

乱流予混合火炎の階層構造に基づく SGS 燃焼モデルの構築

東京工業大学・理工学研究科 店橋 護 (Mamoru Tanahashi)
塩飽 展弘 (Nobuhiro Shiwaku)
宮内 敏雄 (Toshio Miyauchi)

Department of Mechanical and Aerospace Engineering,
Tokyo Institute of Technology

1. 緒言

近年, 乱流予混合火炎の数値計算に Large Eddy Simulation (LES) が適用されつつある. LES は, 支配方程式にフィルター操作を施すことで, 物理量をグリッドスケール(GS)成分とサブグリッドスケール(SGS)成分に分離し, GS 成分の非定常計算を行う方法である. この方法は, 支配方程式に時間平均を施す Reynolds Averaged Navier-Stokes(RANS)モデルよりも非定常性の強い乱流燃焼の解析には適していると考えられている. Peters^[1]によって提案された乱流燃焼ダイアグラムにおいて flamelets 領域及び thin reaction zones に分類される火炎を対象とした乱流燃焼の LES では, 火炎厚さに対してフィルター幅は十分に大きいと仮定される^[2]. 従って, LES では火炎の内部構造を解像することは不可能であり, SGS の火炎に対して何らかのモデルを必要とする. 乱流運動の最小スケールに対して火炎厚さが十分薄いと仮定する flamelet の概念^[3]では, 火炎面を無限に薄いスカラー等値面として近似し, その伝播を記述する G 方程式を用いる. この概念を LES に拡張した場合, フィルター操作を施した G 方程式を閉じるために SGS 燃焼モデルを必要とする. しかし, SGS 燃焼モデルの多くは RANS モデルの拡張であり^[4,5], それらの SGS 燃焼モデルの精度は明らかではない. そこで本研究では, 詳細化学反応機構と輸送係数・熱物性値の温度依存性を考慮に入れた水素・空気乱流予混合火炎の直接数値計算(DNS)を行い, それらの結果にフィルター操作を施すことで乱流予混合火炎の階層構造を明らかにし, SGS 燃焼モデルの検証と開発を行うことを目的としている.

2. 水素・空気乱流予混合火炎の直接数値計算

本研究では, 以前の研究^[6]と同様な方法を用いて, 水素・空気乱流予混合火炎の三次元 DNS を行った. 流入予混合気は当量比 1.0, 圧力 0.1MPa, 予熱温度 700K の水素と空気の予混合気とした. 表 1 は未燃側乱流場の特性を示している. 表中の Re_λ と Re_η はそれぞれテイラーマイクロ・スケールと積分長に基づくレイノルズ数を, S_L と δ_F はそれぞれ層流燃焼速度と層流火炎

Table 1 Numerical parameters for DNS of hydrogen-air turbulent premixed flame.

Re_λ	Re_l	u'_{rms}/S_L	l/δ_F	l/δ_L	D/δ_L
60.8	203	3.38	89.8	1.80	0.28

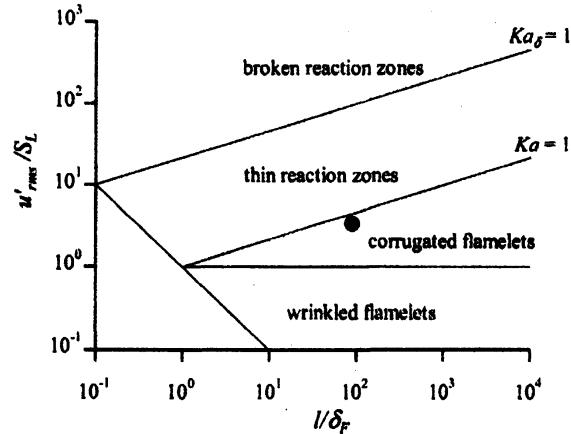


Fig. 1 Turbulent combustion diagram.

