

## 複数の決定表のラフ集合解析：グループ決定への応用に向けて

大阪大学大学院 乾口雅弘 (Masahiro Inuiguchi)<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Engineering Science, Osaka University

### 概要

本研究では、決定表は個人の見解を表していると考え、グループ決定解析の基礎として、複数の決定表に基づく可変精度ラフ集合モデルを提案する。このモデルでは、各決定表における評価の曖昧さの許容度、どれだけの決定表により支持されているかを示す支持度、どれだけの決定表に反対されているかを示す対立度を取り扱うことができる。通常のラフ集合が縮約やルール抽出などの決定表の解析に重要な役割を果たすように、提案される可変精度ラフ集合は、複数の決定表の解析、すなわち、グループ決定解析に重要な役割を果たすと考えられる。

**Key Words:** 可変精度ラフ集合, 下限合意率, 上限合意率, 上限推定値

## 1 はじめに

近年、ラフ集合 [1] の有用性と有効性が報告されている。ラフ集合解析は、単一の決定表のもとで発展してきている。しかし、いくつかの情報源がある場合や多くの評価者により対象が評価される場合には、複数の決定表が得られる場合がある。このような場合、複数の決定表から得られる情報を纏めて解析した方が、より正確で頑健な結果が得られると考えられる。一人の評価者から得られた決定表は、その評価者の見解の一部を表していると考えられる。したがって、複数の決定表を解析することは、グループ全体の見解、合意、選好を知る上で重要となる。本研究では、何人かの評価者から複数の決定表が得られた場合を取り扱う。

多くの消費者により好まれる製品デザインを決定ルールとして知るため、ラフ集合に基づいた複数の決定表からのルール抽出法が榎本ら [2] により議論されている。複数の決定表を解析するために、決定ルールの併合法が提案されている。この方法では、まず各決定表からすべての決定ルールを抽出し、その後に異なった決定表から得られた決定ルールを併合するという手続きがとられている。しかし、残念ながら、すべての決定ルールを抽出するには、かなりの計算時間が必要となり、各決定表が十分に大きい場合には、計算に要する時間は莫大なものになると考えられる。計算量を減らすため、被覆度の高い決定ルールのみを考慮するなどの工夫がなされているが、併合する順番により異なった結果が得られることが報告されている [3]。決定ルールを併合する順序を定めるいくつかのヒューリスティックスが提案されている [3]。

複数の決定表からのルール抽出をより理論的に捕らえるため、二つの決定表の場合に限定して、どのような考え方によりルール抽出が可能かについては、乾口ら [4] で議論されている。彼らは、決定行列に基づく方法 [5] を二つの決定表の場合に拡張した。ただ二つの決定表の場合さえ、非常に多くのルール抽出法が考えられることが示されている。しかし、莫大な計算量を必要とするため、多くのルール抽出法はあまり現実的ではない。

表 1: 決定表の例

object	Design	Function	SizeSize	Dec.
$u_1$	classic	simple	compact	accept
$u_2$	classic	multiple	compact	accept
$u_3$	classic	multiple	normal	reject
$u_4$	modern	simple	compact	reject
$u_5$	modern	simple	normal	reject
$u_6$	classic	multiple	compact	accept
$u_7$	modern	multiple	normal	reject
$u_8$	classic	simple	compact	accept
$u_9$	classic	multiple	normal	accept
$u_{10}$	modern	multiple	normal	reject

本研究では、複数の決定表の新しいラフ集合解析を提案する。従来法はいずれも決定ルールの抽出に焦点をあてていたが、本提案では、複数の決定表のもとでラフ集合、すなわち、下近似と上近似をを定義する。ラフ集合が定義されれば、それに基づき縮約やルール抽出を議論することも可能となる。したがって、ラフ集合の定義は、複数の決定表の解析において重要な役割を果たすといえる。

人間の評価の曖昧さや評価者間の見解の相違を取り扱うため、可変精度ラフ集合モデル [6] を導入する。各決定表で評価されている対象の集合は共通であるとは限らないが、属性の集合は共通であると仮定する。この仮定により、ある対象はいくつかの決定表で評価されていないこともありうる。この未評価の対象の取り扱いの相違により 2 種類のラフ集合が提案される。

次節では、決定表と可変精度ラフ集合について簡単に紹介する。第 3 節では、複数の決定表のもとでのラフ集合を定義する。二通りの合意率が定義され、合意率を用いて複数の決定表のもとでのラフ集合が定められ、その性質が調べられる。第 4 節では、2 種類のラフ集合の相違とパラメータの変化によるラフ集合の推移を示すため、簡単な例が与えられる。

