# 自己駆動粒子系と可解確率過程

# 東京大学 工学系研究科 西成 活裕 University of Tokyo, Faculty of Engineering Katsuhiro Nishinari

## 1 はじめに

車や生物などは作用=反作用の法則を満たさない「非ニュートン的粒子」である。このような粒子 はさらに慣性の法則も満たさず、自分自身で駆動できるため「自己駆動粒子」(self-driven particle) という。この集団運動の動力学はこれまでのニュートン粒子の多体問題とは異なり様々な興味深 い現象を示す。そのため様々な研究が近年行なわれるようになってきた。

解析する際の手法として、統計物理学や流体力学、そしてそれらの基礎として確率過程などが 主に用いられている。特に厳密に解けるASEP(非対称単純排除過程)やその拡張であるゼロ レンジ過程などは可解確率過程と言われ、1次元格子状を動く粒子として解釈できるので、車や 蟻のモデルとして有用であることが分かってきた。さらに、ASEPに粒子の出入りを考慮した ラングミュアーダイナミクスを入れると、近年活発に研究が進んでいる分子モーターのモデルと して考えることができる。本論文では、可解確率過程を用いた車のモデルと分子モーターの新し いモデルを紹介したい。

# 2 車の確率最適速度モデル

交通流のモデルはこれまで様々なものが提案されているが、それらは大別してミクロな視点か ら考察したモデルとマクロな視点からのもの,および決定論的なものと確率論的なものとして分 類できる [1, 2, 3]。その中でも特に現実の交通流の持つ不安定性を説明することに成功しているも のとして、ミクロな決定論的モデルである最適速度 (OV) モデル [4, 5] があげられる。OV モデル においては、各車は運動方程式

$$\frac{d^2}{dt^2}x_i(t) = a\left[V(\Delta x_i(t)) - \frac{d}{dt}x_i(t)\right], \qquad (\Delta x_i(t) := x_{i+1}(t) - x_i(t))$$
(1)

に従う。ここで、 $x_i(t)$ は時刻 t での i 番目の車の位置、V は車間距離  $\Delta x_i(t)$ の関数で最適速度 (OV) 関数と呼ばれる。一般に、確率論的モデルは決定論的モデルに対してノイズを付加する形で 構成される。これに対して本研究では確率分布関数を導入するという新しい指針の下に確率セル オートマトンによる交通流モデルを提案する。

2.1 SOV モデル

まず、道路を一次元の周期格子とみなし、サイト数をLとする。各サイトには最大で一台の車が 入るものとする。各車は、衝突と追越が禁止されていて、そして各ステップ毎に一斉に動く (parallel update)。 従来の確率モデルでは、各車の運動は決定論的であるが、車が受ける外部からの影響を雑音として組み入れることにより確率論的モデルとしている。これに対し、ここでは確率分布函数を導入することにより確率モデルを構成する。時刻 t における各車 i = 1, 2, ..., N の位置を  $x_i^t$  とする。ここで、i 番目の車の前方を i+1 番目の車が走っているものとする。 $w_i^t(m)$  を、各車 i = 1, 2, ..., Nが時刻 t に m = 0, 1, 2, ..., M サイト進む確率として、これを intention と呼ぶことにする。このとき

$$\sum_{m=0}^{M} w_i^t(m) = 1$$
 (2)

である。 $w_i^t \equiv \{w_i^t(m)\}_{m=0}^M, x^t \equiv \{x_i^t\}_{i=1}^N$ と書くことにして、intentionの時間発展を次の形に定める。

$$w_i^{t+1}(m) = f(w_i^t; x^t; m).$$
(3)

ただし, f は,  $w_i^t(0), w_i^t(1), w_i^t(2), \ldots, w_i^t(M)$  および  $x_1^t, x_2^t, x_3^t, \ldots, x_N^t$ , mの函数であって, 系を 特徴付けるものである。そして, 各車は以下の手順に従って時間発展する。

- 1. 時刻 t における,車の配置  $x^t$  と intention  $w_i^t$  から (3) に従って次の時刻における intention  $w_i^{t+1}$  を計算する。
- 2. 進むサイト数  $V_i^{t+1}$  を確率分布  $w_i^{t+1}$  に従って与える. すなわち, 各時刻 t について,  $V_i^t = m \in \{0, 1, 2, ..., M\}$  となる確率が  $w_i^t(m)$  である。
- 3. 各車は前の車に衝突しないように進む. 式で書けば以下のようになる。

