

# 粉体上における転がり Rolling on the Granular Material

辰己 創一\*, 佐野雅己

Soichi Tatsumi, Masaki Sano

東大・理 (Tokyo University)

## 概要

摩擦現象において Stick-Slip と呼ばれる周期運動が観察されることが一般に知られている。Stick-Slip 運動は厚紙同士や、粉体-ガラス間のすべり運動において詳しく調べられている [1, 2]。本研究では粉体上の転がりを観察することによっても Stick-Slip を見いだした。更に、その Stick-Slip の周期性が接触面の粉体粒子の大きさに強く依存することも明らかになったので、その点について報告する。

A cyclic motion, which is called "Stick-Slip" phenomena, is widely observed in frictional motions. Dynamics of Stick-Slip motion has been extensively studied for sliding motion using paper-paper or granular-glass interfaces. In this report, we found that the stick-slip motion arises in rolling motion on the granular material. Furthermore, the periodicity in stick-slip motion strongly depends on the diameter of granular materials in a contact area.

## 1 はじめに

巨視的な物体が動くときには必ず摩擦と呼ばれる抵抗力が働く。そしてその機構が果たしてどのように説明されるのかは古くより研究の対象になってきた。そのような研究の過程で、近年、Stick-Slip と呼ばれる周期運動に注目が集まっている。このような厚紙同士の摩擦や粉体上における摩擦など [1, 2]、様々な摩擦において観察されており、このような現象の本質が何であるのかは未だ明らかではない。

本研究においては、そのような Stick-Slip の重要な要素として接触面における相互作用のスケールに着目した。摩擦というのは微視的なスケールにおける事象と、巨視的なスケールにおける事象が直接的に結びついたような現象と考えることが出来る。本研究では、接触面における相互作用をつかさどるスケールを変えることで、実際に観察される Stick-Slip の性質がどのように変わるのかについて、調べる事を試みた。

---

\*tatsumi@daisy.phys.s.u-tokyo.ac.jp

このような目的を実現するために系の条件として、二つの特徴を持たせた。1つは接触面にガラスビーズに代表されるような粉体を使用したこと。もう1つは転がりを観察したことである。

まず粉体を使用することのメリットは、微視的な相互作用のスケールの大きさを、粉体粒子の大きさ、という明確な物理量で表現できる点にある。本研究では粉体粒子の大きさを変えることによって、微視的な相互作用の大きさというものを効果的にコントロールし、その結果として系が示す Stick-Slip の様相を比較している。

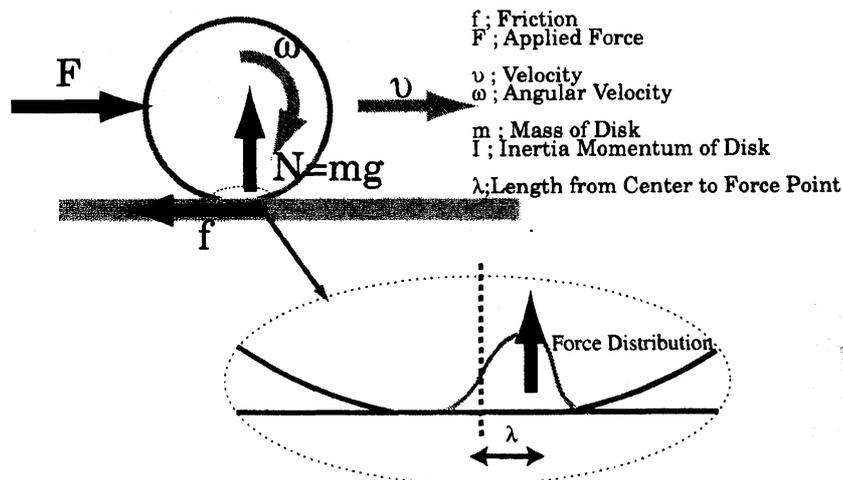


図1: 転がりにおける釣合

次に転がりを使用することのメリットは、接触面における巨視的な相互作用のスケールというものを、運動方程式のバランスから明確に書き下すことが出来る点にある。後で定義する摩擦長  $\lambda$  という、接触面における力の分布を表すような量を通して運動を見ることで、微視的な相互作用のスケールというものをより良く見ることが出来、これと系のコントロールパラメータとして用いた粒径と比較することで、系の運動がどのように遷移するのかを評価できるのである。

