

洗濯機内の流れが示す遷移現象の実験的研究

鈴木俊行 (Toshiyuki Suzuki)* 飯間信 (Makoto Iima)[†] 早瀬友美乃 (Yumino Hayase)[†]

* 北海道大学大学院理学研究科数学専攻 (Department of Mathematics, Hokkaido University)

[†] 北海道大学電子科学研究所 (Reserch Institute for Electronic Science, Hokkaido University)

1 序

我々は生活の様々なところで液体を回転させている。身近な例としては洗濯機やミキサーがあり、実験室の例では化学実験におけるスターラーを用いた試薬の攪拌がある。このように液体を回転させる行為は馴染みが深い。ところが液体内部の流れに着目してみると、身近な現象の中でも、直感に反するような非常に複雑な流れを見せる場合がある。

このような複雑な流れの研究は回転流体として、地球流体やテイラーケット流の研究が有名である。テイラーケット流とは同心回転円筒間の流れについての研究である。詳しく説明すると、同じ中心軸を持つ半径の違う2種類の円筒があり、異なる角速度で回転しているこの2円筒間に満たされる液体の流れについての研究である。このテイラーケット流について、たとえば三浦ら [1] の研究がある。三浦らは、外円筒を固定し、上下境界板と内円筒を一定の角速度で回転させる系について研究した。彼らはこの系において液体が、回転速度が遅いときは回転対称性を保ちつつ流れるのに対し、ある回転速度を超えると流れの回転対称性が崩れる、ということ報告している。また Lopez ら [2] は、一つの円筒内の液体について研究した。特に、側面は固定し底面のみを回転させるという系である。そのため三浦らの系では液体の上下境界面は固定表面であったが、Lopez らの系では液体上部境界は空気と接している自由表面となる。しかしこのような系においても、三浦らと同様に液体の内部の流れの回転対称性が崩れることを、Lopez らは報告している。

今回我々は、底面のみが回転する円筒容器内の液体の水面変形に着目して研究した。系としては、Lopez らの系に近く、液体に対し側面を固定し、底面のみ回転させて円筒容器内部の液体を駆動する。また液体上部境界は自由表面である。Lopez らとの違いは、計測する際に変化させた底面の回転速度の差である。無次元化した回転数 Re で表すと、Lopez らの系では $Re \simeq 2.0 \times 10^3$ に対し、我々の系では $Re \simeq 1.0 \times 10^5$ のように非常に速い回転速度を用いて実験を行なった。

この実験から、前述の三浦ら、Lopez らと同様に、液体の回転対称性が破れるような結果を得た。しかし彼らと大きく違うところは、彼らは液体内部の流れについて言及しているのに対し、我々は液体の表面変形で回転対称性の破れを確認した。特に回転数がある範囲においては、まだ他で報告されていない、水面変形が形状および高さの変動をみせるような現象を発見した。詳しくは文献 [3] に報告しているが、本講究録では、水面変形が対称性の崩壊と回復を繰り返しながら時間変動を行なう現象の解析を主に行なう。

2 Method

2.1 実験装置

実験装置を次のように構成する。ガラス製円筒容器内に、容器とほぼ同じ内径の円形回転子を入れる。この回転子を磁力型スターラーを用いて回転させることにより、容器内部の液体を駆動す

る。ガラス製円筒容器は半径 $R = 4.25 \times 10^{-2} (m)$ である。回転子の半径は $r = 4.20 \times 10^{-2} (m)$ である。液体は水道水を使用した (詳細は文献 [3] を参照のこと)。