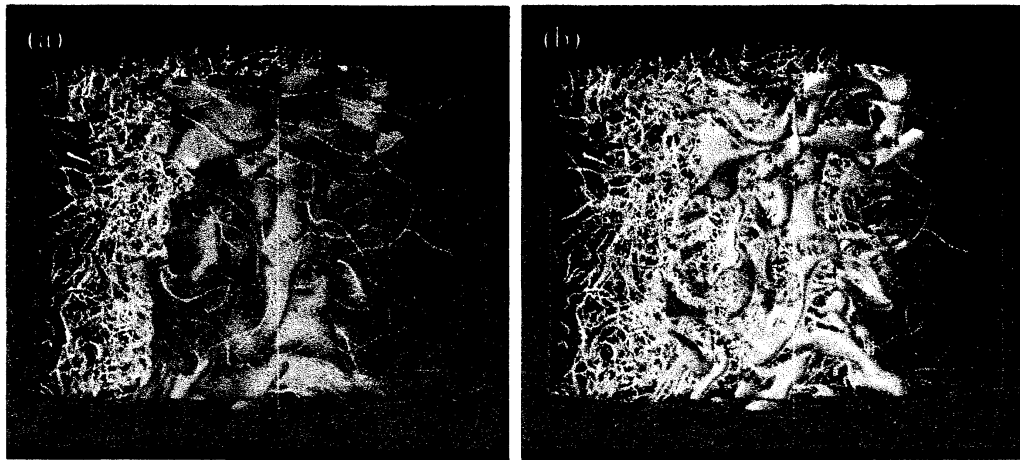


Fig. 2 Contour surfaces of temperature (a) and heat release rate (b) with distributions of axes of coherent fine scale eddies.

厚さを示している。また、 D/δ_L は未燃側乱流場のコヒーレント微細渦の最頻直径 D (コルモゴロフ・スケールの8倍)と温度勾配から求められる層流火炎厚さ δ_L の比を示している。図1はPeters^[1]による乱流燃焼ダイアグラムを示しており、本研究における計算条件は corrugated flamelets に分類される。図2は温度($T=1282\text{K}$)及び熱発生率($\Delta H/\Delta H_L=1.0$)の等値面とコヒーレント微細渦の回転軸分布を示している。ここで、 ΔH_L は層流火炎の最大熱発生率で

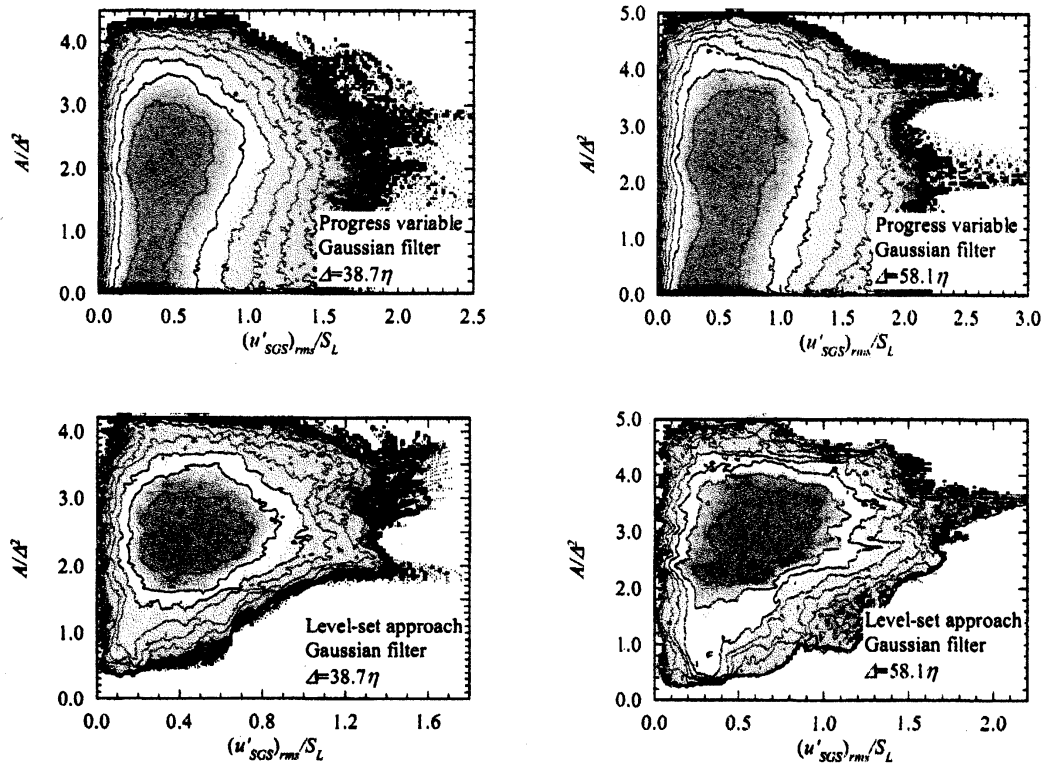


Fig. 3 Joint probability density functions of local flame surface area and SGS turbulence intensity.