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \min(\Delta x_i^t, V_i^{t+1}).$$
(4)

ただし,

$$\Delta x_i^t := x_{i+1}^t - x_i^t - 1 \tag{5}$$

であり、これは各車の車間距離を表している。

上述のモデルで特に最大速度を M=1とする. そして,

$$v_i^t := w_i^t(1) \tag{6}$$

とすれば、(2)から $w_i^t(0) = 1 - v_i^t$ である。我々は $v_i^t$ の時間発展として以下の式を考える:

$$v_i^{t+1} = (1-a)v_i^t + aV(\Delta x_i^t).$$
(7)

ここで、V は車間距離  $\Delta x_i^t$  の関数であり、a は  $0 \leq a \leq 1$  を満たす実数のパラメータである。これに対応する (3) は

$$\begin{cases} w_i^{t+1}(1) = (1-a)w_i^t(1) + aV(\Delta x_i^t) \\ w_i^{t+1}(0) = 1 - [(1-a)w_i^t(1) + aV(\Delta x_i^t)] \end{cases}$$
(8)

である。式 (7) は、第一項が現在 (時刻 t) の intention であり、第二項は現在の状況 (車間距離  $\Delta x_i^t$ ) を次の intention に取り入れる役割を果たしている.

一方,車の座標 x;の時間発展は,

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} x_i^t + 1 & \text{if } x_i^{t+1} \\ x_i^t & \text{if } x_i^{t+1} \end{cases}$$
(9)

である。そして、直前のサイトを車が占有していない場合に期待値の意味で

$$\langle x_i^{t+1} \rangle = \langle x_i^t \rangle + v_i^{t+1} \tag{10}$$

である。ただし  $\langle A \rangle$  は A の期待値を表し,式 (10) は  $w_i^t(1) = v_i^t$  が最大速度 M = 1 の場合に車の 速度に対応していることを示している。

以降, この M = 1の場合に限って我々のモデルの性質を明らかにしていく。この場合,上述の ように,我々が導入した intention という概念は車の速度に置き換えられるが,さらに既存のモデ ルとの対応が見られる。OV モデル (1) を離散化することによって得られる離散 OV モデル [6]

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \Delta t \tag{11}$$

$$v_i^{t+1} = (1 - a\Delta t)v_i^t + (a\Delta t)V(\Delta x_i^t)$$
(12)

と (7) および (10) を比較すると,形式的な類似が見られる。よって,我々は (7) により与えられる 新しい確率モデルを確率最適速度 (SOV) モデルと呼び,これに合わせて関数 V を最適速度 (OV) 関数と呼ぶことにする。

式 (10) と (11) の関係は, (10) が成立する条件 (すなわち直前のサイトに車がいない) が満たさ れている間は (10) は (11) の確率拡張になっている。しかし,そうでない場合は強制的に前進が禁 止され同じサイトに留まることになり, (11) と相容れない。これは,OV モデルは衝突を回避する 仕組みを備えていないことによる。

### 2.2 SOV モデルに含まれる可解な確率モデル

SOV モデル (7) は一つの内部パラメータ aを持っているが、a = 0 および a = 1 の場合によく知られた可解なモデルに帰着される。まず、a = 0 の場合、(7) から

$$v_i^{t+1} = v_i^t = \dots = v_i^0 \tag{13}$$

であるから、すべての*i*に対して $v_i^0 = p(0 とすれば、SOV モデルは確率<math>p$ を持つAS E Pに帰着される。(Fig.1参照.特にp = 1の場合はルール 184 セルオートマトンである.)特に、ASEP の基本図は陽に得られていて、密度を $\rho$ 、流量を $Q(\rho)$ とすると

$$Q(\rho) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 - 4p\rho(1 - \rho)} \right]$$
(14)

である。

次に a = 1 の場合、(7) は

$$v_i^{t+1} = V(\Delta x_i^t) \tag{15}$$



 $\boxtimes$  1: • denotes a car, and the cars drive to the right. When the next site is empty, cars move forward, otherwise they do not and stay at the same sites.

