{=good}) \wedge (Co\text{=good})$$

を満足する未知の対象に対しては，$\hat{N}_U^2$ に帰属する決定ルール s_3 より $Ev = \text{reject}$ と推測される．一方，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ に基づく決定ルール q から，$Ev = \text{accept}$ と推測され，s_3 と q から矛盾した結論が得られる．ところが，$\langle Y_L^1, Y_L^2, \hat{N}_U^1 \cup \hat{N}_U^2 \rangle$ に基づく決定ルール t をみると，条件部に適合せず，t からは推測結果が得られない．このように，t では矛盾が生じないことがわかる．

6.2 数値例 2

表 5, 6 に示す二人の仮想的な評価者による二つの決定表 T_1，T_2 を考える．これらの決定表はオーディオ製品 o_1 から o_{12} について，デザイン De，機能 Fu，サイズ Si に基づき，accept か reject かを評価したものである．決定属性 Ev の accept と reject は，それぞれ，前章で述べた *yes* と *no* に対応している．o_1 から o_6 の自動車は決定者 1 によって評価され，o_7 から o_{12} の自動車は決定者 2 によって評価されたものとする．

決定属性 Ev の値が accept，および，reject となるオーディオ製品の上下近似は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
Y_L^1 &= C_*(Accept^1) = \{o_1, o_2\}\\
Y_U^1 &= C^*(Accept^1) = \{o_1, o_2, o_4, o_6\}\\
N_L^1 &= C_*(Reject^1) = \{o_3, o_5\}\\
N_U^1 &= C^*(Reject^1) = \{o_3, o_4, o_5, o_6\}\\
Y_L^2 &= C_*(Accept^2) = \{o_9, o_{12}\}\\
Y_U^2 &= C^*(Accept^2) = \{o_7, o_9, o_{10}, o_{12}\}\\
N_L^2 &= C_*(Reject^2) = \{o_8, o_{11}\}\\
N_U^2 &= C^*(Reject^2) = \{o_7, o_8, o_{10}, o_{11}\}
\end{aligned}
$$

ただし，数値例 1 と同様，$Accept^i$，$Reject^i$ は，それぞれ，決定表 T_i における accept，reject と評価されるオーディオ製品の集合である．

ここでは，$[Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2]$，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2 \rangle$，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ の二つのルール抽出法について比較しよう．すなわち，それぞれに対応する $\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$, $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ により，$Ev-\text{accept}$ を導く決定ルールを抽出する．

表 5: 決定表 $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T}_1$	De	Fu	Si	Ev
o_1	modern	multiple	normal	accept
o_2	classic	simple	normal	accept
o_3	modern	simple	compact	reject
o_4	classic	simple	compact	accept
o_5	modern	multiple	compact	reject
o_6	classic	simple	compact	reject

表 6: 決定表 $\mathcal{T}_2$

$\mathcal{T}_2$	De	Fu	Si	Ev
o_7	classic	simple	normal	accept
o_8	modern	multiple	compact	reject
o_9	classic	multiple	normal	accept
o_{10}	classic	simple	normal	reject
o_{11}	classic	simple	compact	reject
o_{12}	modern	simple	compact	accept

まず，$[Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2]$ に対する論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$ を求めよう．式 (13) の $\bar{D}_{ijk}^{[Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2]}$ を成分とする決定行列を求めると，表 7 のようになる．この表において，列 (o_5, o_8)，(o_6, o_{11}) は，対象 o_5 と o_8，および o_6 と o_{11} の条件属性の値が等しいので，まとめて記していることを表している．

表 7 より，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$ は次のように求められる．

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}} &= ((Fu = \text{multiple}) \vee (Si = \text{normal})) \wedge (Si = \text{normal}) \\ &\quad \wedge ((Fu = \text{multiple}) \vee (Si = \text{normal})) \wedge (Fu = \text{multiple}) \\ &= (Fu = \text{multiple}) \wedge (Si = \text{normal})\end{aligned}$$

したがって，$[Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2]$ より，次の決定ルールが得られる．

- r^{s} = "$(Fu = \text{multiple}) \wedge (Si = \text{normal}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$"

この決定ルールは互いに異なった決定表に属する二つの対象 o_1, o_9 に支持される．このことは，この決定ルールが表 7 の最初の行，すなわち，(o_1, o_9) の行から得られていることからも理解できる．

次に，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2 \rangle$ に対する論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$ を求めよう．式 (17) より，これを求めるには，$(Y_L^1, N_U^1 \cup N_U^2)$ と $(Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2)$ に対する論理式 $\mathcal{L}_1^1$ と $\mathcal{L}_1^2$ を求め，連言をとれば良い．論理式 $\mathcal{L}_1^1$，$\mathcal{L}_1^2$ に対する決定表は，それぞれ，表 8，9 のようになる．これらの表より，$\mathcal{L}_1^1$，$\mathcal{L}_1^2$ は，それぞれ，次のように求められる．

$$\mathcal{L}_1^1 = ((De{=}\text{modern}) \wedge (Si{=}\text{normal})) \vee ((Fu{=}\text{multiple}) \wedge (Si{=}\text{normal}))$$
$$\mathcal{L}_1^2 = ((De{=}\text{classic}) \wedge (Fu{=}\text{multiple})) \vee ((Fu{=}\text{multiple}) \wedge (Si{=}\text{normal}))$$