ここで、摩擦長  $\lambda$  の定義を述べておく。転がりの際の運動方程式というのは、図1のように、接触面における力の分布を考えることにより、

$$m \frac{dv}{dt} = F - f \quad (1)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = fR - mg\lambda \quad (2)$$

のように書き下すことが出来る。ここで (1) 式は並進運動の釣合から書き下されており、(2) 式は回転運動の釣合から書き下している。ここで  $F$  は加えた外力、 $f$  は下面での摩擦力、 $R$  は円盤の半径、 $m$  は円盤の重さ、 $I$  は円盤の慣性モーメント、 $v$  は並進速度、 $\omega$  は角速度、 $g$  は重力加速度、そして

最後に入は摩擦長を表している。ここで $\lambda$ は下面における力の分布の中心軸からのずれを表し、この量が即ち転がりにおける散逸を決定するような量に対応している。この事をもって、 $\lambda$ を摩擦長と呼ぶのである。

## 2 実験系

本実験は図2のように、作業粉体の上に置かれた対象円盤と板バネを鋼線によって結び、板バネをステッピングモーターによって一定速度で引っ張ることにより転がり運動を実現している。力の測定は、あらかじめ較正された板バネの変位から計算することが出来る。また、各時刻における位置、円盤の速度についても、板バネの変位の測定から得ている。板バネはリン青銅製のものを使用し、その変位の測定についてはレーザー変位系を用いている。一方、実験によって得られたデータ

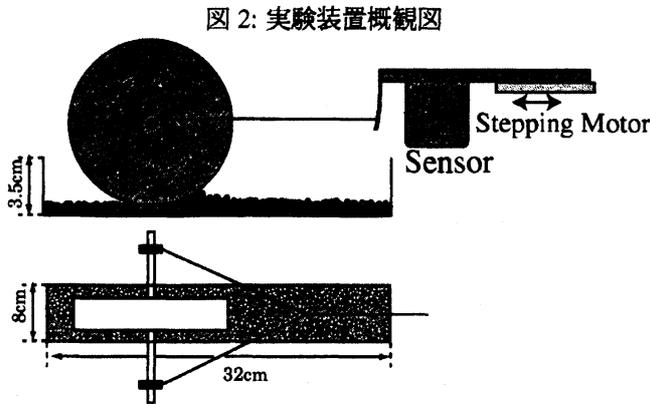


図 3: 作業円盤詳細

材質	アクリル
直径	20cm
幅	5cm
質量	1189.3g
慣性モーメント	$6.74 \times 10^3 \text{ gcm}^2$

はAD変換してLabView(National Instruments 社)を用いて、時系列データとしてPCに取りこみ、このデータをもとに全ての解析を行なった。本論文においては引っ張り速度は全て $0.1 \text{ mm/sec}$ で引っ張ったときのデータを使用して議論を行い、粒径を変化させた時に観察されるStick-Slipの様相がどのように遷移するかを調べている。粉体の準備については事前に電気炉で熱を通して水分を飛ばすことで、湿気の影響を防いでいる。

## 3 実験結果と解析

### 3.1 基礎データ

図4左図は引っ張った時間 $t$ に対し、各時刻での引っ張り力を示す図で、粒径が $0.025 \text{ mm}$ の時の図である。この図からもわかるように、全体としてはゆっくり増えて一定値に漸近するように振舞