ある。火炎面は未燃側の乱流運動により湾曲しており、熱発生率は最大で層流火炎の最大熱発生率の1.3倍程度まで達している。これらのDNSデータにGaussianフィルター及びTophatフィルターを用いたFavre平均を施すことにより、GS成分とSGS成分に分離した。フィルター幅 Δ は 19.4η 、 38.7η 及び 58.1η とした。ここで、 η は未燃側乱流場のコルモゴロフ・スケールである。LESではフィルター幅に対して火炎厚さは十分に薄いと仮定される。そこで、GS成分の温度の等値面($T=1282\text{K}$)をLESの火炎面と定義し、火炎面の記述方法として反応進行変数(Progress variable)及び符号付距離関数を用いたLevel-set approachを採用した場合について解析を行った。

3. 乱流予混合火炎の階層構造

従来のSGS燃焼モデル^[4]では、局所乱流燃焼速度をSGS乱流強度の単調増加関数として、次のようにモデル化している。

$$\frac{S_T}{S_L} = 1 + C \left(\frac{(u'_{SGS})_{rms}}{S_L} \right)^n \quad (1)$$

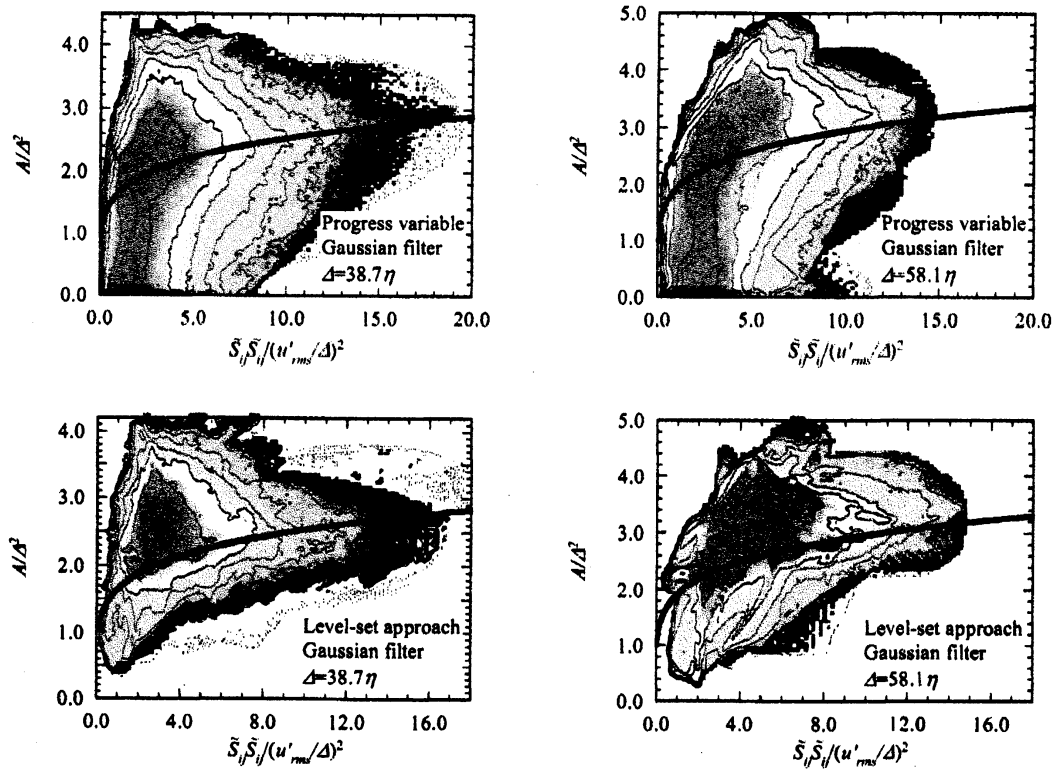


Fig. 4 Joint probability density functions of local flame surface area and GS strain rate.