## 2 決定表と可変精度ラフ集合

### 2.1 決定表

Pawlak [1] により提案されたラフ集合は決定表の解析に適用されてきた。ラフ集合解析では、識別不能関係がよく用いられる。ラフ集合解析により、対象を正しく分類するために必要な極小な条件属性集合や、与えられた決定表に内在する決定ルールを求めることができる。

決定表は、対象の集合  $U$ 、条件属性の集合  $C$ 、決定属性  $d$  により定められ、 $(U, C \cup \{d\})$  と記される。各属性  $a \in C \cup \{d\}$  は  $U$  から  $V_a$  への関数とみなされる。ここで、 $V_a$  は属性  $a$  がとる属性値の集合である。決定表の例を表 1 に示す。表 1 では、 $U = \{u_i, i = 1, 2, \dots, 10\}$ 、 $C = \{\text{Design}, \text{Function}, \text{Size}\}$ 、 $d = \text{Dec. (Decision)}$  と定められている。

決定表  $(U, C \cup \{d\})$  が与えられると、各対象  $u \in U$  に対して条件属性パターン (以後、

表 2: 条件属性パターンで表された決定表

pattern	Design	Function	Size	$\sigma$
$w_1$	classic	simple	compact	(2,0)
$w_2$	classic	multiple	compact	(2,0)
$w_3$	classic	multiple	normal	(1,1)
$w_4$	modern	simple	compact	(0,1)
$w_5$	modern	simple	normal	(0,1)
$w_6$	modern	multiple	normal	(0,2)

単にパターンと記す)  $Inf_C(u)$  が次のように定められる.

$$Inf_C(u) = \bigcup_{a \in C} \{ \langle a, a(u) \rangle \} \quad (1)$$

ただし,  $a(u)$  は対象  $u$  の属性  $a \in C \cup \{d\}$  の属性値を示す. 決定表  $(U, C \cup \{d\})$  のすべてのパターンの集合は, 次のように定義される.

$$V_C^U = \{ Inf_C(u) \mid u \in U \} \quad (2)$$

$V_d$  を決定属性の値の集合とすると,  $w \in V_C^U$ ,  $v_d \in V_d$  に対して, 度数関数  $\sigma_C$  とラフメンバシップ関数  $\mu_C$  は次のように定められる.

$$\sigma_C(w, v_d) = |Inf_C^{-1}(w) \cap d^{-1}(v_d)| \quad (3)$$

$$\mu_C(w, v_d) = \frac{|Inf_C^{-1}(w) \cap d^{-1}(v_d)|}{|Inf_C^{-1}(w)|} \quad (4)$$

ただし,  $Inf_C^{-1}$ ,  $d^{-1}$  は, それぞれ,  $Inf_C$  と  $d$  の逆像で,  $Inf_C^{-1}(w) = \{u \in U \mid Inf_C(u) = w\}$ ,  $d^{-1}(v_d) = \{u \in U \mid d(u) = v_d\}$  と定められる.  $\sigma_C(w, v_d)$  はパターンが  $w$  で決定属性の値が  $v_d$  である対象の個数を示している.  $\mu_C(w, v_d)$  は, パターン  $w$  をもつ対象の中で決定属性の値が  $v_d$  である対象の割合を示している. 各  $v_d \in V_d$  に対して,  $\sigma_C(w, v_d)$  が与えられると,  $\mu_C(w, v_d)$  は次式で求められる.

$$\mu_C(w, v_d) = \frac{\sigma_C(w, v_d)}{\sum_{v_d \in V_d} \sigma_C(w, v_d)} \quad (5)$$

一方, すべての  $v_d \in V_d$  に対する  $\mu_C(w, v_d)$  が与えられても,  $\sigma_C(w, v_d)$  を求めることができない.

決定表は, パターン  $w \in V_C^U$  と度数  $\{\sigma_C(w, v_d) \mid v_d \in V_d\}$  を用いて表すこともできる. たとえば, 表 1 の決定表は, 表 2 のように書き換えることができる. 表 2 では, 列 ' $\sigma$ ' の各値は, 度数ベクトル  $(\sigma_C(w_j, \text{accept}), \sigma_C(w_j, \text{reject}))$  を表している. 以下では, 簡便のため, 決定表は表 2 のように, パターンと度数により与えられていると仮定する.