となり、次の intention は現在の車間距離  $\Delta x_i^t$ のみから決まる。この場合、*i* 番目の箱に  $\Delta x_i^t$ 個の 玉が入った箱と玉の系と考えれば、これはゼロレンジ・プロセス (ZRP)[7] と呼ばれる確率過程と 同等である (Fig.2 参照)。この確率過程についても、車の配置に対する確率分布が厳密に計算可能 である、サイト数 L、車の台数 N に対して、ZRP の基本図は次の手順に従って計算される:



 $\boxtimes$  2: The boxes correspond to cars, and the balls in each box shows the headway. We can move a ball to the lefthand box. The probability of a ball moving is determined by the number of balls in the box.

$$\rho := \frac{N}{L}, \qquad Q(\rho) = \frac{N}{L} \sum_{x=0}^{L-N} V(x) p(x),$$
(16)

ただし, p(x) はある車の車間距離がxサイトとなる確率であって、これは以下のように計算される:

$$h(x) := \begin{cases} 1 - V(1) & (x = 0) \\ \frac{1 - V(1)}{1 - V(x)} \prod_{y=1}^{x} \frac{1 - V(y)}{V(y)} & (x > 0) \end{cases}$$
(17)

$$p(x) := h(x) \frac{Z(L - N - 1, N - 1)}{Z(L, N)},$$
(18)

ここで、Z(L,N)は

$$Z(L,N) = \sum_{x=0}^{L-N} Z(L-x-1,N-1)h(x),$$
(19)

$$Z(x,1) = h(x-1), \qquad Z(x,x) = h(0), \tag{20}$$

により逐次計算される。

#### 2.3 確率最適速度モデルの性質

確率最適速度モデルは可解な確率モデルを内在的なパラメータにより繋ぎ合わせた形になって いてるが、このパラメータが一般の値をとる場合には厳密に解くことは難しい。そこで、計算機 シミュレーションにより SOV モデルの持つ特性を明らかにする。ここでは OV 関数を

$$V(x) = \frac{\tanh(x-c) + \tanh c}{1 + \tanh c}, \qquad c = \frac{3}{2}$$
(21)

として SOV モデルの基本図を詳しく考察する。



🖾 3: The optimal velocity function. It gives an optimal mean velocity V(x) according to the headway x. In this case,  $0 \leq V(x) \leq 1$  because the maximum velocity is 1.

まず、パラメータaが可解な場合に近い場合の様子を考察する。Fig.4 にパラメータの値をa = 0.3, 0.8とした場合のこの SOV モデルの基本図を示す。a = 1の場合は ZRP の可解性から基本図 は厳密に計算されるが、a = 0.8 程度であれば十分に近似できている。しかし、a = 0.3 では密度 の中間領域でずれが生じる。

これに対して,SOVモデルはa = 0でASEPに帰着されるにも拘らず, $a \sim 0$ ではSOVモデル の基本図とASEPのそれとは全く異なった形になる。通常,基本図とは十分に時間が経過した後の 流量をプロットしたものであるが,ここではa = 0.01として時間ごと (t = 10, 100, 1000, 10000) に描いた基本図をFig.5 に示す。Fig.5 によれば,このSOVの基本図は時刻がt = 10程度では (14) に従って描かれた ASEPの基本図と一致している。しかし、時間の経過とともに SOVの基本図は 形を変えて ASEP からずれ (t = 100, 1000),さらには流量の最大値付近で密度に対して不連続に なる (t = 10000)。

168



 $\boxtimes$  4: The fundamental diagram of the SOV model at a = 0.8 (left) and a = 0.3 (right) respectively, including the exact curve(gray) at a = 1 (ZRP) for comparison. The system size is L = 1000, and all the simulations start from uniform or random states.

