

## 境界上を移動可能なロボット2台による多角形探索

深見 浩和\* 小野 廣隆† 定兼 邦彦† 山下 雅史†

\*九州大学大学院システム情報科学府

†九州大学大学院システム情報科学研究所

### 1 はじめに

商業施設などの多角形の領域内部に侵入者が潜入したとする。セキュリティ上の観点から、この侵入者を発見したいという要望が生まれるが、ここではこの侵入者をサーチライトを装備した移動ロボットを用いて発見することを考える。侵入者をその動きにかかわらず確実に発見するためには、探索ロボットとそのライトをどのように移動させれば良いだろうか。この問題は多角形探索問題と呼ばれ、[4]で美術館問題[3]の動的拡張として考えられたものがはじまりである。ロボットが装備しているサーチライトの本数や、ロボットの台数・能力などの設定によりさまざまな探索モデルが考えられており、ロボットの能力(モデル)によっては侵入者が内部をずっと逃げ回ることが可能な多角形も存在する。本研究では各ロボットが(i)ライトを1本持ち、(ii)境界上のみ(多角形の辺上のみ)を移動することができる、という制約の下、ロボット2台を用いて探索可能な図形に対する考察を行う。

本文の構成は以下の通りである。まず、2節において扱う探索モデルに関する定義を行い、VODと呼ばれる図に関する説明を行う。次に、3節ではロボット1台による探索の困難さを述べ、その後4節でロボット2台による探索を述べる。最後に5節でまとめと今後の課題について述べる。

### 2 準備

#### 2.1 モデル

本稿で扱うモデルについて述べる。多角形は内部に穴の空いていないものとし、二次元平面上に描かれているものとする。探索ロボットはライトを1本だけ持

ち、多角形の辺上のみを移動可能であるとする。またその位置は点で表されるとする。探索ロボットの視界はライトが照らしている線分上のみとし、ライトの光は多角形の辺に接している場合は遮られないとする。侵入者は探索ロボットと同様に位置は点で表され、多角形内部を任意の速度で移動できるものとする。探索ロボットは侵入者の位置を知ることはできないものとする。

#### 2.2 定義

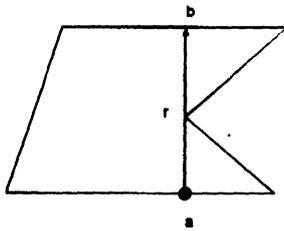
多角形  $P$  の辺集合を境界と呼び、 $\partial P$  で表す。多角形の周の長さを  $|\partial P|$  で表し、 $|\partial P| = 1$  とする。辺上の点を基準点から時計回りに辺をたどった時の距離として表す。よって点  $a$  と点  $a \pm 1, a \pm 2, \dots$  は同じ点を表す。また、辺上の点  $a$  から、周に沿って時計回りに進み点  $b$  にたどりつくまでの開区間を  $\partial P(a, b)$  で表す。

ライトの光が境界にぶつかった点とロボットの位置を結ぶ線分を視線と呼ぶ。視線上に侵入者が存在する時侵入者を発見したという。

本研究で扱う多角形の中には凹多角形も含まれ、内角が  $180^\circ$  を越える頂点が存在するものもある。この頂点を **reflex vertex** と呼び、この頂点の存在によって周上のある点から直接ライトで照らすことのできない点が存在する。また、視線が reflex vertex に接している場合は遮られていないとする。例えば図1では点  $r$  が reflex vertex であり、点  $a$  にいるロボットがライトを点  $b$  の方に向けている状態を表す。この場合、視線は点  $r$  で境界に接しているが遮られず、それ故点  $b$  は直接照らされている状態となる。

侵入者は多角形内部を任意の速度で移動することができるものとする。また侵入者は視線上を通過すると発見されてしまうため、多角形内部を視線上を通過し

図 1: reflex vertex



ないように移動する。よってロボットの位置とライトの先端の位置が一致した状態から探索を始めた場合、ある時刻において侵入者がいないことが保証される領域が存在する。この領域をクリア領域と呼ぶ。これとは逆に侵入者が存在する領域を非クリア領域と呼ぶ。