## 2.2 ラフ集合と可変精度ラフ集合

決定表のラフ集合解析においては, 決定クラスあるいはその和集合  $\hat{X}$  が解析される. すなわち,  $\hat{X}$  に対応して, 次式を満たす決定属性値の集合  $X \subseteq V_d$  が一意に定義される.

$$\hat{X} = \{u \in U \mid d(u) \in X\} \quad (6)$$

パターン  $w \in V_C^U$  と決定属性値の集合  $X \subseteq V_d$  に対してもラフメンバシップ関数  $\mu_C$  が次のように定義される.

$$\mu_C(w, X) = \frac{\sum_{v_d \in X} \sigma_C(w, v_d)}{\sum_{v_d \in V_d} \sigma_C(w, v_d)} \quad (7)$$

決定属性値の集合  $X \subseteq V_d$  が与えられると, ラフ集合を定める下近似, 上近似がパターンの集合として次のように定められる.

$$\underline{C}(X) = \{w_i \in V_C^U \mid \mu_C(w_i, X) = 1\} \quad (8)$$

$$\overline{C}(X) = \{w_i \in V_C^U \mid \mu_C(w_i, X) > 0\} \quad (9)$$

対象の集合として定められる通常の下近似  $C_*(\hat{X})$ , 上近似  $C^*(\hat{X})$  と上述の下近似  $\underline{C}(X)$ , 上近似  $\overline{C}(X)$  との関係は次式で与えられる.

$$C_*(\hat{X}) = \text{Inf}_C^{-1}(\underline{C}(d(\hat{X}))) = \text{Inf}_C^{-1}(\underline{C}(X)) \quad (10)$$

$$C^*(\hat{X}) = \text{Inf}_C^{-1}(\overline{C}(d(\hat{X}))) = \text{Inf}_C^{-1}(\overline{C}(X)) \quad (11)$$

$\hat{X}$  のラフ集合は, 対  $(C_*(\hat{X}), C^*(\hat{X}))$  として定められる. 本研究では, 対  $(\underline{C}(X), \overline{C}(X))$  を  $X$  のラフ集合と呼ぶ.

下近似  $\underline{C}(X)$  に帰属するパターン  $w_i$  は  $\mu_C(w_i, X) = 1$  を満たす. これは, パターン  $w_i$  をもつ対象はすべて  $X$  内の決定属性の値をとっていることを表している. しかし, 人間の判断の曖昧さを考えれば, この条件は厳し過ぎる. 決定表が大きくなれば, 曖昧さにより下近似が空集合となることもあり, ラフ集合解析の有効性を低下する原因になる. この問題点を克服するため, 下近似に帰属する条件を緩めた可変精度ラフ集合 [6] が提案されている.

分類の曖昧さの許容度を  $\varepsilon_1 \in [0, 0.5)$  とすると,  $X$  の可変精度ラフ集合を定める下近似, 上近似は, 次のパターンの集合として定義される.

$$\underline{C}_{\varepsilon_1}(X) = \{w_i \in V_C^U \mid \mu_C(w_i, X) \geq 1 - \varepsilon_1\} \quad (12)$$

$$\overline{C}_{\varepsilon_1}(X) = \{w_i \in V_C^U \mid \mu_C(w_i, X) > \varepsilon_1\} \quad (13)$$

対  $(\underline{C}_{\varepsilon_1}(X), \overline{C}_{\varepsilon_1}(X))$  を  $X$  の可変精度ラフ集合 (VPRS) という. 容易にわかるように,  $\varepsilon_1 = 0$  であるとき,  $\underline{C}_{\varepsilon_1}(X) = \underline{C}(X)$ ,  $\overline{C}_{\varepsilon_1}(X) = \overline{C}(X)$  が成立する.  $\varepsilon_1$  が増加するに従い,  $\underline{C}_{\varepsilon_1}(X)$  は大きくなり,  $\overline{C}_{\varepsilon_1}(X)$  は小さくなる.

次式が成立する.

$$\underline{C}_{\varepsilon_1}(X) \subseteq \overline{C}_{\varepsilon_1}(X) \quad (14)$$

$$\overline{C}_{\varepsilon_1}(X) = V_C^U - \underline{C}_{\varepsilon_1}(V_d - X) \quad (15)$$

### 3 複数の決定表の下でのラフ集合

#### 3.1 合意率

$n$  人の評価者により与えられた  $n$  個の決定表を仮定する.  $\mathbf{T}$  を決定表  $T_i = (U_i, C \cup \{d\})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  の集合, すなわち,  $\mathbf{T} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$  とする. すべての決定表  $T_i$ ,

$i = 1, 2, \dots, n$  は共通の条件属性集合  $C$  と共通の決定属性  $d$  をもつと仮定する. 一方, 各決定表  $T_i$  の対象の集合  $U_i$  は互いに異なりうるものとする. すなわち, パターン集合  $V_C^{U_i} = \{\text{Inf}_C(u) \mid u \in U_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  は決定表間で異なりうる. 簡便のため,  $V_C = \bigcup_{i=1,2,\dots,n} V_C^{U_i}$  と定める.