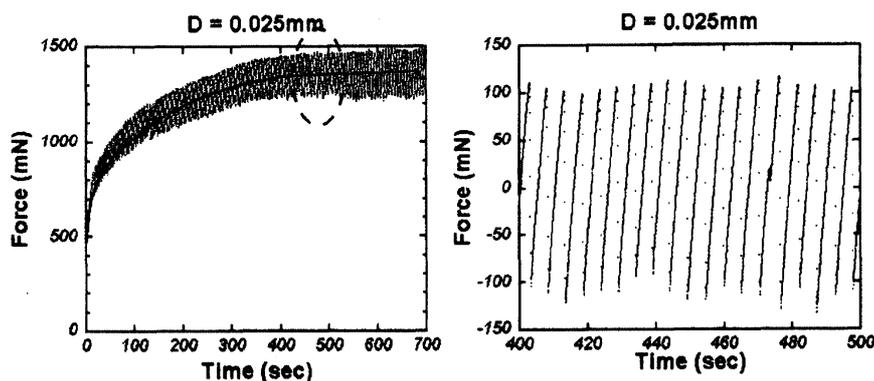


図4: 基礎データ; 右図は左図点線部の振動データ

い、なおかつ、その平均値のまわりで振動するような、即ち、Stick-Slip するような振舞いを示すことがわかる。本論文においては、Stick-Slip の振舞いに着目した議論を行うので、このデータを解析するためにそれぞれのデータ点のまわりで平均化したときの値との差に着目した。そのように解析したときの平均値を示したものが図4左図の太線であり、平均値を差し引いた振動部分のデータが、右図に対応している。なお、本論文における解析のほとんどは左図の一定値に漸近しているとみなせる領域のデータを使用しているが、唯一、周波数 Spectrum のみは典型的に 200sec から 600sec で前述のようにして求めた平均値からのずれを使用して求めている。

### 3.2 不規則転移

前節のようにした得たデータを元にして粒径を変えてその時の Stick-Slip の様相がどのように移り変わるのかを示したのが図5である。上から粒径が 0.025mm、0.2mm、1.0mm の時の Stick-Slip の様相を示している。これからもわかるように粒径を大きくしていくに従い、急速に Stick-Slip の規則性が失われていることがわかる。そこで、このような規則性がどのように失われているかについて2つの点から調べた。1つは周波数 Spectrum の粒径による遷移であり、1つは Stick-Slip の時間間隔のゆらぎである。

第一に周波数 Spectrum の観点からの解析を行ったのが、図6である。この図からもわかるように、粒径が小さいときにははっきりとしたピークを持つような構造を持っているのが、粒径が大きくなるに従って、ピークを持たない、即ち、不規則になっているようすがはっきりとわかる。またそれと同時に、粒径が大きな領域では、周波数 Spectrum が  $f^{-1}$  に従うような傾向を示していることがわかる。以上で述べたような2つの機構は粒径が 0.4mm 程度のところで切り替わっているように見える。

