数理解析研究所講究録
1513巻 2006年 1-13

フィボナッチとユークリッド…『幾何学の実際』における『原論』の役割

神戸大学国際文化学部　三浦伸夫 (Nobuo MIURA)
Faculty of Cross-cultural Studies
Kobe University

はじめに

フィボナッチは、ピサのレオナルド（Leonardo Pisano, 1170頃-1240年以降）の俗称であり、ピサ出身の数学者で、ラテン世界で初めてインド数字による位取り計算法を体系的に論じたとして、数学史上ではよく知られている人物である[1]。ところが主著『算板の書』に比べて、もうひとつの大著『幾何学の実際』は従来研究対象にはなってこなかった。それは、おおよそ15万語からなるフィボナッチの第2番目に長い著作であること、内容が幾何学に限定されているとはいえ多岐にわたること、研究対象とするにはラテン数学のみならず、ギリシア数学、アラビア数学をも視野に置かねばならないことによるからであろう。この書物にはユークリッド『原論』からの引用が少なからず見られる。以下では、フィボナッチがユークリッドの著作をどのように用いたのか、フィボナッチにおける『原論』の意味はどのようなものであるか、そして彼は中世ラテン語訳『原論』のどの版を用いたのかなど、フィボナッチと『原論』の関係を、とりわけ『幾何学の実際』という著作を通じて考察し、さらに中世ラテン世界の『原論』の伝承の一端を見てみよう。

1．『幾何学の実際』

近代以前のすべての書物の形態と同じく、『幾何学の実際』には表題はない。冒頭部分は「ボナックス家の息子のピサ出身のレオナルドによって、1220年に編集された幾何学の実際が始まる」とあり[2]、本書が西暦1220年に完成したことが伺える。以下では各節の表題を訳出し、その内容の概観を見ておこう。全体は、distinctus, pars, differentiaときちんと細分割され、以下の概要では1、(ｉ)、①に対応している。また（ ）内は編集本のページ数を示し、[]には内容を補った。

序論(1)
1．直角を持つ正方形の土地の幅と長さとの積、そしてその積に面積が含まれることについて(5)
2．平方根の見出し方(18)
　根の乗法(25)、根の加法(26)、開平法(28)、根の除法(29)
3．あらゆる土地の計測(30)
　(ｉ) 三角形の計測(30)

[考察すべき三角形の諸問題] (218)[3]

ここで扱われている内容は全般的に、土地の計測、分割、高さの計測、立体の体積、計算法（開平法、開立法）などの具体的問題の集成であるが、円や球を扱ったものなど実用を超越したものも多い。また、幾何学問題を代数で解く2次方程式を扱った箇所や、円周率計算、正多面体の内接外接などを論じているのは興味深い。唯一実際的問題を議論している箇所は、四分儀の製作法と使用法とを説明しているところである[4]。

2.『幾何学の実際』のソース

『幾何学の実際』は当時の多くの著作から影響を受けている。著作中で名前が挙げられているのは、アルキメデス、テオドシウス、メネラオス、プトレマイオス、ユークリッドである[5]。これらギリシアの数学者に対して、アラビアの数学者の名前はまったく言及されていない。しかし内容から判断する限り、アブー・カーミル、バヌー・ムーサーらの影響を受けているのは明らかである。

ヘロンに関しては、三角形の面積を求めるいわゆる「ヘロンの公式」について、その名前には言及してはいないが内容を紹介している[6]。アルキメデスに関しては、円の計測でその名前を挙げ、彼の方法を次のように紹介している。「円全体の周の線[=円周]はその対角線[=直径]の3倍と7分の一であることが哲学者アルキメデスによって如何に発見されたかを明らかにすべきである。この発見はたいへん美しく精緻なものであった[7]。」しかしフィボナッチはその結果に満足せずに、さらにアルキメデスの方法を用いて、96角形まで進み、円周率を1440対468（1/5）すなわち864対275とするのである[8]。テオドシウスに関しては、メネラオスとともに球に関して、「テオドシウスとメネラオスの書物の中で証明されているように」と言及している[9]。プトレマイオス『アルマゲスト』からは弦の表が引用され、また「プトレマイオスの定理」も次のように言及されている。

> このこともトレメウス[=プトレマイオス]は『アルマゲスト』の中で他の方法を用いて弧と弦の表の作成の際に証明した。トレメウスは同様の方法で次のことを証明した。円内に任意の四角形があり、その2本の対角線が引かれると、対角線相互の積は対辺の2つの積[の和]に等しい。これは以下のようにして証明される[10]