異なった評価者間の評価結果は異なりうる. したがって, ある決定表に基づく決定ルールは別の決定表によるものと矛盾しうる. 決定表間の不一致を取り扱うため, 合意率を考える. 各決定表の対象集合  $U_i$  が互いに異なるために, ある対象は他の決定表では評価されていないことがある. 合意率を考える際には, このような未評価の対象の存在をうまく取り扱う必要がある. 同じパターンをもついくつかの対象が評価されていれば, それらに基づき, 未評価対象の評価値も推定できるが, 同じパターンをもつ対象が存在しない場合には, どのように取り扱うかが問題となる.

未評価の対象を取り扱う一つの方法は, そのパターンを含む決定表のみを用いて合意率を定める方法である. この方法に従うと, 決定属性値の集合  $X$  に関するパターン  $w_i$  の下限合意率と上限合意率は, 次のように定められる.

$$\underline{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X) = \frac{|\{T_j \in \mathbf{T} \mid w_i \in \underline{C}_{\varepsilon_1}^{T_j}(X)\}|}{|\{T_j \in \mathbf{T} \mid w_i \in V_C^{U_j}\}|} \quad (16)$$

$$\bar{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X) = \frac{|\{T_j \in \mathbf{T} \mid w_i \in \bar{C}_{\varepsilon_1}^{T_j}(X)\}|}{|\{T_j \in \mathbf{T} \mid w_i \in V_C^{U_j}\}|} \quad (17)$$

ただし,  $\underline{C}_{\varepsilon_1}^{T_j}(X)$  および  $\bar{C}_{\varepsilon_1}^{T_j}(X)$  は決定表  $T_j$  に対応する  $\varepsilon_1$ -下近似と  $\varepsilon_1$ -上近似である. 式 (15) より, 次の関係が成立する.

$$\underline{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X) \leq \bar{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X) \quad (18)$$

$$\bar{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X) = 1 - \underline{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, V_d - X) \quad (19)$$

### 3.2 ラフメンバシップ値の上限推定値

あるパターンを含む決定表の数が少ない場合には, 式 (16) と式 (17) による下限合意率, 上限合意率の信頼性はあまり高くない. この問題点を克服するため, 各決定表における未評価対象 (パターン) の決定属性値に対するラフメンバシップ値を他の評価済みデータから推定し, 合意率を定めることが考えられる.

このような推定方法の一つとして, ラフメンバシップ値の上限推定値を提案する. 決定表  $T_i$  とパターン  $w \notin V_C^{U_i}$  を考える. パターン  $w_k \in V_C^{U_i}$  に対して, 条件属性の集合  $B_k(w)$  を次のように定義する.

$$B_k(w) = \{a \mid \exists v_a \in V_a, \langle a, v_a \rangle \in w \cap w_k\} \quad (20)$$

$B_k(w)$  を用いると, パターン  $w$  の  $B_k$  への制限は,

$$w \downarrow^{B_k(w)} = \{\langle a, v_a \rangle \mid \langle a, v_a \rangle \in w \cap w_k\} \quad (21)$$

と定められる. 式 (7) と同様にして, 決定表  $T_i$  におけるラフメンバシップ値  $\mu_{B_k(w)}^{T_i}(w \downarrow^{B_k(w)}, X)$

は次のように定めることができる。

$$\mu_{B_k(w)}^{T_i}(w^{\downarrow B_k(w)}, X) = \begin{cases} \frac{\sum_{v_d \in X} \sigma_{B_k(w)}^{T_i}(w^{\downarrow B_k(w)}, v_d)}{\sum_{v_d \in V_d} \sigma_{B_k(w)}^{T_i}(w^{\downarrow B_k(w)}, v_d)}, & \text{if } B_k(w) \neq \emptyset \\ \frac{|\{u \in U_i \mid d(u) \in X\}|}{|U_i|}, & \text{if } B_k(w) = \emptyset \end{cases} \quad (22)$$

ただし、 $\sigma_B^{T_i}$  は条件属性の集合  $B \subseteq C$  に関する決定表  $T_i$  の度数関数である。

以上より、パターン  $w \notin V_C^{U_i}$  の上限推定値は、次のように定められる。

$$\hat{\mu}_C^{T_i}(w, X) = \begin{cases} \max_{w_k \in V_C^{U_i}} \mu_{B_k(w)}^{T_i}(w^{\downarrow B_k(w)}, X), & \text{if } w \notin V_C^{U_i} \\ \mu_C^{T_i}(w, X), & \text{if } w \in V_C^{U_i} \end{cases} \quad (23)$$