### 2.3.1 不連続点の考察

上述のように、SOVモデルは $a \rightarrow 0$ のときに興味深い性質を示す。そこで、特にa = 0.01の場合に基本図に表れている不連続点を詳しく調べる。Fig.6 に不連続点付近の基本図を示す。ここでは3つの枝がそれぞれ自由相(各車がお互いに影響しあわずに走行している)、混合相(小さなクラスターが数多く生じている)、渋滞相(大きな渋滞が起こっている)に対応して現れている。自由相は正の傾きを持つ線分として現れ、この傾きは車の最高速度に一致している。混合相は自由相から分岐して自由相より小さな正の傾きを持つ揺らぎのある線分として現れる。そして、渋滞相は負の傾きを持つ揺らぎのある線分として現れる。

Fig.6(a) には時刻  $t = 1000(\times)$  および t = 5000(④) での基本図を, Fig.6(b) には十分に時間が 経過した後 (t = 50000) の基本図を示してある。不連続点付近に, t = 1000 の自由相と混合相の間 および t = 5000 の混合相と渋滞相の間にも状態が観測されるが, これらは次のような状況を示唆 している。すなわち,時刻 t = 1000 のときには自由相から混合相への遷移が起こっていて,時刻 t = 5000 までにはこの遷移は完了している。代わって,混合相から渋滞相への遷移が起こってい る。この遷移も時刻 t = 50000 までには完了していて,それ以上の遷移が起こらない定常状態に 達している。

Fig.6(b) には 6 つの異なる密度領域が見られる. すなわち,自由領域  $S_1$ (自由相のみを含む),2 重状態領域  $B_1$ (自由相と混合相を含む. これらは安定),3 重状態領域  $T_1$ (自由相,混合相,渋滞相 を含む. これらはすべて安定),3 重状態領域  $T_2$ (自由相,混合相,渋滞相を含む. 最初の二つは準 安定であるが,渋滞相のみ安定),2 重状態領域  $B_2$ (混合相,渋滞相を含む. 前者は準安定,後者 は安定),が存在する. 確率モデルでこのように同一の密度に対して複数の異なる安定状態が存在 する現象は報告されていない.

さらに, 密度  $\rho = 0.14$ (領域 T<sub>2</sub>内) での流量の時間変化を調べる (Fig.6(b)の矢印). Fig.7 に流量の時間変化 (a) およびそれに対応する時空図 (b) を示す. Fig.7(a) によれば,初期配置として等間隔な配置を取るとこれは  $t \simeq 5000$  まで自由相にあり,そこから混合相への速やかな遷移を起こす. そして,  $t \simeq 7500$  まで混合相に留まり,そこから再び遷移を起こし渋滞相に落ちる. このように長時間安定な準安定状態が存在することは確率モデルにおいては予想外のことである. Fig.7(b)



🖾 5: The flux-density plots of the SOV model with a = 0.01 plotted at each time stage t, starting from uniform or random states with  $v_i^0 = 0.5$ , including the exact curve(gray) of ASEP with probability p = 0.5 for comparison. The system size is L = 1000, and the number of samples is 4 at each density.

では3つの安定または準安定状態に応じてはっきりと区別される3つのパターンが見られる.初 期に等間隔に配置された車は各々自由に走行する.しかし,時刻 $t \simeq 5000$ から突然小さなクラス ターが多数発生している状況が見て取れる.これらの小さなクラスター群は生成と消滅を繰り返 し、そして、時刻 $t \simeq 12000$ から急速に大きな渋滞に発達している.一度形成された渋滞は一定 の速度で進行方向と反対に伝播していく.このような、長時間の寿命を持つ状態間の動的相転移 (dynamical phase transition)と、この遷移現象を引き起こしている急な自発的準安定状態の破れ (sharp spontaneous metastability breaking)は今までのモデルには見られないものである.これら はパラメータや OV 関数のとり方に依存した現象で、予測は困難である.

# 3 分子モーターの渋滞

次に生体内での交通とその渋滞として、分子モーター「キネシン」の振る舞いについて離散モ デルを通して考えてゆこう。生体内でのミトコンドリアや小胞などの輸送は分子モーターにより 能動的に行なわれていることが近年分かってきた。それは微小管と呼ばれる道の上をキネシンや ダイニンが加水分解のエネルギーで自ら方向性を持って動くものであり、決して拡散過程によっ て広がってゆくものではない。この能動輸送のメカニズムは大変興味深く、これまで様々な研究 がなされてきた [8]。また、分子モーターの不調により輸送が滞ると、それが様々な病気を引き起 こすことも明らかになってきた。例えば、ある種の神経疾患やアルツハイマー病などである [9]。 したがって分子モーターの挙動を理解することは大変重要であり、これまで1分子がどのように 前進するかの実験的研究が行なわれてきた [17, 18, 19]。分子モーターでもキネシンが最も良く調 べられてきたが、人体のキネシンは40種類以上あり、その生化学的メカニズムも様々に異なり、