フィボナッチが正5角形と正10角形に関してアブー・カーミルの著作を利用したことは、内容の対応関係から明らかである[11]。そこでは数値までも一致している。

フィボナッチがバヌー・ムーサーの著作を利用したことは間違いない。それは立体の体積を論じた、ラテン語訳された『息子たちの言葉』と文言こそ異なるが同一内容だからである[12]。その他にもバヌー・ムーサーの著作を利用した箇所がある。「立方根を求める」では、最初比例中項を用いる算術的方法を議論した後、人名は具体的には述べてはいないが3つの幾何学的方法を紹介

している。第1の方法はアルキュタスにさかのぼれるもの、第2はビザンティンのピロンにさかのぼれるもの、そして第3はバヌー・ムーサーにさかのぼれるものである。アルキュタスやビザンティンのピロンには何ら言及はないが、フィボナッチはその内容をバヌー・ムーサー『息子たちの言葉』から得たと考えられる[13]。

以上から見て取れることは、フィボナッチはラテン語著作（翻訳を含む）からは多く引用しているが、アラビア語著作自体からは引用はおろか、アラビアの数学者の名前さえも言及を避けていることである。また代数学を扱った箇所では、2 次方程式の標準解を述べ、幾何学を用いて証明する図解も提示しているが、その図形に付けられた文字の順は、アラビア式(a,b,g,d,e,z,h,t)ではなく、ギリシア式(a,b,g,d,e,z,i,t)あるいはラテン式(a,b,c,d,e,f,g,h)である[14]。だからといってフィボナッチがアラビア語を知らなかったわけではない。実際、口語アラビア語をその発音のまま採用している箇所が見られるからである。たとえば用いられているラテン語 cantaria, rotuli は、当時のアラビア語 qinṭār, raṭl に由来する重さの単位であり、1qinṭār=100raṭl という関係をもつ[15]。

3．フィボナッチとユークリッド

フィボナッチはユークリッドの著作ではとりわけ『図形分割論』と『原論』から影響を受けている。最初に『図形分割論』を見ておこう。

『図形分割論』はユークリッドの真作と考えられるが、それはプロクロスが『ユークリッド『原論』第1巻注釈』で次のように述べていることによる。

> この人[ユークリッド]には、[『原論』の]ほかに多くの驚くべきほど正確で正しい認識の理論に満ちた数学的著作がある。それは『光学』と『反射光学』であり、さらに『音楽原論』であり、また『分割についての本』である[16]

『図形分割論』のギリシア語原典は消失してしまったが、アラビア語訳（幾分変質したもの）が現存し、シジュジー、バグダーディーの著作にその断片が含まれている[17]。アラビア語訳自体はさらに12世紀にクレモナのジェラルドによってラテン語訳されたが、このほうも消失してしまった。『幾何学の実際』には『図形分割論』の問題が取り入れられているが、それはサバソルダ（アブラハム・バール・ヒーヤ）『面積の書』のティボリのプラトンによるラテン語訳に由来する。

ユークリッド『図形分割論』の命題は、現存のアラビア語断片から判断して、与えられた図形を与えられた条件のもとで分割する35命題から成立している。数学史家アーチボールドはユークリッド（アラビア語訳）とフィボナッチの関連命題を比較し、そのうち24題が類似していることを明らかにした[18]。いまここでひとつ例をとってみよう。文言自体は同一ではないが、内容はほぼ同じであることがわかる（[ ]は補ったもの）。

ユークリッド18「三角形内の与えられた点を通る直線によって、与えられた三角形をど

のように二等分することができるのかを証明したい」[19]
フィボナッチ 3「三角形内にある点が与えられ、それが角[頂点]から引かれて[対]辺の真ん中に落ちる直線上にはないとき、その点を通る直線でその三角形を二等分したい」[20]