ただし、 $\mu_C^{T_i}$  は決定表  $T_i$  に関するラフメンバシップ関数である。 $\sum_{v_d \in V_d} \mu_C^{T_i}(w, \{v_d\}) \geq 1$  が成り立つので、 $\hat{\mu}_C^{T_i}(w, X)$  をラフメンバシップ値の上限推定値と呼ぶ。

決定ルール ‘if an object  $u$  satisfies a pattern  $w^{\downarrow B_k(w)}$  then  $u$  takes a decision attribute value in  $X$ ’ が決定表  $T_i$  から抽出されるとき、 $\mu_{B_k(w)}(w^{\downarrow B_k(w)}, X) = 1$  となることに注意しよう。また、決定ルール ‘if an object  $u$  satisfies a pattern  $w^{\downarrow B_k(w)}$  then  $u$  takes a decision attribute value in  $X$ ’ が確信度  $\alpha \in [0, 1]$  で決定表  $T_i$  から抽出されるとき、 $\mu_{B_k(w)}(w^{\downarrow B_k(w)}, X) \geq \alpha$  が成立する。すなわち、上限推定値  $\hat{\mu}_C^{T_i}(w, X)$  はパターン  $w$  をもつ対象がどの程度確実に  $X$  内の決定属性値をとるかを示している。

### 3.3 修正された上下近似と修正された合意率

ラフメンバシップ値の上限推定値を用いると、 $\varepsilon_1$ -下近似と  $\varepsilon_2$ -上近似の修正版として、 $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -下近似と  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -上近似が次のように定義される。

$$\underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) = \{w_i \in V_C \mid \hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, X) \geq 1 - \varepsilon_1, \hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, V_d - X) \leq \varepsilon_2\} \quad (24)$$

$$\overline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) = \{w_i \in V_C \mid \hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, X) > \varepsilon_1 \text{ or } \hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, V_d - X) < 1 - \varepsilon_2\} \quad (25)$$

ただし、 $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_2 < 1 - \varepsilon_1$  と仮定する。 $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, X) + \hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, V_d - X) \geq 1$  より、 $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, X) \geq 1 - \varepsilon_1$  と  $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, V_d - X) > \varepsilon_1$  は両立しうる。 $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, X) \geq 1 - \varepsilon_1$  と  $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, V_d - X) > \varepsilon_1$  が同時に成り立てば、 $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, X)$  も  $\hat{\mu}_C^{T_i}(w_i, V_d - X)$  もいずれも高く、パターン  $w_i$  は  $X$  内の決定属性値も  $V_d - X$  内の決定属性値もいずれもとりうることになり、競合する。このような競合を避けるため、上述のような  $w_i$  を下近似から除けるように、条件  $\hat{\mu}_C^{T_i}(V_d - X | w_i) \leq \varepsilon_2$  を加えている。 $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -上近似の定義もこの考え方に従っている。

$(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -下近似と  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -上近似は次式を満たす。

$$\underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) \supseteq \underline{C}_{\varepsilon_1}^{T_i}(X), \quad \overline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) \supseteq \overline{C}_{\varepsilon_1}^{T_i}(X) \quad (26)$$

$$\underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) \subseteq \overline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) \quad (27)$$

$$\overline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) = V_C - \underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(V_d - X) \quad (28)$$

ここで、 $\underline{C}_{\varepsilon_1}^{T_i}(X)$  と  $\overline{C}_{\varepsilon_1}^{T_i}(X)$  は全体集合  $V_C^{U_i}$  で定義されているのに対し、 $\underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X)$  と  $\overline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X)$  は全体集合  $V_C$  で定義されている。特に  $V_C = V_C^{U_i}$  のとき、 $\underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) = \underline{C}_{\varepsilon_1}^{T_i}(X)$  と  $\overline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_i}(X) = \overline{C}_{\varepsilon_1}^{T_i}(X)$  が成立する。

$(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -下近似と  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ -上近似を用いると、各  $w_i \in V_C$  と任意の決定属性値の集合  $X$  に対して、下限合意率と上限合意率を次のように修正できる。

$$\underline{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(w_i, X) = \frac{|\{T_j \in \mathbf{T} \mid w_i \in \underline{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_j}(X)\}|}{|\mathbf{T}|} \quad (29)$$

$$\bar{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(w_i, X) = \frac{|\{T_j \in \mathbf{T} \mid w_i \in \bar{C}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}^{T_j}(X)\}|}{|\mathbf{T}|} \quad (30)$$

式(28)より、次式が成立する。

$$\bar{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(w_i, X) = 1 - \underline{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(w_i, V_d - X) \quad (31)$$