 $\boxtimes$  6: (a) The expanded fundamental diagram around the discontinuous region with a = 0.01at t = 1000(gray crosses), t = 5000(black circles) starting from two typical states; the uniform state with equal spacing of vehicles and  $p (\equiv v_i^0) = 1$ , and the random state with random spacing and p = 1. We observe three distinct branches, which we call the free-flow, congested, and jam branch. They survive even in the stationary state, which is plotted at t = 50000 in (b). In (b), we also depict the averaged curves in three branches (gray lines), and distinguish the regions qualitatively by the vertical dotted lines from  $S_1$  to  $B_2$ .

すべてが解明されているわけではない。特に多分子が微小管上を動く際の集団現象には様々な未 解決問題がある。今回は、比較的新しい単頭キネシンである KIF1A に焦点を当ててそのモデルを 作成し、実験との比較や集団現象を考察する。

これまでのキネシンのモデルはいくつか提案されてきているが、それらはすべてASEP(非対 称単純排除過程)[15]にラングミュアー運動を取り入れただけの単純なものであり、決して現実の 生物の動きと比べられるものではない[11, 12, 13, 14]。特に加水分解を全く考慮しておらず、実 験との比較なども不可能である。分子モーターは実際酵素であり、その運動は生化学的サイクル によって決まっている。そして、単頭キネシンはブラウニアンラチェット機構で動くと言われてお り、これらを考慮したモデルが望まれる。そこで、加水分解を考慮したモデルを近年筆者らは提 案した[16]。そして、モデルにあるパラメーターを全て実験より曖昧なく見積もることができる ことを示した。また、キネシンの渋滞の様子を実験とシミュレーションにより調べた。ここでは、 そのモデルとパラメータ推定方法の詳細、また数値シミュレーション結果と実験の総合比較をお こなう。

3.1 単頭キネシン KIF1A のモデル

微小管はプロトフィラメントの束からなり、その1本のプロトフィラメントは $\alpha - \beta$ チュブリンといわれる単位タンパクが格子状に重合して出来ている。そしてキネシンはその上をマイナス端からプラス端の極性の方向に能動的に動いてゆく。まず、1本のプロトフィラメントをLサイトの1次元格子でモデル化する。その1格子はチュブリン1つ分に相当し、その長さは8 nm である。キネシンは加水分解サイクルの間に生化学的に4つの状態をとる。それはキネシン単独状態(K)、ATP結合状態(KT)、加水分解後の ADPとリン酸が結合した状態(KDP)、そしてリン酸を放出したADP結合状態(KD)である(図8)。ここで、キネシンのメカニカルな状態に注目



🖾 7: (a) The time evolution of the flux in the case  $\rho = 0.14$  starting from the uniform state. We see two plateaus at the flux Q = 0.14 with a lifetime  $T \simeq 5000$ , and  $Q \simeq 0.08$  with  $T \simeq 7000$  before reaching the stationary state. (b) The corresponding spatiotemporal figure is shown.



 $\boxtimes$  8: A biochemical cycle of a single KIF1A motor. They are devided into two mechanical states as shown by the broken lines.

すると、KとKT状態は微小管に固定されており、全く動かないが、KDの状態では微小管上をブ ラウン運動できる。したがって、メカニカルな視点からはキネシンは微小管上で固定状態(これ を状態1とする)か、ブラウン運動状態(これを状態2とする)の2つの状態に区別される。そ して、重要な点は、キネシンは状態1から状態2への遷移、つまりリン酸を放出する際にその反 作用で微小管から離れやすくなるという性質があるということである[20]。この微小管からの離 脱はこのとき以外には起こりにくい。そして逆に微小管への付着はサイトが空いていればいつで も可能である。したがって、以上からキネシンの運動は3状態確率CAモデルによってモデル化 するのが妥当であろう。それは、あるサイトに何もいない(0),状態1のキネシン(1)、状態2のキ ネシン(2)である。 時間はランダム更新とし、時間発展ルールについては以下のようになる。

付着: 
$$0 \rightarrow 1$$
 with  $\omega_a dt$  (22)