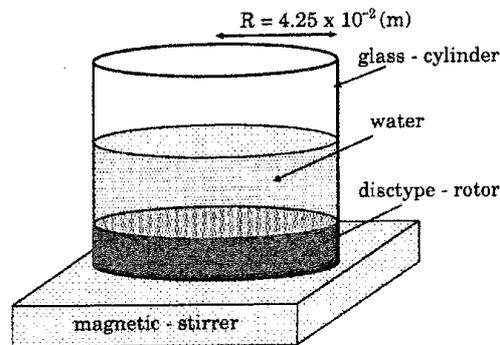


図 1: 実験装置図: ガラス製の円筒容器内に回転子を入れ、その回転子を磁力型スターラーを用いて回転させる。

2.2 解析方法

この論文において今後用いる用語および変数を定義する。

まず「底」と言った場合は回転子上部表面を指す。これは、実際に液体が接している底面は容器の底ではなく、回転子の上部表面だからである。次に水面変形を「渦」と呼ぶ。詳しく説明すると、この系は回転子を回転させると、液体上部自由表面 (水面) は静止状態よりも下降する。そのとき空気に接している水面変形全体を渦とする。またこの渦において、もっとも底に近い場所を「渦底」とする。加えてこの渦を側面より見たときの中心部における底から渦までの高さを「 $h(t)$ 」とする。(図 2 参照) ここで、 $h(t)$ は必ずしも渦底とは一致しないことに注意しなければならない。それは、 $h(t)$ を計測した場所よりもさらに低い箇所が存在するような水面変形があり得るからである。また「渦幅」と言った場合は、渦の側面からの写真において、ある高さの水平方向で測った幅である。

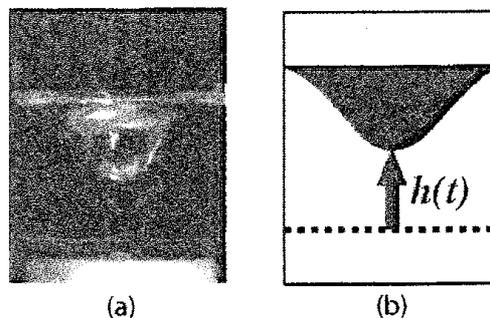


図 2: 実験例: (a) は実験例の写真であり、(b) は (a) の模式図である。(b) における黒色部分は渦を表している。また (b) における点線を底とし、矢印のように $h(t)$ を定める。

実験において変化させるパラメータは、回転子の回転数「 ω 」と静止状態における液体の高さ「 H 」である。またこれらより、系を支配する無次元パラメータは、レイノルズ数「 $Re = \omega R^2 / \nu$ 」(20度における水の動粘性率 $\nu \approx 1.00 \times 10^{-6} (s/m^2)$) とアスペクト比「 $A = H/R$ 」である。

変化させる範囲は、「 $20.9 \leq \omega \leq 147 (rad/sec)$ 」、「 $2.00 \times 10^{-2} \leq H \leq 5.00 \times 10^{-2} (m)$ 」である。これを無次元パラメータに直すと、レイノルズ数が「 $3.8 \times 10^4 \leq Re \leq 2.6 \times 10^5$ 」、アスペクト比が「 $0.47 \leq A \leq 1.18$ 」となる。

今回調べた現象では、 $h(t)$ が時間的に変動する場合がある。このような現象をより詳しく考察するため、得られた画像情報から「 $h(t)$ スリット画像」と「 $h(t)$ グラフ」を作る。これは撮影した静止画像の一部をスリット状に抜き出し、それを時間順に並べたものである。また「 $h(t)$ スリット画像」から $h(t)$ のデータを取り出しグラフ化したものが「 $h(t)$ グラフ」である。