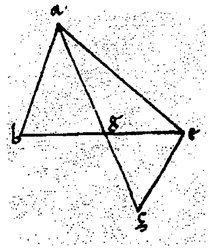
次にフィボナッチと『原論』の関係に移ろう。彼は、『幾何学の実際』ではユークリッド『原論』の第 1,3,5,6,10,11,12,13,14,15 巻を、また『算板の書』や『平方の書』では主として第 10 巻を利用している。その利用形態はいくつかに分けることができる。まず、『原論』への言及があげられる。これはユークリッドという名前、命題番号のみに言及し、内容には触れていないものである。次いで、命題そのものを引用するわけではないが、実質的に命題内容を紹介するものである。最後に、命題そのものを直接引用するものである。以下、『幾何学の実際』における『原論』の利用状況をあげておこう。もちろん命題番号と内容の引用などそれらの複合もある。ここで第 I 巻 29(206)とは、第 1 巻命題 29 は、フィボナッチ編集本第 2 巻では 206 ページに見られるということを示す。

第 I 巻	定義-公準-公理[21](1-2), 29(206), 32(31), 43(69), 47(32)
第 II 巻	2(13), 1(13), 3(13), 4(13), 5(13), 6(13), 7(15), 9(13), 10(13,16), 11(73), 12(38), 13(36)
第 III 巻	3(102), 9(179), 27(97), 28(146), 31(32,90), 35(18), 36(154)
第 V 巻	1(13)
第 VI 巻	1(110), 2(44), 5(36), 8(32,95), 15(111), 19(43, 175), 20(175)
第 VII 巻	19(17)
第 X 巻	(198)
第 XI 巻	2(179), 1-39(159-161)
第 XII 巻	1(106), 2(88, 147), 7(169), 4-18(161)
第 XIII 巻	1(215), 3(200,215), 8(196,215), 9(105),10(105), 11(207), 14(159, 194), 17(159,196), 16(159), 1-11(161-162)
第 XIV 巻	1(215), 3(106,197,211), 4(199), 8(197), 9(201), (159), 1-10(162)
第 XV 巻	(162)

ここでとりわけ第 1 巻冒頭、第 11 巻 1-39 命題、第 12 巻 4-18 命題、第 13 巻 1-11 命題、第 14 巻 1-10 命題では引用が続き、『幾何学の実際』に『原論』が欠かせないことがうかがい知れる。さらに彼は『原論』の「論証」をいたるところで採用していることが看取できる。フィボナッチにおける『原論』の意味を考えてみるために、命題の構造の例をとってみよう。そこでは命題がユークリッド『原論』に厳密にならって、次のように 6 つの部分から構成されている。括弧内にはプロクロスが命名した古代ギリシアの方法の名前を補っておいた。

(提示　プロタシス) ある角に等しい角をもつ三角形は、等しい角を挟む辺から構成さ

れる比をもつ。



(外示　エクテシス) このことを明らかにするために、等しい角 g をもつ三角形を abg,gez とせよ。

(主張　ディオリスモス) 三角形 abg,gez は、...等しい角を挟む辺の比から構成された比をもつ、と私は言う。このことは以下のように証明される。

(設定　カタスケウエー) 直線 ae を結ぶ。...

(論証　アポデイクシス) すると、三角形 abg の三角形 gez に対する比は２つの比から構成されることになろう。...

(結論　シュンペラスマ) それゆえ、三角形 abg と gez の比は、二つの比から構成されるであろう。...これが証明したかったことである[22]。

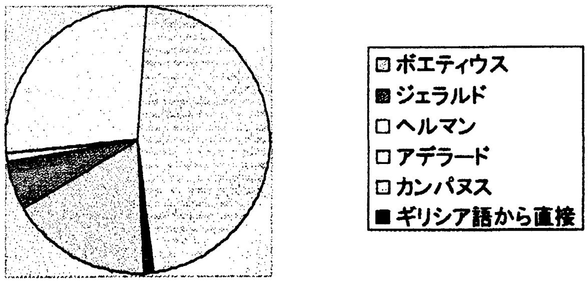
これらは何ら特殊例ではなく、いたるところこの論証が採用されている。さらに「これが示したいことであった」(hoc uolui ostendere)、「このことは以下のように証明される」(quod sic probatur)という文言が散見する。また「数で証明しよう」(demonstrentur in numeris)として、具体例をあげることもある。数による例示もフィボナッチにとっては証明の一法であった。ここにフィボナッチはユークリッドの論証法を採用し、『幾何学の実際』が実用を超え理論武装した実用幾何学として築かれていることがわかる。彼は数学の本質をユークリッドと同じように証明に見るのである。このことは、本書の冒頭で『原論』第１巻の定義公準公理がまず引用されていることからも理解できる[23]。