### 3.4 複数の決定表の下でのラフ集合

対  $(\underline{\tau}_{\mathcal{X}}, \bar{\tau}_{\mathcal{X}})$  が下限合意率と上限合意率の対  $(\underline{\tau}_{\varepsilon_1}, \bar{\tau}_{\varepsilon_1})$  あるいは  $(\underline{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}, \bar{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2})$  を表しているとする。このとき、 $(\mathcal{X}, \delta_1, \delta_2)$ -下近似と  $(\mathcal{X}, \delta_1, \delta_2)$ -上近似を次のように定義することができる。

$$\underline{\mathbf{T}}_{\mathcal{X}}^{\delta_1, \delta_2}(X) = \{w_i \in V_C \mid \underline{\tau}_{\mathcal{X}}(w_i, X) \geq 1 - \delta_1, \bar{\tau}_{\mathcal{X}}(w_i, X) \geq 1 - \delta_2\} \quad (32)$$

$$\bar{\mathbf{T}}_{\mathcal{X}}^{\delta_1, \delta_2}(X) = \{w_i \in V_C \mid \underline{\tau}_{\mathcal{X}}(w_i, X) > \delta_1, \text{ or } \bar{\tau}_{\mathcal{X}}(w_i, X) > \delta_2\} \quad (33)$$

ただし、 $0 \leq \delta_2 \leq \delta_1 < 0.5$  が成立するものと仮定する。変数  $\mathcal{X}$  は  $\varepsilon_1$  もしくは  $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$  をとる。式(19)と式(31)から、 $\underline{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X) = 1 - \bar{\tau}_{\varepsilon_1}(w_i, X)$  および  $\underline{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(w_i, X) = 1 - \bar{\tau}_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(w_i, X)$  が成立する。したがって、式(32), (33)の  $\delta_2$  は、対立する結論を導く決定表の割合の許容度を表している。

$(\mathcal{X}, \delta_1, \delta_2)$ -下近似と  $(\mathcal{X}, \delta_1, \delta_2)$ -上近似に対して次式が成立する。

$$\underline{\mathbf{T}}_{\mathcal{X}}^{\delta_1, \delta_2}(X) \subseteq \bar{\mathbf{T}}_{\mathcal{X}}^{\delta_1, \delta_2}(X) \quad (34)$$

$$\bar{\mathbf{T}}_{\mathcal{X}}^{\delta_1, \delta_2}(X) = V_C - \underline{\mathbf{T}}_{\mathcal{X}}^{\delta_1, \delta_2}(V_d - X) \quad (35)$$

## 4 数値例

表 3~6 で与えられる四つの決定表  $T_1 \sim T_4$  を考えよう。これらの決定表は、4人の仮想的な意思決定者のオーディオ製品に対する好みを示している。これらの決定表では、 $C = \{\text{Design, Function, Size}\}$ ,  $d = \text{Dec. (Decision)}$ ,  $V_d = \{\text{accept, reject}\}$  となっている。各決定表の Dec. の行は度数ベクトル  $(\sigma_C^{T_i}(w_k, \text{accept}), \sigma_C^{T_i}(w_k, \text{reject}))$  を示している。これら四つの決定表  $\mathbf{T} = \{T_1, T_2, T_3, T_4\}$  の下で、決定属性値の集合  $\{\text{accept}\}$  と  $\{\text{reject}\}$  の下近似を計算しよう。

$\delta_2 = 0$  と固定し、 $\varepsilon_1$  と  $\delta_1$  とを変動させ、種々の  $(\varepsilon_1, \delta_1, \delta_2)$ -下近似を計算する。例として、下近似  $\underline{\mathbf{T}}_{0.2}^{0.3, 0}(\{\text{accept}\})$  の計算過程を示そう。各決定表の  $\varepsilon_1$ -下近似は次のようになる。

$$\begin{aligned} \underline{C}_{0.2}^{T_1}(\{\text{accept}\}) &= \{w_1, w_2, w_7\}, & \bar{C}_{0.2}^{T_1}(\{\text{accept}\}) &= \{w_1, w_2, w_3, w_5, w_7\}, \\ \underline{C}_{0.2}^{T_2}(\{\text{accept}\}) &= \{w_1, w_7, w_8\}, & \bar{C}_{0.2}^{T_2}(\{\text{accept}\}) &= \{w_1, w_3, w_5, w_7, w_8\}, \\ \underline{C}_{0.2}^{T_3}(\{\text{accept}\}) &= \{w_1, w_6, w_7, w_8\}, & \bar{C}_{0.2}^{T_3}(\{\text{accept}\}) &= \{w_1, w_2, w_3, w_6, w_7, w_8\}, \\ \underline{C}_{0.2}^{T_4}(\{\text{accept}\}) &= \{w_7, w_8\}, & \bar{C}_{0.2}^{T_4}(\{\text{accept}\}) &= \{w_2, w_3, w_7, w_8\} \end{aligned}$$