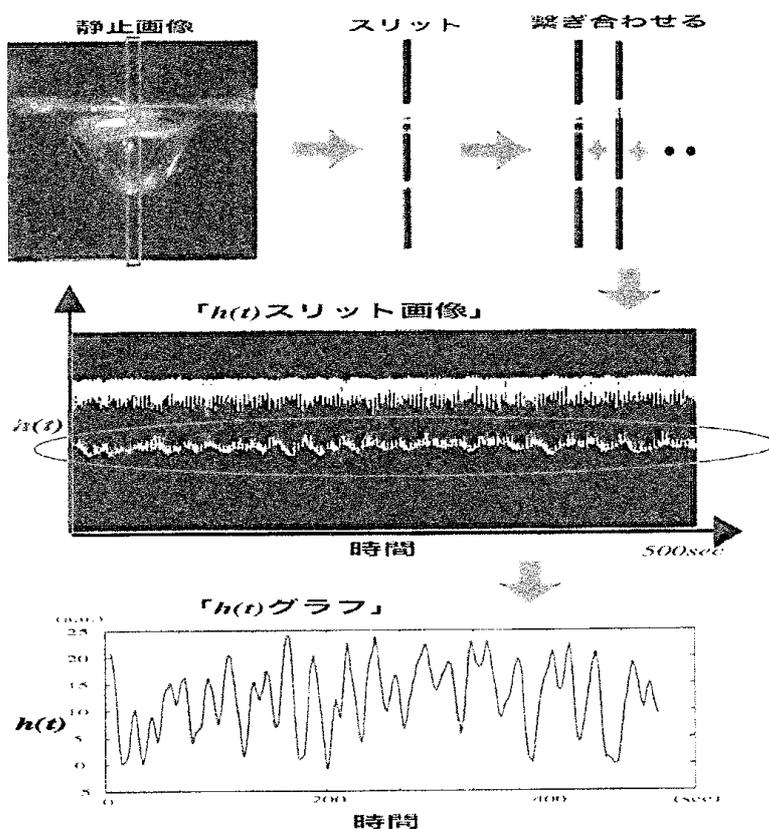


図 3: 「 $h(t)$ スリット画像」と「 $h(t)$ グラフ」の作成方法図：図中の矢印順に見る。

3 実験結果

渦の変化を次の二つの定義に従って定性的に分けることにする。

- (α) $h(t)$ について：「0 (定常)、定数 (定常)、周期的変動、非周期的変動」の4つに分類する。($h(t)$ については第 2.2.1 章を参照)

(β) 渦の水平断面の形状：この形状が主に回転対称性を持つか（円）、持たないか（楕円）について判別する。（断面の形状が回転対称性を持たない場合は必ず楕円となる。断面の計測方法は、渦幅の時間的な変化を見る。変化していなければ円、変化していれば楕円、と判断する。）

$A = 0.94$ に固定し Re （底の回転数）を上げたときの渦の時間的な変化を、上記の定義に従って、6つの領域に分け、便宜的に名前をつけ説明する。またここで示す現象は、 Re を時間的に固定した場合であることに注意する。

3.1 領域1 ($Re < 9.50 \times 10^4$)

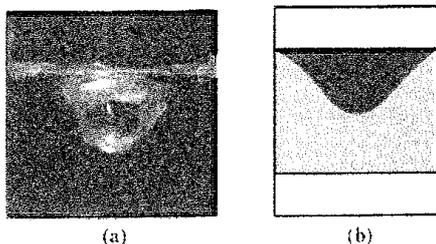


図 4: (a) は渦写真、(b) は (a) の模式図

領域1は6つの領域において最も回転数の低い $Re < 9.50 \times 10^4$ の範囲で見られる現象である。具体的には、渦は回転数に応じて水面の中心部が下がっていき逆釣り鐘状となる。これは我々が、この系の現象として、もっとも直感的わかりやすいものである。定義は (α) $h(t) = \text{定数}$ (定常)、(β) 断面：円となる。

3.2 領域2 ($9.50 \times 10^4 \leq Re < 1.30 \times 10^5$)

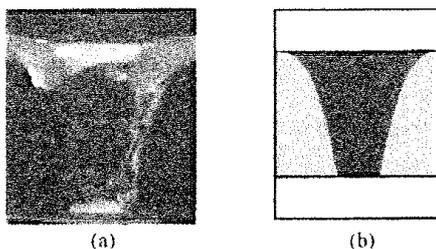


図 5: (a) は渦写真、(b) は (a) の模式図

領域2は、領域1の状態からさらに底面の回転数をあげた $9.50 \times 10^4 \leq Re < 1.30 \times 10^5$ の範囲で見られる現象である。領域2の渦は回転対称性を持った形状であり本質的には領域1と変わらない。違いは渦底が底についているかいないか、なので領域1の延長として比較的容易に理解できる。定義は、(α) $h(t) = 0$ (定常)、(β) 断面：円となる。