『図形分割論』、『原論』11-15 巻は幾何学問題の宝庫であるが、フィボナッチはそれを採録し、さらに新たに同系列の問題を追加し拡張している。すなわちユークリッドはフィボナッチにとって到達目標ではなく、基本そして踏み台となるものであった。12 世紀ラテン世界にこの種の数学書が存在したことは驚くべきことである。はたして受容者・後継者がいたのかという問題が生じるからである。

４．中世『原論』の 14,15 巻

中世ラテン世界における『原論』の伝承には、古代ローマからの不完全な伝承、１２世紀ルネサンス期におけるアラビア語からの翻訳、そしてギリシア語からのラテン語への翻訳の３つの伝承が指摘できる。このうちアラビア語からの訳には、まずバースのアデラードによる翻訳、次にカリンティアのヘルマンによる翻訳、そしてクレモナのジェラルドによる翻訳がある。バースのアデラードによる翻訳はその後多大な影響を与え、まずその翻訳にチェスターのロバートが手を加えたものがある。これは後にカンパヌス版の基本となり、双方は中世でもっとも普及した『原論』となった。さらにバースのアデラードによる翻訳をティネムエのジョンが編集したものもある。１２世紀にギリシア語から直接ラテン語に翻訳されたものには写本は２つしか現存せず、しかも完全なのは 1325-1350 頃に筆写された Paris BN, lat. 7373 のみである。訳者は未詳であるが、

12 世紀シチリアにおいてなされたとみなされている。



中世ラテン語版『原論』の現存写本数

ところで『原論』14,15 巻はのちに付け加えられたもので、ユークリッドの真作ではない。14 巻はヒュプシクレスが付け加えたもので、円に内接する正多角形および球に内接する正多面体、さらにそれら相互の関係を 9 個の命題で取り扱っている。たとえば第 6 命題は、(12 面体の表面積) : (20 面体の表面積) = (立方体の辺) : (20 面体の辺)、というものである。第 15 巻はミレトスのイシドルスによるもので、正多面体に正多面体を内接させる 5 個の命題から成立している。たとえば命題 5 は、与えられた 20 面体に 12 面体を内接させることである。

ギリシア語から直接訳された『原論』は以下の議論で重要な役割をする。それは 1-13,15 巻の正規版と、14,15 巻だけの縮刷版を含むからである。正規版とはギリシア語原典にさかのぼれるもの、縮刷版とはそれをもとに新たに編纂したもので、14,15 巻のみしか発見されていないのでそう名づける。縮刷版は他の中世ラテン語版では見られないものである。

	14 巻序文	14 巻本文	15 巻本文	14,15 巻縮刷版
ジェラルド訳	○	○	○	×
ヘルマン訳	×	×	×	×
アデラード訳	×	○	○	×
ギリシア語からの訳	○	×	○	○

まず正規版と縮刷版の相違を明らかにしておこう[24]。双方を含むのは 15 巻しかなく、そこでは用いられている用語が異なることが指摘できる[25]。このことは両者が無関係に独立して作成されたことを表している。両者の違いは、たとえば命題 5 では次のようになる。

(正規版) 与えられた 20 面体に 12 面体を内接させること[26]。

(縮刷版) 描かれた 20 面の正三角形からなる立体内に、12 面の正五角形からなる立体を作図しよう[27]。

さらに縮刷版 14 巻の冒頭には序文が付けられており、それを次に訳しておこう。下線部は、ジェラルド訳に見える正規版の序文とは異なる箇所である[28]。

> <u>アケファルス</u>は、<u>シルスのアルキメデスについてユークリッドが述べたこと</u>に関する注釈において、次のように書いている。かつてアレクサンドリアで研究していたとき、同じ球に相互に内接する図形の性質に関するアポロニオスの書物 2 巻が手に入り、それらをたいへん熱心に探求したのであった。より熱心に検証したと思える第 2 巻において、ついに、<u>ユークリッドの命題全体が事物の相互関係と性質の相互考察において提案され</u>

ていることがわかった。それゆえ、諸前提[先行するもの＝第 1 巻？]は明らかなので、同じ球には二つ立体が内接され、そのうちの一つは 20 面の三角形からなる立体であり、もうひとつは 12 面の五角形からなる立体である、という性質を考察することが我々には残されている。それに対してはある方法を用いてひとつずつ到達すべきであり、それらがなされた後、我々が意図する順序をもってすれば道は明らかである。それゆえ、アラビアの翻訳者たちは、アケファルスから取られたものをユークリッドの第 15 巻の冒頭に挿入したが、我々は最初に、それらを必要ではないと無視せずに、証明の順序が要請するように、その第 14 巻の冒頭に置くほうがよりよいように考える[29]。