表 3: 決定表  $T_1$

$V_C^{U_1}$	Design	Function	Size	Dec.
$w_1$	classic	simple	compact	(6, 1)
$w_2$	classic	multiple	compact	(6, 0)
$w_3$	classic	multiple	normal	(1, 2)
$w_4$	modern	simple	compact	(0, 2)
$w_5$	modern	simple	normal	(1, 2)
$w_6$	modern	multiple	compact	(0, 1)
$w_7$	modern	multiple	normal	(8, 0)

表 4: 決定表  $T_2$

$V_C^{U_2}$	Design	Function	Size	Dec.
$w_1$	classic	simple	compact	(5, 0)
$w_2$	classic	multiple	compact	(0, 1)
$w_3$	classic	multiple	normal	(3, 3)
$w_5$	modern	simple	normal	(1, 3)
$w_6$	modern	multiple	compact	(1, 4)
$w_7$	modern	multiple	normal	(6, 0)
$w_8$	classic	simple	normal	(9, 1)

表 5: 決定表  $T_3$

$V_C^{U_3}$	Design	Function	Size	Dec.
$w_1$	classic	simple	compact	(3, 0)
$w_2$	classic	multiple	compact	(1, 3)
$w_3$	classic	multiple	normal	(2, 3)
$w_4$	modern	simple	compact	(0, 3)
$w_6$	modern	multiple	compact	(1, 0)
$w_7$	modern	multiple	normal	(8, 0)
$w_8$	classic	simple	normal	(2, 0)

表 6: 決定表  $T_4$

$V_C^{U_4}$	Design	Function	Size	Dec.
$w_1$	classic	simple	compact	(1, 4)
$w_2$	classic	multiple	compact	(1, 3)
$w_3$	classic	multiple	normal	(1, 3)
$w_5$	modern	simple	normal	(1, 5)
$w_6$	modern	multiple	compact	(0, 3)
$w_7$	modern	multiple	normal	(3, 0)
$w_8$	classic	simple	normal	(6, 0)

表 7: 下限合意率と上限合意率

pattern	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$
$\tau_{0.2}$	0.75	0.25	0	0	0	0.25	1	1
$\bar{\tau}_{0.2}$	0.75	0.75	1	0	0.667	0.25	1	1

表 8: 上限推定値

table	pat.	$\hat{\mu}$	table	pat.	$\hat{\mu}$
$T_1$	$w_8$	$(\frac{6}{7}, \frac{5}{12})$	$T_2$	$w_4$	$(1, \frac{4}{5})$
$T_3$	$w_5$	(1, 1)	$T_4$	$w_4$	$(\frac{8}{17}, 1)$

式 (16), (17) の合意率を計算すると, 表 7 のようになる. したがって,  $\mathbf{I}_{0.2}^{0.3,0}(\{\text{accept}\}) = \{w_7, w_8\}$  と求められる. ここで,  $w_1$  は  $\tau_{0.2}(w_1, \{\text{accept}\}) = 0.75 < 1$  であるため帰属しない.  $\varepsilon_1$  と  $\delta_1$  とを変化させ,  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1}^{\delta_1,0}(\{\text{accept}\})$  と  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1}^{\delta_1,0}(\{\text{reject}\})$  を求めると, 表 9 のようになる. 表 9 では,  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1}^{\delta_1,0}(\{\text{accept}\})$  が上段に,  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1}^{\delta_1,0}(\{\text{reject}\})$  が下段に示されている.

次に,  $\varepsilon_2 = 0.5$ ,  $\delta_2 = 0$  と固定し,  $\varepsilon_1$  と  $\delta_1$  とを変化させて,  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta_1, \delta_2)$ -下近似を計算しよう. そのため, 各決定表で未知のパターン (pat.) のラフメンバシップ値の上限推定値 ( $\hat{\mu}$ ) を求めよう. 表 8 にその結果を示す. ' $\hat{\mu}$ ' の列には, 上限推定値ベクトル ( $\hat{\mu}_C^{T_i}(w, \{\text{accept}\})$ ,  $\hat{\mu}_C^{T_i}(w, \{\text{reject}\})$ ) が示されている.  $\varepsilon_1$  と  $\delta_1$  を変化させて,  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1,0.5}^{\delta_1,0}(\{\text{accept}\})$  と  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1,0.5}^{\delta_1,0}(\{\text{reject}\})$  を求めると, 表 10 のようになる. 表 10 では, 上段が  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1,0.5}^{\delta_1,0}(\{\text{accept}\})$ , 下段が  $\mathbf{I}_{\varepsilon_1,0.5}^{\delta_1,0}(\{\text{reject}\})$  を示している.