ここで, S_T は局所乱流燃焼速度, S_L は層流燃焼速度, $(u'_{SGS})_{rms}$ は SGS 乱流強度, C 及び n はモデル定数である. 本来, 式(1)は RANS モデルとして構築されたため, LES の SGS 燃焼モデルとしての精度は保証されていない. そこで, 本研究では, 局所乱流燃焼速度と SGS 乱流強度の関係を検討した. 図3は DNS 結果から求めた局所火炎面積と SGS 乱流強度の結合確率密度関数を示している. 局所火炎面積と SGS 乱流強度は, それぞれフィルター幅の二乗と層流燃焼速度を用いて無次元化されている. 火炎要素を層流火炎と近似することができる flamelet 領域の場合, 乱流中の局所乱流燃焼速度は火炎面積の増加率と等価であると仮定できる. 図3に示した結果から, 局所火炎面積は SGS 乱流強度の単調増加関数ではなく, 従来のモデルでは局所乱流燃焼速度を正しく予測できないことがわかる. 図4は局所火炎面積と GS 成分の歪み速度の結合確率密度関数を示している. ここで, GS 成分の歪み速度はフィルター幅 Δ と乱流強度 u'_{rms} を用いて無次元化されている. 局所火炎面積は GS 成分の歪み速度の増加と共に増加する傾向にあり, この傾向はフィルターの種類や火炎面の記述方法に依存しない. Tanahashi ら^[7]は, 大規模スケールの歪み速度が大きな領域に微細渦が集中する傾向にあることを明らかにしている. このことから, GS 成分の歪

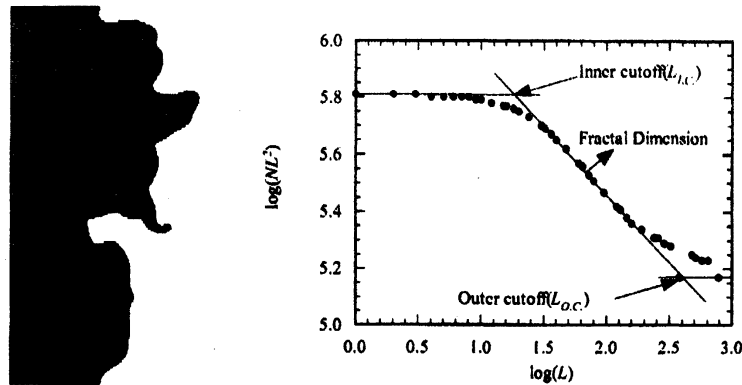


Fig. 5 Fractal characteristics of flame front.

み速度の大きな領域において微細渦が空間的に局在化することで、火炎面はより湾曲し、局所火炎面積は増大すると考えられる。

4. 乱流予混合火炎の階層構造に基づく SGS 燃焼モデル

図5はDNSから得られた温度の等値面に対してBox counting法を適用した結果を示している。火炎面は明確なフラクタル特性を有しており、フラクタル次元(D)、Inner cutoff($L_{i.c.}$)及びOuter cutoff($L_{o.c.}$)を定義できる。本研究では、乱流予混合火炎の火炎面がフラクタル特性を有することを用いて新しいSGS燃焼モデルの構築を行った。火炎面積はInner cutoff、Outer cutoff及びフラクタル次元によって次式のように記述される。

$$\frac{A_{i.c.}}{A_{o.c.}} = \left(\frac{L_{i.c.}}{L_{o.c.}} \right)^{2-D} \quad (2)$$

本研究では、LESにおいて一つの格子点が代表する検査体積内においても、火炎面はフラクタル特性を有し、フラクタル次元とInner cutoffを仮定することで、フィルター幅 Δ からの外挿により火炎面積が与えられるものとする。ここで、Inner cutoffを乱流中のスカラー等値面のInner cutoffであるコヒーレント微細渦の最頻直径(8η)^[8]とすると、局所火炎面積は次式で与えられる。

$$\frac{A}{\Delta^2} = \left(\frac{L_{i.c.}}{\Delta} \right)^{2-D} = \left(\frac{8\eta}{\Delta} \right)^{2-D} \quad (3)$$