この序文が本来の序文からどの程度変更されているかを見ておこう。

アケファルス：これはヒュプシクレスを意味する。ただし本来の序文ではプルタルコスとなっている。

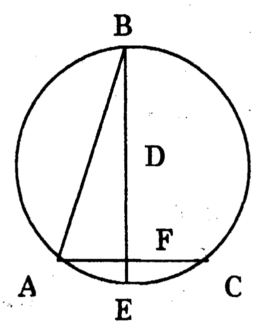
シルスのアルキメデスに関してユークリッドが述べたこと：本来はアルキメデスもユークリッドも登場しない。しかもシルスはアルキメデスには結びつかない。

ユークリッドの命題全体が事物の相互関係と性質の相互考察において提案されている：本来はない文章である。

アラビアの翻訳者たちは、アケファルスから取られたものをユークリッドの第 15 巻の冒頭に挿入したが、我々は最初に、それらを必要ではないと無視せずに、証明の順序が要請するように、その第 14 巻の冒頭に置くほうがよりよいように考える：この部分はアラビア語の伝承の不十分さを指摘したもので興味深い箇所である。「外中比で分けられた任意の線分は、線分全体を同じように分ける」（命題 10）は、伝承では 15 巻冒頭（14 巻末尾）におかれているが、その命題の結果は 14 巻命題 9 ですでに用いられているので、これは 14 巻冒頭に置くのがふさわしいと適切に指摘している。このことから、序文には確かに混乱が見られるが、他方アラビア訳の欠点を指摘し、この縮刷版の序文の作者はある程度の数学の知識があったことがわかる。また縮刷版 14 巻自体も、最後の命題の不要な箇所（それ以前に述べたことの繰り返し）を削除している。

5．フィボナッチ版『原論』のソース

フィボナッチは「第 14 巻の定理が始まる」の節で『原論』14 巻の命題を引用しているが、それはギリシア語から直接訳された『原論』と文言がほぼ一致する[30]。14 巻命題 3 を例にとって詳細に見ていこう。これはギリシアの伝統では命題 2 の中に含まれる系である。ところでそれは、ギリシア語からの直接ラテン語に訳されたものでは次のようになる。「円において、五角形の辺の正方形と五角形の角の弦の正方形とは、六角形の辺の正方形の 5 倍である」[31]。



すなわち、

AC=五角形の 1 辺、B＝五角形の頂点、D＝円の中心とすると、

$$BA^2 + AC^2 = 5DE^2$$

を示す。

フィボナッチはこの命題を4箇所で引用している。

1. Corda anguli penthagonici cum latere penthagonico possunt quincuplum tetragoni semidyametri circulj[32]
2. Quadrata cordea et lateris penthagonici possunt quincuplum lateris exagonici[33]
3. Corda anguli penthagonici et corda quesite(quinte) circulj possunt quincuplum lateris exagoni[34]
4. In circulo tetragonus lateris penthagonici simul cum tetragono cordea anguli penthagonici quincuplum est tetragono lateris exagonici[35]

このうち、4はギリシア語からの次の直接訳と最初の penthagonici を除いて同一である。

In circulo tetragonus lateris penthagoni simul cum tetragono corde anguli penthagonici quincuplum est tetragono lateris exagonici[36].

4がギリシア語からの翻訳と一致するのは、その前後では第14巻の命題をそのまま引用しているからである。あとの3つは、平方にあたる単語の省略があり、命題自体の内容を知っていなければ、あるいは手元に『原論』そのものがなければ使用できないものである。これらはこの系を用いる箇所で引用しているものであり、文言は異なるが、用いられている単語から、同じものすなわち起源が同じであると推測できよう。実際、ほかの翻訳者の訳文では用語法は極めて異なるのである[37]。以上から、この命題ではフィボナッチはギリシア語からの直接訳を少なくとも利用したといえよう。しかしながらフィボナッチの『原論』のほかの箇所の引用は、どの版からなされたのかは確実なことはいえない。それは現存のどの版とも語句がかなり異なるからである。たとえば第1巻命題を比較しておこう。

フィボナッチ（『幾何学の実際』）

Pvnctvus est id quod nullam habet dimensionem, idest quod non potest diuidj[38].