離脱:  $1 \to 0$  with  $\omega_d dt$  (23)

加水分解: 
$$1 \to 2$$
 with  $\omega_h dt$  (24)

 $\overline{\not} = f \pm \psi + : \begin{cases} 2 \to 1 \text{ with } \omega_s dt \\ 20 \to 01 \text{ with } \omega_f dt \end{cases}$ (25)

ブラウン運動: 
$$\begin{cases} 20 \to 02 \text{ with } \omega_b dt \\ 02 \to 20 \text{ with } \omega_b dt \end{cases}$$
 (26)

微小管の両端はたんぱく質の構造がバルク部分と異なっていることが知られており、その離脱 確率などはバルクのものと異なる。したがってバルクの付着率 $\omega_a$ の代わりに左端で $\alpha$ 、右端で $\delta$ とする。同様にバルク離脱率 $\omega_d$ の代わりに左端で $\gamma_1$ 、右端で $\beta_1$ とする。そして、ブラウン運動 レート $\omega_b$ についても、左端では $\gamma_2$ 、右端では $\beta_2$ とおく。ここで添え字1,2はその状態のキネ シンを意味しており、離脱は状態1のみ、ブラウン運動は状態2のみで起こる。また付着後は必 ず状態1になっているので添え字は省略する。ここで、重要なことは $\omega_f$ と $\omega_s$ の比がブラウニア ンラチェットから決まる、ということである。レート $\omega_f$ で前進し、 $\omega_s$ がラチェット機構が働かず にその場にとどまる割合を表している[16]。以上のルールを、平均場近似したマスター方程式で 書き下しておこう。それは、時刻*t*において、サイト*i*に状態1および2のキネシンを見出す確率 をそれぞれ $r_i$ 、 $h_i$ とおくと、以下のように表される。

$$\frac{dr_i}{dt} = \omega_a (1 - r_i - h_i) - \omega_h r_i - \omega_d r_i + \omega_s h_i + \omega_f h_{i-1} (1 - r_i - h_i),$$

$$\frac{dh_i}{dt} = -\omega_s h_i + \omega_h r_i - \omega_f h_i (1 - r_{i+1} - h_{i+1}) - \omega_b h_i (2 - r_{i+1} - h_{i+1} - r_{i-1} - h_{i-1}) + \omega_b (h_{i-1} + h_{i+1}) (1 - r_i - h_i).$$
(27)
$$\frac{dh_i}{dt} = -\omega_s h_i + \omega_h r_i - \omega_f h_i (1 - r_{i+1} - h_{i+1}) - \omega_b h_i (2 - r_{i+1} - h_{i+1} - r_{i-1} - h_{i-1}) + \omega_b (h_{i-1} + h_{i+1}) (1 - r_i - h_i).$$
(27)

## 3.2 パラメーターの決定とシミュレーション、および実験

このモデルに含まれるパラメーターはすべてこれまでの実験結果から見積もることができる。これはこのモデルの大きな特徴であり、曖昧な fitting parameters は無いため、実験と直接結果を比較することが出来る。まず、ラチェットの実験結果より $\omega_f/\omega_s \simeq 3/8$ が分かっており、さらに1分子実験でのADPリリースレートから $\omega_s+\omega_f \simeq 0.2 \text{ ms}^{-1}$ ,がいえる。そこでまず $\omega_s \simeq 0.145 \text{ ms}^{-1}$  and  $\omega_f \simeq 0.055 \text{ ms}^{-1}$ とレートを見積もる事ができる。また離脱レートは $\omega_d \simeq 0.0001 \text{ ms}^{-1}$ となり、これはキネシン濃度によらない。また付着率は、キネシン濃度をCモルをすると、 $\omega_a = 10^7 C/M$ ·sと表すことができる。典型的な生体内でのキネシン濃度 C は 10 から 1000 nM であるため、 $\omega_a$ の許容範囲は 0.0001 ms<sup>-1</sup>  $\leq \omega_a \leq 0.01 \text{ ms}^{-1}$ と見積もれる。また、ミカエリス=メンテンの酵素反応式より、ATP濃度をTとすると $\omega_h^{-1} \simeq (4 + 0.9/T)$ msとなる。したがって、 $\omega_h$ の範囲も $0 \leq \omega_h \leq 0.25 \text{ ms}^{-1}$ となる。最後に $\omega_h^{-1}$ であるが、これも実験より $\omega_b \simeq 1.125 \text{ ms}^{-1}$ となる。