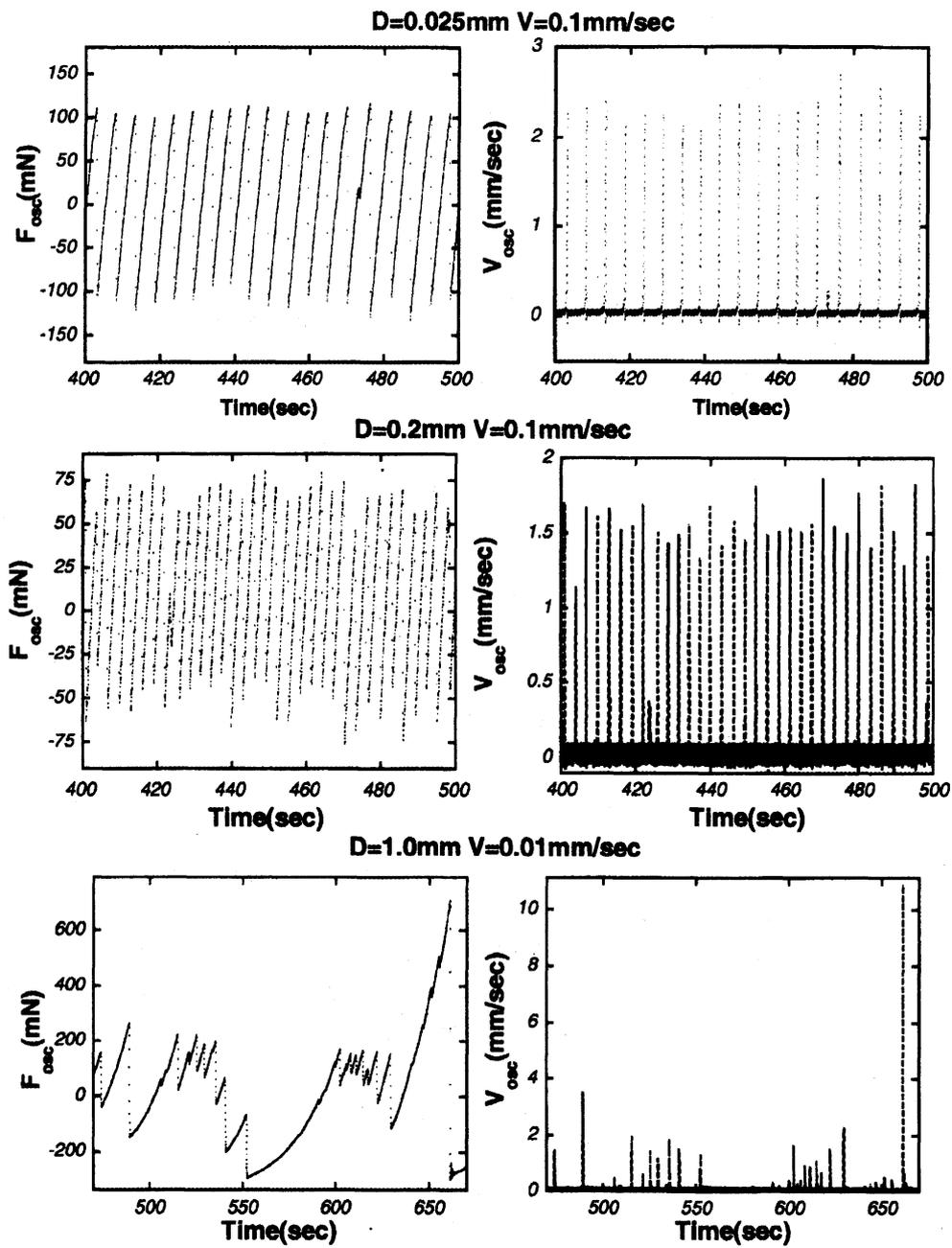


図 5: Stick-Slip の遷移

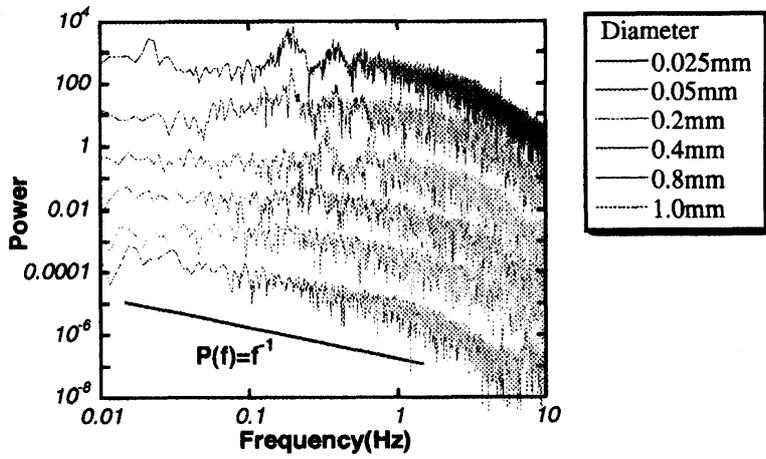


図 6: 周波数 Spectrum の粒径による違い

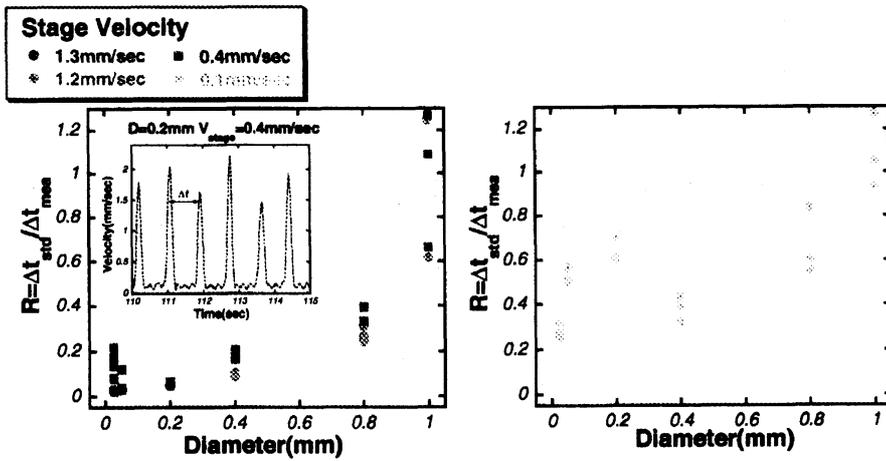


図 7: 周波数 Spectrum の粒径による違い

さて次に Stick-Slip の時間間隔のゆらぎの観点からの解析を行った。具体的には一つ一つの Stick-Slip の事象の間隔を  $\Delta t$  とおいた時に、その平均値を  $\Delta t_{mea}$ 、その標準偏差を  $\Delta t_{std}$  とおいて両者の比をプロットすることによって解析を行った。それを実際に示したのが図7である<sup>1</sup>。この図からも先ほどと同様に粒径が大きくなるに従って非周期性が増していつている様子をはっきりとわかる。