ギリシア語からの直接訳

Punctus est cuius pars nulla[39].

ジェラルド

Punctum est cui pars non est[40].

アデラード

Punctus est illud cui pars non est[41].

アデラード＝ジョン

Punctus est illud cui pars non est[42].

アデラード＝ロバート

Punctus est illud cui pars non est[43].

ここではフィボナッチのものには、dimensio という単語が用いられていること、そして詳しい説明が付けられているのが特徴である。フィボナッチは既存の知られている版以外の訳を用いたのか、既存訳を独自に改訂したのか、あるいは可能性は低いが自ら翻訳を行ったのかどれかわからないが、ここに従来『原論』は先に述べたものに限定されるとされてきたが、このフィボナッチの『原論』を見ることによって、中世『原論』の受容と展開とがさらに複雑な様態を呈していることが垣間見られるのである。

まとめ

『幾何学の実際』は、ユークリッドの『図形分割論』『原論』を中核に置き、さらにアラビアで展開された幾何学命題を展開した、中世西欧には例を見ない総合的幾何学書である。そこでは実際的応用は維持されながらも、幾何学的証明が重視され、そのために『原論』における証明法が踏襲されている。

さらにそこには『原論』14 巻の縮刷版が引用されているが、それはギリシア語から直接訳された『原論』にのみ含まれているものである。この版はほとんど普及せず、利用したのは知られている限りフィボナッチのみである。ところでその版は数学的に優れていた。12-13 世紀ラテン世界で数学的に優れた人物は今日までフィボナッチ以外に知られていない。したがって、ブザールはフィボナッチがその版を作成した可能性あると指摘しているが[44]、このことはいまだ推測の域を超えないものである。他方、その 14 巻の縮刷版はある『原論』全体の一部を構成していた可能性も否定できない。そしてその一部のみが、ギリシア語から直接訳された『原論』に挿入されたこともありえるのである。そしてその著者はフィボナッチであり、それを『幾何学の実際』に取り入れたとすることも否定できない。するとフィボナッチの著作さまざまな箇所で『原論』が引用され、しかもそれらがほとんど現存の『原論』とは語句が異なることも説明が可能となる。すなわちフィボナッチ版ユークリッド『原論』の存在も指摘できうるのである。ただしそれはいまだ見つかってはおらず、推測でしかないが、それでも『幾何学の実際』からその内容は部分的に推定できるのである。

写本

MSS: Biblioteca Apostolica Vaticana, URB. Lat. 292

文献

Archibald, R. C. 1915

Euclid's Book on Division of Figures, Cambridge, 1915

Boncompagni, B. 1857-1862 [=*Scritti* 2]

Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo vol.2, Roma, 1862

Burnett,Ch. 2005

"Leonard of Pisa (Fibonacci) and Arabic Arithmetic", article on the web of MuslimHeritage.com, 2005

Busard, H.L.L. 1984

The Latin translation of the Arabic version of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona, Leiden, 1984

Busard, H.L.L. (ed) 1987

The Mediaeval Latin Translation of Euclid's Elements: Made Directly from the Greek, Stuttgart, 1987

Busard, H. L.L., Folkerts M.(ed.) 1992

Robert of Chester's (?) redaction of Euclid's Elements, the so-called Adelard II version, Basel, 1992

Busard, H.L.L. (ed.) 2001

Johannes de Tinemue's redaction of Euclid's Elements, the so-called Adelard III version, Stuttgart, 2001

Clagett,M. 1964

Archimedes in the Middle Ages vol.1, Madison, 1964

Martin van Ryzin 1960

The Arabic-Latin Tradition of Euclid's Elements i*n the Twelfth Century*, unpublished dissertation of Wisconsin University, 1960

Miura, N. 2005

"Leonardo Fibonacci as the Transmitter of Arabic Mathematics into Europe", XXII International Congress of History of Science, Beijing 24-30 July 2005

Murdoch, J. E. 1967

"Euclides graeco-latinus: A hitherto unknown medieval Latin translation of the "Elements" made directly from the Greek, *Harvard Studies in Classical Philology*, 1967, 71: 249-302

Proclus 1873

In primun Euclidis elementorum librum commentarii, ed. G. Friedlein, Leipzig, 1873; rep. Hildesheim, 1967

Sigler, L.E. 2002

Fibonacci's Liber Abaci: a Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation, New York/ Berlin/ Heiderberg, 2002