3.3 領域3 ($1.3 \times 10^5 \leq Re < 1.5 \times 10^5$)

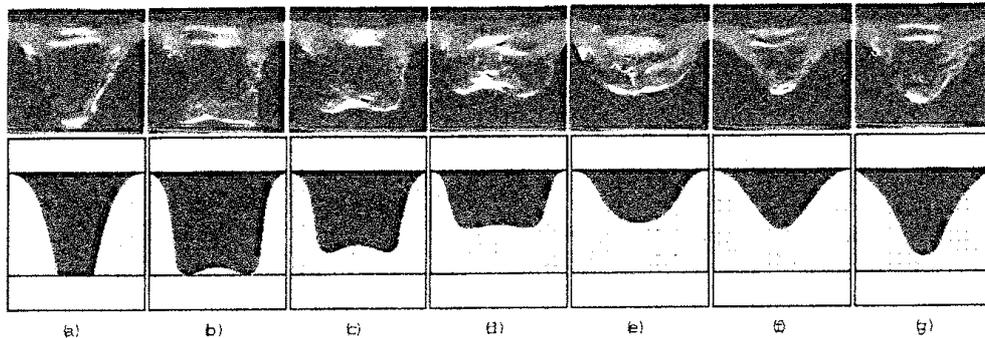


図 6: 渦写真および模式図：、上図が渦写真、下図が模式図であり、アルファベット順に時間経過を表している。

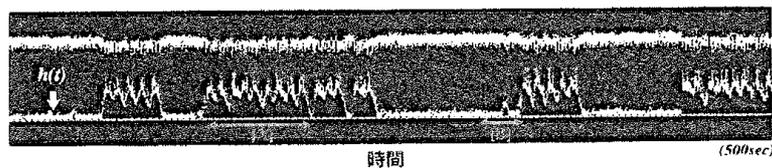


図 7: 領域3 $h(t)$ スリット画像：第 2.2.4 章で作り方を示した $h(t)$ スリット画像である。縦軸が $h(t)$ 、横軸が時間を表している。図中の点線は底を表している。この図より領域3における $h(t)$ の変動が非周期的であることがわかる。また図中の [A]、[B] は特徴的な変化を表しており内容は以下の解説で説明する。

領域3は、渦が回転対称性を崩して、なおかつその形状および $h(t)$ が時間的に変動するという現象である。イメージとしては領域2と領域4（第3.4章参照）の間を変動しているような現象である。

この領域3の現象の細かい変化を上記図6を元に説明する。まず渦は(a)のように、底について回転対称な形状をしている。しかしこれは領域2のように安定な状態ではなく、(b)では不安定が増大され、渦の形状は完全に回転対称性が崩れて、さらに渦底が底から離れる。このとき渦が二股状の形状を示す。(c)では、渦がその二股状の形状のまま回転しつつ徐々に上昇していく。(d)は上昇の頂上であり、領域4（第3.4章参照）に近い状態である。しかしこの(d)の状態も安定ではなく、(e)では渦は下降を始める。そのとき形状は徐々に回転対称性を復元する、つまり断面が楕円から円に戻っていくのである。(f)、(g)は回転対称な形状を保ちつつ、渦底は下降していく。その後再び回転対称な形状で底についている状態(a)に戻る。以後これを繰り返すことになる。

ただこの(a)から(i)までの変化はこの領域3の現象の典型的な場合であり、必ずしもアルファベット順に渦が変化するとは限らないことに注意しなければならない。それは図7の $h(t)$ の変動が非周期的であることからわかる。例えば、図7の [A] は、渦が頂上から下降する際底まで下りずに、下降途中で再び上昇する。図6を使って説明すると、(d) → (e) → (f) → (c) → (d) という現象である。また図7の [B] は、底についた状態をある程度保ち続け、底を離れても頂上まで上が