したがって，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}}$ は

$$\mathcal{L}_2^{\mathrm{m}} = \mathcal{L}_1^1 \wedge \mathcal{L}_1^2 = (Fu{=}\text{multiple}) \wedge (Si{=}\text{normal})$$

表 7: $[Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2]$ に対応する決定行列

obj.\ obj.	o_3	o_5, o_8	o_6, o_{11}	o_{10}
(o_1, o_9)	{(Fu, multiple), (Si, normal)}	{(Si, normal)}	{(Fu, multiple), (Si, normal)}	{(Fu, multiple)}
(o_1, o_{12})	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	(De, modern)
(o_2, o_9)	{(De, classic), (Si, normal)}	{(De, classic), (Si, normal)}	{(Si, normal)}	$\emptyset$
(o_2, o_{12})	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

表 8: $(Y_L^1, N_U^1 \cup N_U^2)$ に対応する決定行列

obj.\ obj.	o_3	o_5, o_8	o_6, o_{11}	o_{10}
o_1	{(Fu, multiple), (Si, normal)}	{(Si, normal)}	{(De, modern), (Fu, multiple), (Si, normal)}	{(De, modern), (Fu, multiple)}
o_2	{(De, classic), (Si, normal)}	{(De, classic), (Fu, multiple), (Si, normal)}	{(Si, normal)}	$\emptyset$

表 9: $(Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2)$ に対応する決定行列

obj.\ obj.	o_3	o_5, o_8	o_6, o_{11}	o_{10}
o_9	{(De, classic), (Fu, multiple), (Si, normal)}	{(De, classic), (Si, normal)}	{(Fu, multiple), (Si, normal)}	{(Fu, multiple)}
o_{12}	$\emptyset$	{(Fu, simple)}	{(De, modern)}	{(De, modern), (Si, compact)}

したがって，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2 \rangle$ より得られる決定ルールは，先の $[Y_L^1, Y_L^2, N_U^1 \cup N_U^2]$ の決定ルールと同じく，r^s となる．

最後に，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ に対する論理式 $\mathcal{L}_2^w$ を求めよう．式 (18) より，これを求めるには，(Y_L^1, N_U^1) と (Y_L^2, N_U^2) に対する論理式 $\mathcal{L}_0^1$ と $\mathcal{L}_0^2$ を求め，連言をとれば良い．論理式 $\mathcal{L}_0^1$，$\mathcal{L}_0^2$ に対する決定表は，それぞれ，表 10，11 のようになる．なお，これらの決定表では，o_4，o_7 の列は，それぞれ，o_6，o_{10} の列と同じになるので，省略している．これらの表より，$\mathcal{L}_0^1$，$\mathcal{L}_0^2$ は，それぞれ，次のように求められる．

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_0^1 = & [((Fu = \text{multiple}) \vee Si = \text{normal})) \wedge (Si = \text{normal}) \\
& \wedge((De = \text{classic}) \vee (Fu = \text{multiple}) \vee (Si = \text{normal}))] \\
& \vee[((De = \text{classic}) \vee (Si = \text{normal})) \\
& \wedge((De = \text{classic}) \vee (Fu = \text{simple}) \vee (Si = \text{normal})) \wedge (Si = \text{normal})] \\
= & (Si{=}\text{normal}) \\
\mathcal{L}_0^2 = & [((De = \text{classic}) \vee (Si = \text{normal})) \wedge (Fu = \text{multiple}) \\
& \wedge((Fu = \text{multiple}) \vee (Si = \text{normal}))]
\end{aligned}
$$

表 10: (Y_L^1, N_U^1) に対応する決定行列

obj.\ obj.	o_3	o_5	o_6
o_1	$\{(Fu$, multiple), $(Si$, normal)$\}$	$\{(Si$, normal)$\}$	$\{(De$, classic), $(Fu$, multiple), $(Si$, normal)$\}$
o_2	$\{(De$, classic), $(Si$, normal)$\}$	$\{(De$, classic), $(Fu$, simple), $(Si$, normal)$\}$	$\{(Si$, normal)$\}$