表 9 および表 10 に示すように,  $\varepsilon_1$  が大きくなるにつれて, 下近似が大きくなるとは限らない. これは, 下近似の定義に条件  $\tau_X(w_i, X) \geq 1 - \delta_2$  が含まれていることによる.

表 9 と表 10 を比較すると, ラフメンバシップ値の上限推定値を用いたラフ集合が小さく, より制限的であることがわかる. これは, 未評価パターンが各決定表で下近似にほとんど帰属しないことを表している. 未知パターンと決定表に存在する各パターンとの条件属性の一致度合いを考慮していないことより, この推定法の是非を吟味する余地が残されている. 未知パターンの推定は, 本研究のアプローチでは, 併合ルール [2, 3] のように決定表に

表 9:  $\mathbf{T}_{\varepsilon_1}^{\delta_1,0}(\{\text{accept}\})$  と  $\mathbf{T}_{\varepsilon_1}^{\delta_1,0}(\{\text{reject}\})$ 

$\varepsilon_1 \setminus \delta_1$	[0, 1/4)	[1/4, 1/3)	[1/3, 1/2)
$[0, \frac{1}{10})$	$\{w_7\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{10}, \frac{1}{7})$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{7}, \frac{1}{5})$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_1, w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_1, w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{5}, \frac{1}{4})$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4, w_5\}$
$[\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4, w_5\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4, w_5\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4, w_5\}$
$[\frac{2}{5}, \frac{1}{2})$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4, w_5\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_3, w_4, w_5\}$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_3, w_4, w_5\}$

表 10:  $\mathbf{T}_{\varepsilon_1,0.5}^{\delta_1,0}(\{\text{accept}\})$  と  $\mathbf{T}_{\varepsilon_1,0.5}^{\delta_1,0}(\{\text{reject}\})$ 

$\varepsilon_1 \setminus \delta_1$	[0, 1/4)	[1/4, 1/2)
$[0, \frac{1}{10})$	$\{w_7\}$ $\emptyset$	$\{w_7\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{10}, \frac{1}{7})$	$\{w_7\}$ $\emptyset$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{7}, \frac{1}{5})$	$\{w_7, w_8\}$ $\emptyset$	$\{w_1, w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{5}, \frac{1}{3})$	$\{w_7, w_8\}$ $\emptyset$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4\}$
$[\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$	$\{w_7, w_8\}$ $\emptyset$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_4, w_5\}$
$[\frac{2}{5}, \frac{1}{2})$	$\{w_7, w_8\}$ $\emptyset$	$\{w_7, w_8\}$ $\{w_3, w_4, w_5\}$

存在しない対象により支持されるルールを求める際には、極めて重要になりうる。

最後に、表 9 および表 10 から、パターン  $w_7$  をもつ製品はすべての評価者に受け入れられ、パターン  $w_4$  をもつ製品はすべての評価者に却下されていることがわかる。このことより、製造メーカーに、パターン  $w_7$  の製品の生産量を増やし、パターン  $w_4$  の製品の生産量を減らすようにアドバイスできる。

複数の決定表の下でのラフ集合に基づいたルール抽出も考察することができるが、紙面の都合上、次の機会に述べる。

## 参考文献

- [1] Pawlak, Z.: Rough Sets. *International Journal of Information Computer Science* 11(5) (1982) 341-356
- [2] 榎本, 原田, 井上, 森: 多人数併合縮約システムを用いたオーディオ製品の選好分析. *デザイン学研究* 49(5) (2003) 11-20
- [3] 井藤, 榎本, 原田: 多人数間における併合順序の併合ルール条件部への影響. 第 19 回 ファジィシステムシンポジウム講演論文集 (2003) 529-532
- [4] Inuiguchi, M., Suzuki, J., Miyajima, T.: Toward Rule Extraction from Multiple Decision Tables Based on Rough Set Theory. *Proceedings of 15th Mini-Euro Conference on Managing Uncertainty in Decision Support Models* (2004) CD-ROM
- [5] Shan, N., Ziarko, W.: Data-based Acquisition and Incremental Modification of Classification Rules. *Computational Intelligence* 11 (1995) 357-370
- [6] Ziarko, W.: Variable Precision Rough Set Model. *Journal of Computer and System Sciences* 46 (1993) 39-59.