りきらずに下降する。これも図 6 を使って説明すると、(a) → (b) → (c) → (f) → (g) → (a) という現象である。この領域 3 を定義で表すと (α) $h(t)$: 非周期変動、(β) 断面: 変動となる。

3.4 領域 4 ($1.5 \times 10^5 < Re < 1.8 \times 10^5$)

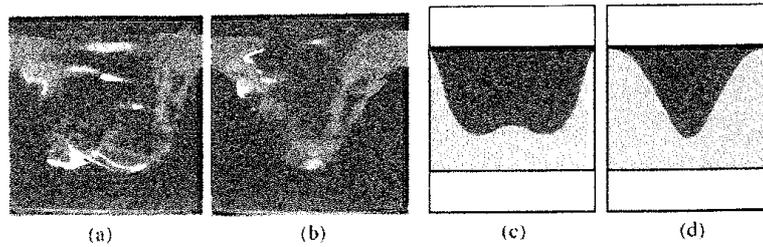


図 8: (a) は渦幅が最も大きい渦写真、(b) は渦幅が最も小さい渦写真、(c) は (a) の模式図、(d) は (b) の模式図

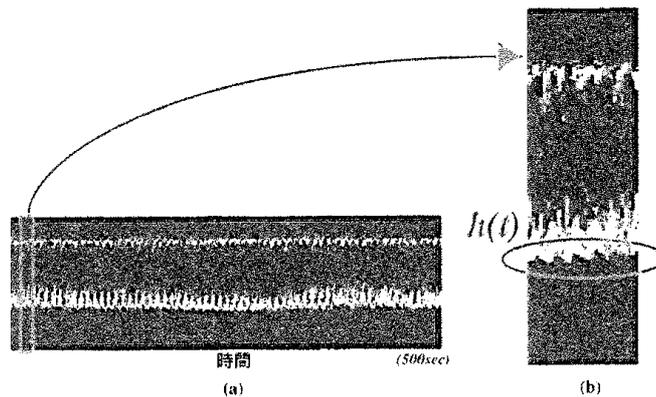


図 9: (a) は領域 4 $h(t)$ スリット画像、(b) はその拡大図

領域 4 は、渦底は底からほぼ一定の高さを、形状は回転対称性を崩した二股状のまま回転する。領域 3 との違いは変動が起こらず、渦底がほぼ一定であることである。

領域 4 は回転対称ではなく、渦幅が最も大きいときは渦が二股状の形状を取る (図 8 (c))。また渦幅が最も小さいときは細い逆釣り鐘状の形状を示す (図 8 (d))。そしてこの領域 4 では形状の時間的変動は領域 3 と比べるとほぼない。次に $h(t)$ に着目する。図 8 (c) において、 $h(t)$ は二股状の中心を取るため渦底より多少上がる。だが、図 8 (d) では逆釣り鐘上を取るため、 $h(t)$ と渦底が一致する。これが交互に繰り返されるため、これを時間的に並べると図 9 で示されるように、計測する際のノイズがあるため多少荒いが、周期的に小さく変動しているようになる。この領域 4 を定義で表すと (α) $h(t)$: 周期変動、(β) 断面: 楕円となる。但し領域 4 は水量を少なくしたとき、現れない場合があることに注意したい。(第 4.1 章参照)

3.5 領域5 ($1.8 \times 10^5 \leq Re < 2.4 \times 10^5$)