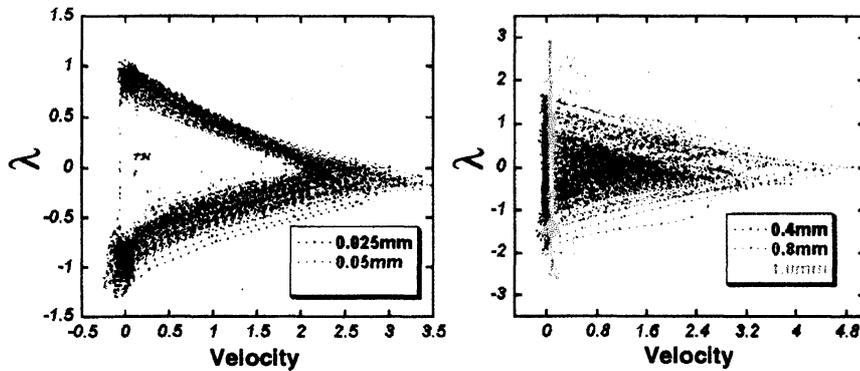


図8: 周波数 Spectrum の粒径による違い

最後にそういった転移を示している明確な図として、摩擦長  $\lambda$  の観点で見たときに Stick-Slip がどのように起こっているのかを示した図が、図8である。この図は  $\lambda$  の平均値からの変位がその時の円盤の速度に従ってどのように変わるかを示した図であるが、この図からも粒径が  $0.4\text{mm}$  のところで転移が起きている様子が見えてくる。

#### 4 考察

以上のような不規則的な構造への転移は Spectrum による考察から、粒径が  $0.4\text{mm}$  程度の所を境に起きていることがわかった。この事は粉体上の転がりにおいて何らかの特別なスケールが存在することを示している。この事を第1節で述べたような  $\lambda$  の観点から考えてみたい。図8を子細に見ると、粒径が小さい範囲 ( $0.025\text{mm}$ - $0.2\text{mm}$ ) において、 $\lambda$  の変位の典型的な値はゆっくりと減少、もしくはほとんど一定の値をとっていることがわかる。それが粒径が大きくなり ( $0.4\text{mm}$ - $1.0\text{mm}$ ) 非周期転移を起こすにいたって  $\lambda$  の変位が大きく、不規則なものへと変わっていつている。この事は系に固有の、例えば粉体には特有の Stress Chain に代表されるような力の伝わるメカニズムがあるが、そういったものに由来する粒径にはほとんどよらないような長さのスケール、即ち巨視的な意味での相互作用を司る長さのスケールが、微視的な意味での相互作用の長さのスケール、粒径と競

<sup>1</sup>この図に限っては引っ張り速度によってかなり違う傾向を示したので、引っ張り速度が  $0.1\text{mm/sec}$  以外のところにおけるデータもプロットした。

合するような領域において、非周期転移が起きているということを示しているのではないかと考えられる。

## 5 結論と展望

粉体上の転がりに関する研究を通じて、微視的なスケールと巨視的なスケールの競合が系全体の振舞いに対し直接的に影響を与えるような状況について考察することが出来た。そしてまた、ここで導いたような結論は決して今回おこなったような転がりに限ったものでは無いと考えられる。文献 [2] 中において那須野氏らは粉体上のすべりにおいて粉体粒子を粗くした結果、Stick-Slip の周期が非周期的になることを報告している。だがしかし、彼らの実験においてその粗い粒子というのは規則的な Stick-Slip を得た実験に比して大きな粒子を使用したものだった。このことと、本研究から示唆されるのは、すべりにおいても同様に微視的スケールと、巨視的スケールの競合、という観点からの理解が欠かせないのではないかと、ということである。結局、本研究で導入した  $\lambda$  という量は、対象物体の“形”を象徴するような量である。この事は今まで“形”というものをほとんど考察してこなかった摩擦研究の従来在り方に対しても重要な示唆となりうるだろう。

## 参考文献

- [1] F. Heslot, T. Baumberger, and B. Perrin. Creep, stick-slip, and dry-friction dynamics: Experiments and a heuristic model. *Phys. Rev. E*, pp. 4973–4988, 1994.
- [2] S. Nasuno, A. Kudrolli, A. Bak, and J. P. Gollub. Time-resolved studies of stick-slip friction in sheared granular layers. *Phys. Rev. E*, Vol. 58, pp. 2161–2171, August 1998.