三浦伸夫 1995

「ユークリッド『図形分割論』: 伝統と翻訳」,『国際文化学研究』1995, 4:111-145

[1]作品は、今日B.ボンコンパーニ（1821-1894)による編集2巻本で接することができる。*Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo* 2 v, Roma, Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche, 1857-1862. この第1巻には、主著である『算板の書』(*Liber abbaci*)が、第2巻には、『幾何学の実際』(*Practica geometriae*), 『精華』(*Flos*), 『テオドロス師宛書簡』(*Epistola*), 『平方の書』(*Liber quadratorum*)が含まれている。従来、フィボナッチの研究はこの編集本に基づいて行われてきた。たとえば近年出版された『算板の書』の英訳もそうである[Sigler]。しかしこの編集本には編集者による少なからずの誤読、省略が見られ、ときにそれが重大な誤解を生むこともあり、写本に立ち戻り研究する必要がある [Miura 2005].

[2] [*Scritti* 2, 1].

[3] 解釈が困難なので概略して訳した。"Subscripte triangurorum questiones ponende sunt in antecedenti quinterno post triangulum equilaterum, cuius mensura cum sua perpendiculari est 10". [*Scritti* 2, 218].

[4] [*Scritti* 2, 204-206].

[5] カッコ内は、[*Scritti* 2]で名前が挙げられたページ数。アルキメデス(88)、テオドシウス(179), メネラオス(179,197),プトレマイオス(94,104),ユークリッド(*passim*).

[6] [*Scritti* 2, 40].

[7] [*Scritti* 2, 88].

[8] MSS: Biblioteca Apostolica Vaticana, URB. Lat. 292, f.55v. ただし編集本では誤って458(1/3)としている[*Scritti* 2, 91].

[9] [*Scritti* 2, 179].

[10] [*Scritti* 2, 104].

[11] [*Scritti* 2, 207-224].

[12] [*Scritti* 2, 178-187].対応関係に関しては、[Clagett 1964, 1275-1283]を参照。

[13] [Clagett 1964, 658-664].

[14] [*Scritti* 2, 56-63].

[15] [*Scritti* 2]; [Burnett 2005].

[16] [Proclus 1873, 69].

[17] [三浦 1995].

[18] 1(5),2(14),3(1,2),4(23),5(16),6(20),7(27),8(30,31),9(18),11(28),12(32),13(36),14(40),15(37),16(39),18(3),19(10),25(4),26(11),27(57),28(51),31(29),32(35),33(40). 番号はユークリッド『図形分割論』、括弧内はフィボナッチ『幾何学の実際』の命題の順序（両者ともに本来番号はついていない）。[Archibald 1915].

[19] [三浦 1995, 127].

[20] [*Scritti* 2, 115].

[21] 公理は9つ挙げられ、そのうち4つは本来の『原論』にはない。

[22] [*Scritti* 2, 111].

[23] [*Scritti* 2, 1-3].

[24] アデラード=ティネムエのジョン、アデラード=チェスターのロバート版は、アデラード版と同じ構成である。

[25] [Murdoch 1987].

[26] [Busard 1987, 393].

[27] [Busard 1987, 410].

[28] ジェラルド訳のもとのアラビア語は不明ではあるが、少なくとも序文に関する限りギリシア語原典と本質的な相違はない。

[29] [Busard 1987, 399].

[30] ただし命題 8 は含まれていない。[*Scritti* 2, 162]; [Busard 1987, 399-407].

[31] [Busard 1987, 400].

[32] [*Scritt* 2, 106].

[33] [*Scritti* 2, 197].

[34] [*Scritti* 2, 211].

[35] [*Scritti* 2, 162].

[36] [Busard 1987, 400].

[37] たとえばジェラルド訳では次のようになっている（14 巻命題 2）。"Si in circulum describatur penthagonus equilaterus, duo quadrata que fiunt ex latere penthagoni in se et ex recta linea que subtenditur angulo qui continetur a duobus lateribus penthagoni in se cum contiunguntur sunt quincuplum quadrati quod fit ex medietate diametri circuli". [Busard 1984, 415].

[38] [*Scritti* 2, 1].

[39] [Busard 1987, 27].

[40] [Busard 1984, 1].

[41] [Martin van Ryzin 1960, 80].

[42] [Busard 2001, 34].

[43] [Busard and Folkerts 1992, 113].

[44] [Busard 1987, 20].