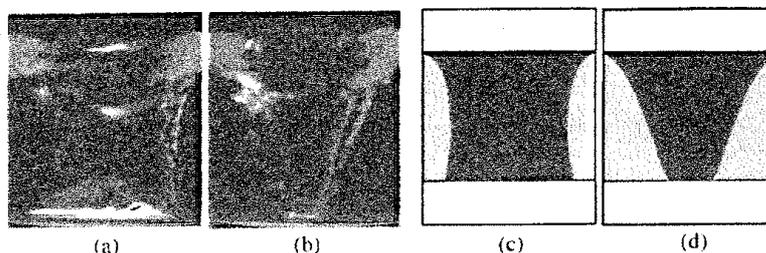


図 10: (a) は渦幅が最も大きい渦写真、(b) は渦幅が最も小さい渦写真、(c) は (a) の模式図、(d) は (b) の模式図

領域5は、渦の形状が回転対称性を崩して、渦底が底についた状態を保ったまま回転する。形状が対称性を崩したまま時間的に変動しないため、本質的には領域4と変わらない。違いは渦底が底についているかいないかであり、領域4の延長と考えられる。この領域5を定義で表すと (α) $h(t) = 0$ (定常)、(β) 断面：楕円となる。

3.6 領域6 ($2.4 \times 10^5 \leq Re$)

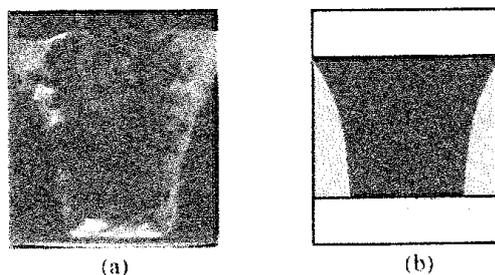


図 11: (a) は渦写真、(b) は (a) の模式図

領域6は、渦が回転対称性を持ち、渦底が底に付いた状態で回転している。これは現象としては領域2と同じであるが、渦幅が明らかにこちらの方が大きい。定義で表すと (α) $h(t) = 0$ (定常)、(β) 断面：円となる。

3.7 領域分割のまとめ

領域	領域1	領域2	領域3	領域4	領域5	領域6
$h(t)$	定数	0	非周期変動	周期変動	0	0
断面形状	円	円	変動	楕円	楕円	円

このように底面のみが回転する円筒容器内の液体は多彩な様相を示すことがわかった。領域1、2、6のような回転対称性を持つわかりやすい現象もあれば、直感に反するような、領域3から5に見られる回転対称性を崩した現象も見られた。特に領域3における変動を繰り返す現象は、他でも確認されておらず新しい発見であり、大変興味深い。

このような複雑な振舞について原因を探るため、我々は水量に対する依存性を調べ、また転移近傍における液体の振舞を詳細に解析することにした。以下の章ではその結果を報告する。

4 領域間遷移についての議論

4.1 水量変化と回転数に対する相図

第3章では水量を $A = 0.94$ に固定して見たが、次に水量を変えた場合の領域分布を見る。

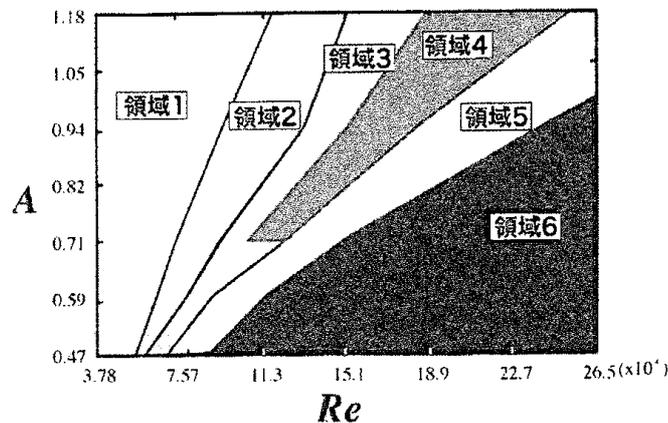


図 12: $A - Re$ 相図: 縦軸が A 、横軸が Re として、各領域分布を表している。

回転数 (Re) と水量 (A) の変化に対する領域分布を求めた結果を図 12 に示す。これより、前述の6つの領域はどの水量であってもほぼ現れることがわかった。さらに各領域境界を示す Re は A が増えるごとに増加している。特にその領域境界はどれもほぼ線形に増えている。但し青色の領域4に注目してみると、 A によっては領域4が存在していない範囲がある。例えば $A < 0.71$ の範囲では領域4が存在しないことがわかる。つまり水量によって領域の遷移過程に違いが存在するのである。この違いを第4.2章詳しく解説する。