表 11: (Y_L^2, N_U^2) に対応する決定行列

obj.\ obj.	o_8	o_{10}	o_{11}
o_9	$\{(De$, classic), $(Si$, normal)$\}$	$\{(Fu$, multiple)$\}$	$\{(Fu$, multiple), $(Si$, normal)$\}$
o_{12}	$\{(Fu$, simple)$\}$	$\{(De$, modern), $(Si$, compact)$\}$	$\{(De$, modern)$\}$

$$
\begin{aligned}
&\vee[(Fu = \text{simple}) \wedge ((De = \text{modern}) \vee (Si = \text{compact})) \wedge (De = \text{modern})] \\
&= ((De{=}\text{modern}) \wedge (Fu{=}\text{simple})) \vee ((De{=}\text{classic}) \wedge (Fu{=}\text{multiple})) \\
&\quad \vee((Fu{=}\text{multiple}) \wedge (Si{=}\text{normal}))
\end{aligned}
$$

これらの連言を取ることにより，$\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ は次のように求められる．

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}} &= \mathcal{L}_0^1 \wedge \mathcal{L}_0^2 \\
&= ((De = \text{modern}) \wedge (Fu = \text{simple}) \wedge (Si = \text{normal})) \\
&\quad \vee((Fu = \text{multiple}) \wedge (Si = \text{normal}))
\end{aligned}
$$

したがって，$\langle Y_L^1, Y_L^2, N_U^1, N_U^2 \rangle$ より，次の二つの決定ルールが抽出される．

- w_1 =“$(De{=}\text{modern}) \wedge (Fu{=}\text{simple}) \wedge (Si{=}\text{normal}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$”
- w_2 =“$(Fu{=}\text{multiple}) \wedge (Si{=}\text{normal}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$”

論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{w}}$ に基づく決定ルールは，互いに異なった決定表から得られる二つの決定ルールに支持されるが，w_1 は，決定表 T_1 の決定ルール “$(Si{=}\text{normal}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$” と，決定表 T_2 の決定ルール “$(De{=}\text{modern}) \wedge (Fu{=}\text{simple}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$” に支持されている．一方，$w_2$ は，決定表 T_1 の決定ルール “$(Si{=}\text{normal}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$” と，決定表 T_2 の決定ルール “$(Fu{=}\text{multiple}) \wedge (Si{=}\text{normal}) \Rightarrow (Ev{=}\text{accept})$” に支持されているばかりでなく，決定表 T_1 の対象 o_1 と決定表 T_2 の対象 o_9 に支持されている．これは，決定ルール w_2 が論理式 $\mathcal{L}_2^{\mathrm{s}}$ に基づく決定ルール r^{s} と同じであることからも理解できる．このように，より弱い決定ルール群は，より強い決定ルール群の各決定ルールを含んでいる．

7 まとめ

本研究では，二つの決定表に基づいたルール抽出法について考察した．二つの決定表からのルール抽出に対して，多くの考え方があり，これらは，一方の決定表に支持され，他方と矛盾しない決定ルールと両方の決定表に支持される決定ルールに大別される．後者は，さらに，それぞれの決定表に存在する二つの対象に支持されるものと，それぞれの決定表から抽出される二つの決定ルールに支持されるものに分類される．また，決定ルールの基になる Target 集合，決定ルールの条件部を限定する Block 集合の選び方により，非常に多くの種類のルール抽出法が考えられることを明らかにした．いずれの方法を採用するかは，どのような種類の決定ルールが望ましいか，どのレベルまで条件を緩めれば必要な数の決定ルールが得られるかなど，問題に依存する．本研究で提案した手法は，決定行列をもとにした方法であり，Block 集合として，決定ルールの集合を用いること，莫大な計算時間を要すと考えられ，あまり現実的とはいえない．決定行列を用いない LEM2[9] のような効率的なルール抽出アルゴリズムの議論が必要になる．また，三つ以上の決定表からのルール抽出についての考察も残された課題である．これらの課題は，今後の課題である．

参考文献

[1] Z. Pawlak: Rough Sets, *International Journal of Information Computer Science*, **11**(5), 341–356 (1982).

[2] Z. Pawlak: *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991.

[3] R. Słowiński: *Intelligent Decision Support: Handbook of Applications and Advances of Rough Sets Theory*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992.

[4] L. Polkowski, S. Tsumoto and T. Y. Lin, Eds.: *Rough Set Methods and Applications: New Developments in Knowledge Discovery in Information Systems*, Physica-Verlag, Heidelberg, 2000.

[5] 森：ラフ集合と感性工学，日本ファジィ学会誌，**13**(6), 600–607 (2001).

[6] 森，田中，井上 編：ラフ集合と感性：データからの知識獲得と推論，海文堂，(2004).

[7] 井藤，榎本，原田：多人数間における併合順序の併合ルール条件部への影響，第 19 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.529–532 (2003).

[8] N. Shan, W. Ziarko: Data-based Acquisition and Incremental Modification of Classification Rules, *Computational Intelligence* **11** 357–370 (1995).

[9] J. W. Grzymala-Busse: A Comparison of Three Strategies to Rule Induction from Data with Numerical Attribute, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, **82**(4), URL: http://www.elsevier.nl/locate/entcs/volume82.html (2003)