つぎにシミュレーション結果であるが、これは境界のレート変化による相図を調べるのがAS EPの場合一般的であるが、今回の系ではこのレートは実験的にもコントロールできるものでは ない。コントロール可能なものは $\omega_a - \omega_h$ であるため、これを2次元的に変化させて図を描いた ものが (図 9)の左である。これより、ある条件では固定されたドメインウオールを観測すること



⊠ 9: (Left) Diagram of the model in the  $\omega_h - \omega_a$  plane, with the corresponding values for ATP and KIF1A concentrations given in brackets. These quantities are controllable in experiment. The boundary rates are  $\alpha = \omega_a, \beta_{1,2} = \omega_d, \gamma_{1,2} = \delta = 0$ . We see the formation of the immobile shock, whose position depends on both ATP and KIF1A concentrations. (Right) Formation of comet-like accumulation of kinesin at the end of MT. Fluorescently labeled KIF1A (red) was introduced to MT (green). Arrows are the minus end and triangles are the plus end of MT. As predicted theoretically, domain wall is formed on MT under high concentration of KIF1A.

ができ、その位置はATP濃度とキネシン濃度に依存することが分かる。ASEPの場合、ドメ インウオールはランダムウオークすることが示されるが、この場合には一定の位置にとどまると ころが興味深い。

最後に実験によりこのようなドメインウオールが見えるかどうか確認する。図9の右がその結 果で、赤い部分がキネシン、緑が微小管である。これにより、適当な条件のもとではキネシンの ドメインウオールが確認できることが分かる。

## 参考文献

- [1] D. Chowdhury, L. Santen and A. Schadschneider, Statistical physics of vehicluar traffic and some related systems, Phys. Rep. 329(2000), 199-329.
- [2] D. Helbing, Traffic and related self-driven many-particle systems, Rev. Mod. Phys. 73(2001), 1067-1141.
- [3] T. Nagatani, The physics of traffic jams, Rep. Prog. Phys. 65(2002), 1331-1386.

- [4] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, Phenomenological Study of Dynamical Model of Traffic Flow, J. Phys. I France 5(1995), 1389-1399.
- [5] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation, Phys. Rev. E 51(1995), 1035-1042.
- [6] S. Yukawa and M. Kikuchi, Coupled-map modeling of one-dimensional traffic flow, J. Phys. Soc. Jpn. 64(1995), 35-38.
- [7] F. Spitzer, Interaction of markov processes, Adv. Math. 5(1970), 246-290.
- [8] M. Schliwa (ed.), Molecular Motors, (Wiley-VCH, 2002).
- [9] N. Hirokawa and R. Takemura, Trends in Biochem. Sci. 28, 558 (2003).
- [10] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. 73, 1067 (2001).
- [11] A. Parmeggiani, T. Franosch, and E. Frey, Phys. Rev. Lett. 90, 086601 (2003).
- [12] M.R. Evans, R. Juhasz, and L. Santen, Phys. Rev. E 68, 026117 (2003).
- [13] V. Popkov, A. Rakos, R.D. Williams, A.B. Kolomeisky, and G.M. Schütz, Phys. Rev. E 67, 066117 (2003).
- [14] R. Lipowsky, S. Klumpp, and T. M. Nieuwenhuizen, Phys. Rev. Lett. 87, 108101 (2001).
- [15] G.M. Schütz, in C. Domb and J.L. Lebowitz (eds.), Phase Transitions and Critical Phenomena, Vol. 19 (Academic Press, 2001).
- [16] K. Nishinari, Y. Okada, A. Schadschneider and D. Chowdhury, Phys. Rev. Lett. 95, 118101 (2005).
- [17] Y. Okada and N. Hirokawa, Science 283, 1152 (1999).
- [18] Y. Okada and N. Hirokawa, Proc. Natl. Acad.Sci. USA 97, 640 (2000).
- [19] Y. Okada, H. Higuchi, and N. Hirokawa, Nature, 424, 574 (2003).
- [20] R. Nitta, M. Kikkawa, Y. Okada, and N. Hirokawa, Science 305, 678 (2004).