4.2 領域3を挟む遷移過程の差異

第4.1章において、領域遷移の過程が違う A が存在することについて述べた。これについて以下のような解析を元に説明する。

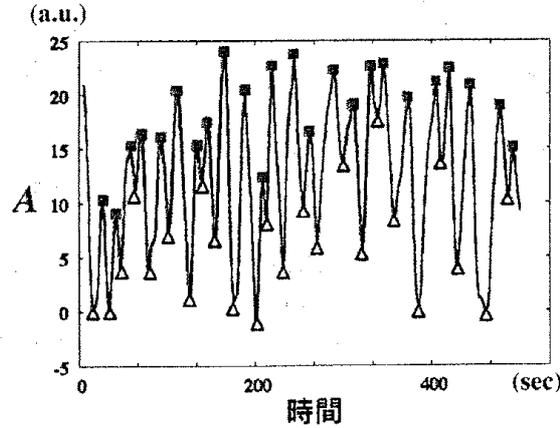


図 13: $h(t)$ グラフ : 縦軸が $h(t)$, 横軸が時間 (sec) を表す。 $h(t) = 0$ が底を示めている。

図は極大、極小を抜き出す例として $A = 0.47$, $Re = 8.11 \times 10^4$ における $h(t)$ の変動をグラフ化したものである。この領域は、第 4.1 章の図 12 より領域 3 に当たる。図における緑点および赤点はそれぞれ各変動の極大点、極小点を示す。このとき各極点を、 $h(t)$ の極大値: $h_{\max}(i)$: ($i = 1, 2, \dots, M_{\max}$ 、 $h(t)$ の極小値: $h_{\min}(j)$: ($j = 1, 2, \dots, M_{\min}$) のように定め、グラフより値を抽出する。

次に上の手法を元にして求めた極大点、極小点について平均を取り、その推移を調べる。まず上の例で示した方法で、 $A = 0.94$ および $A = 0.47$ について、各 A ごとの極大点、極小点を 4 回づつ抽出し、その平均を極大値の平均 $\langle h_{\max} \rangle = \frac{1}{M_{\max}} \sum_{i=0}^{M_{\max}} h_{\max}(i)$ と極小値の平均 $\langle h_{\min} \rangle = \frac{1}{M_{\min}} \sum_{j=0}^{M_{\min}} h_{\min}(j)$ のように求める。これら $\langle h_{\max} \rangle$ 、 $\langle h_{\min} \rangle$ をそれぞれ点線 (緑)、実線 (赤) として重ねてプロットしたもの次の二つのグラフである。

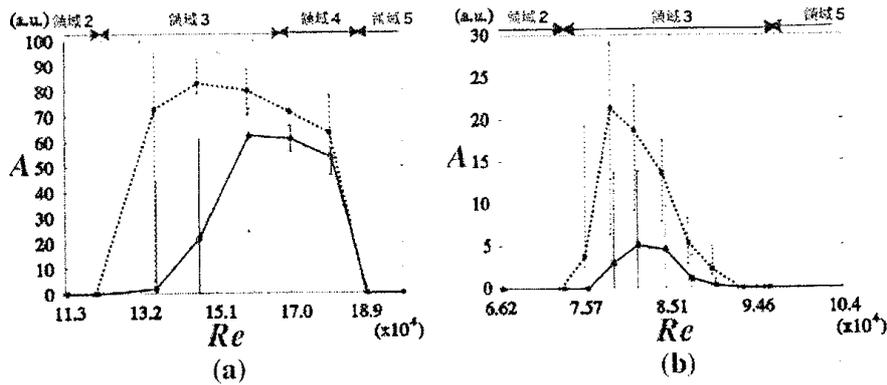


図 14: (a) は $A = 0.94$ の、(b) は $A = 0.47$ の極大、極小の平均を示したグラフ : 縦軸が $h(t)$ 、横軸が Re である。グラフの点線が極大値の平均 $\langle h_{\max} \rangle$ 、実線が極小値の平均 $\langle h_{\min} \rangle$ 、またエラーバーは各 Re における $h_{\max}(i)$ 、 $h_{\min}(j)$ の 500(sec) の計測時間内における最大最小を示している。