ここで、コルモゴロフ・スケール(η)はLESでは解像することのできない小さなスケールであるためGS成分の物理量から与える必要がある。本研究では、乱流場のスケール分離、すなわち、十分レイノルズ数が高い場合、積分長とコルモゴロフ・スケールは十分に離れることを仮定することにより、コルモゴロフ・スケールを与える。LESのフィルター幅 Δ は本来 $\Delta = O(l)$ であるべきであ

り、この場合ほぼ全ての乱流エネルギー散逸は SGS 成分が担う。さらに、SGS 乱流エネルギーの生成と散逸が平衡状態にあると仮定する。SGS 応力モデルとしてスマゴリンスキー・モデルを用いると、SGS 乱流エネルギーの生成と散逸は次式で表すことができる。

$$P_{SGS} = \varepsilon_{SGS} = 2\sqrt{2}(C_s \Delta)^2 (\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{3/2} \quad (4)$$

ここで、 P_{SGS} は GS 成分からのエネルギー供給を表す SGS 乱流エネルギー生成率、 ε_{SGS} は SGS 乱流エネルギー散逸率、 C_s はスマゴリンスキー定数である。この関係を用いることにより、コルモゴロフ・スケールは次のように与えられる。

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_{SGS}} \right)^{1/4} = \left(\frac{\nu^3}{2\sqrt{2}(C_s \Delta)^2 (\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{3/2}} \right)^{1/4} \quad (5)$$

ここで、 ν は動粘性係数である。この関係を用いると次のような SGS 燃焼モデルを得ることができる。

$$\frac{S_T}{S_L} = \frac{A}{\Delta^2} = \left(\frac{1024\sqrt{2}}{C_s^2 Re_\Delta^3} \right)^{\frac{2-D}{4}} \left\{ \frac{\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij}}{(\tilde{u}_{rms} / \Delta)^2} \right\}^{\frac{-3(2-D)}{8}} \quad (6)$$

ここで、 Re_Δ は GS 成分の乱流強度とフィルター幅に基づくレイノルズ数である。このモデルによる予測値を図 3 中に実線で示した。ただし、スマゴリンスキー定数は一様等方性乱流に対する最適値 0.2 とした。フラクタル次元については、Mandelbrot の理論値^[9]及び非反応性スカラーの DNS 結果^[8]である $D=2.5$ を用いた。ここで、 $D=2.5$ は本研究で解析した DNS 結果から得られる火炎面のフラクタル次元ともほぼ一致する。本研究で提案したモデルによる予測値は、GS 成分の歪み速度を一定とした場合の確率密度関数のピークを的確に捉えている。このことから、本モデルによって局所火炎面積すなわち局所乱流燃焼速度を精度良く予測できることがわかる。

5. 結論

本研究では、水素・空気乱流予混合火炎の DNS 結果を用いて、乱流予混合火炎の階層構造を検討するとともに、新たな SGS 燃焼モデルを構築し、次の結論を得た。

- (1) 局所乱流燃焼速度を SGS 乱流強度の単調増加関数と近似する従来のモデルは適切ではない。
- (2) 局所乱流燃焼速度は、GS 成分の歪み速度と強い相関があり、歪み速度の増加と共に増大する。
- (3) 局所乱流燃焼速度は、乱流予混合火炎のフラクタル特性と乱流場のスケール分離を仮定したモデルにより精度良く予測できる。

6. 参考文献

1. Peters, N., *J. Fluid Mech.*, 384(1999), 246
2. Peters, N., *Turbulent Combustion*, Cambridge Press, 2000.
3. Kerstein, A. R. et al., *Phys. Rev., A*. 37(1988)
4. Im, H. G. et al., *Phys. Fluids*, 9-12(1997), 3826.
5. Pitsch, H. et al., *Proc. Combust. Inst.*, 29(2002), 2001
6. Tanahashi, M. et al., *Proc. Combust. Inst.*, 28(2000), 529
7. Tanahashi, M. et al., *Proc. Int. Symp. Dynamics and Statistics of Coherent Structures in Turbulence*(2002), 259
8. 店橋・他2名, 第17回計算力学講演会講演論文集(2004), 727
9. Mandelbrot, B. B., *J. Fluid Mech.*, 72(1975), 401