まず $A = 0.94$ では、 $Re < 1.70 \times 10^5$ が領域 3、 $1.70 \times 10^5 \leq Re < 1.89 \times 10^5$ が領域 4 とな

る。このときエラーバーは、 $Re < 1.61 \times 10^5$ までは変動の幅が大きいのに対し、 $Re = 1.70 \times 10^5$ 、 $Re = 1.80 \times 10^5$ では変動の幅が非常に小さい。特に領域4では、エラーバーの下端は底まで下がらない。また図14より、領域3から4への遷移近傍では、 $\langle h_{\min} \rangle$ は増加しているのに対し、 $\langle h_{\max} \rangle$ はほぼ変化してないことがわかる。

次に $A = 0.47$ では、 $Re < 9.27 \times 10^4$ まだが領域3であり、 $9.27 \times 10^4 \leq Re$ は領域5となる。 $A = 0.94$ と同様にエラーバーを見たとき、下端が、領域3の $h(t)$ が変動する Re の範囲すべてで底に付いている。また $\langle h_{\min} \rangle$ 、 $\langle h_{\max} \rangle$ についても、 $A = 0.94$ と違い、 $A = 0.47$ では $\langle h_{\min} \rangle$ は増加してもまだ領域3であること、領域3から5にかけて $\langle h_{\max} \rangle$ は大きく減少していることが上げられる。このように、 $A = 0.94$ と $A = 0.47$ では明らかに領域3から次の領域へ遷移した過程に差が見られる。従って水量によって領域遷移の過程が違うと言える。また補足として、領域3と4との明確な違いは、 $h(t)$ が領域3では非周期変動なのに対し、領域4が周期変動することである。そのため図14からは判別できない。

5 まとめ

底面のみ回転する円筒容器内の水の流れについて実験を行った。具体的には、ガラス製の円筒容器内部に容器内径とほぼ同じ内径の円盤形回転子を入れ、その回転子を磁力型スターラーを用いて回転させる、という装置を作った。実験においては水量と、回転子の回転数をパラメータとして変化させ、主に空気と接している上部水面の変形に着目した。

この結果、ある回転数の範囲では、水面変形が不安定化し大きく変動するという現象を発見した。この変動する現象を中心に、回転数に応じて、回転対称性を持った定常な状態、回転対称性を崩しても定常な状態など6つの領域を確認した。また特に、回転対称性を崩した水面変形では、回転系にも関わらず二股状に見える水面変形を確認した。

さらにこの変動現象は、我々が変化させた水量すべてで確認することができた。しかし現象によっては水量を変えた場合には現れないことがあり、これより領域の遷移過程は水量によって違いがあることがわかった。またこの領域遷移が連続的な現象であることを説明するために、ヒステリシスと回転対称性の変化を調べた(詳しくは文献[3]を参照されたい)。その結果ヒステリシスは計測されず、また回転対称性の連続的な変化を確認できた。これより領域遷移が連続的と言える。

参考文献

- [1] 三浦 知仁 "回転2円板間の流れの遷移とパターン形成" 日本流体力学会年会 (2005 AM05-04-002)
- [2] J.M. LOPEZ, "Symmetry breaking in free-surface cylinder flows", J. Fluid Mech. (2004, vol. 502, pp.99-126)
- [3] 鈴木俊行 "円盤により駆動される円筒容器内の流れが示す遷移現象の実験的研究" 北海道大学大学院理学研究科数学専攻 2005年度修士論文