定義より、すべての領域をクリア領域にできた時、侵入者は発見されている。侵入者発見のためのロボット・ライトの先端の移動方法(スケジュールと呼ぶ)が存在する場合、その多角形は探索可能であると呼ぶ。

### 2.3 VOD

reflex vertex の存在により、境界上の任意の 2 点  $a$ ,  $b$  の関係は、

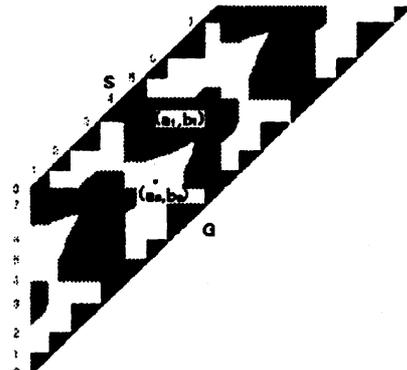
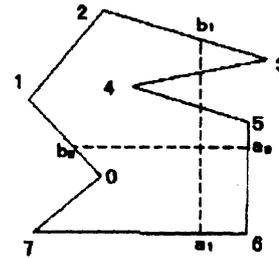
- ・  $a$  から  $b$  を直接照らすことができる
- ・  $a$  からは遮る辺があり直接照らすことはできない
- ・  $a$  と  $b$  は同じ辺上である

の 3 つに分類できる。本稿ではこの関係を図にした VOD(visibility Obstruction diagram) と呼ばれる図を用いる [5]。図の縦軸はロボットの多角形上での位置を表し、横軸はライトの先端の位置を表す。

境界上の点  $a$  から境界上の点  $b$  を照らすことを考える。視線が多角形の内部のみを通り、遮る辺が無い場合は VOD 上の点  $(a, b)$  を白、外部を通る場合もしくは遮る辺がある場合は灰で塗り分ける。例えば図 2 の場合、点  $(b_0)$  から点  $(a_0)$  は直接照らすことができるので VOD 上の点  $(a_0, b_0)$  は白で塗られており、点  $(b_1)$  から点  $(a_1)$  は遮る辺があり直接照らすことができないので VOD 上の点  $(a_1, b_1)$  は灰で塗られている。また  $y = x$  の部分を  $S$ ,  $y = x - 1$  の部分を  $G$  と呼ぶ。

VOD 上の点はロボットの位置とライトの先端の位置に対応するので、VOD 上での点の移動はロボットの移動・ライトの先端の移動に対応することがわかる。このことから、スケジュールは VOD 上の有向パスとなることがわかる [5]。

図 2: VOD の例



### 2.4 左不変と右不変

ロボットはライトを 1 本だけ持っているので、視線は探索中クリア領域と非クリア領域を分ける役割を果たす。侵入者は視線を飛び越えることができないため、探索中はロボットから見て左側がクリアである状態か、ロボットからみて右側がクリアである状態のどちらか一方となる。前者を左不変と呼び、後者を右不変と呼ぶ。本稿では左不変で探索を行うスケジュールを扱う。この場合、VOD 上では  $S$  を出発する有向パスとなる。

## 2.5 ジャンプ

ロボットが止まった状態でライトを回転させると、視線を遮る辺が無い場合ライトの先端は辺上を連続的に移動する。しかし回転中に視線が reflex vertex にぶつかりと遮られ、ライトの先端は辺上を連続的に移動することなく reflex vertex に移動する。この移動をジャンプと呼び、逆向きの移動もジャンプと呼ぶ。ライトを時計回りに回転させることで生じるジャンプは、VOD 上では灰色部分を右向きに飛び越えることに対応し、反時計回りに回転させることで生じるジャンプは、VOD 上では灰色部分を左向きに飛び越えることに対応する。

VOD 上の上下のジャンプについて考える。このジャンプは、ロボットがライトを動かさずに reflex vertex から領域内部を通して辺上の点に移動する、もしくは逆の移動に対応する。しかし本稿のモデルでは境界上を離れることはできないため、このジャンプは行うことができない。

## 3 ロボット 1 台による探索

ロボット 2 台による探索を考える前に、まずロボット 1 台による探索について述べる。

### 3.1 VOD による判定

与えられた多角形がロボット 1 台で探索可能であるかは VOD から判定できることが [5] で述べられている。以下にその定理を示す。

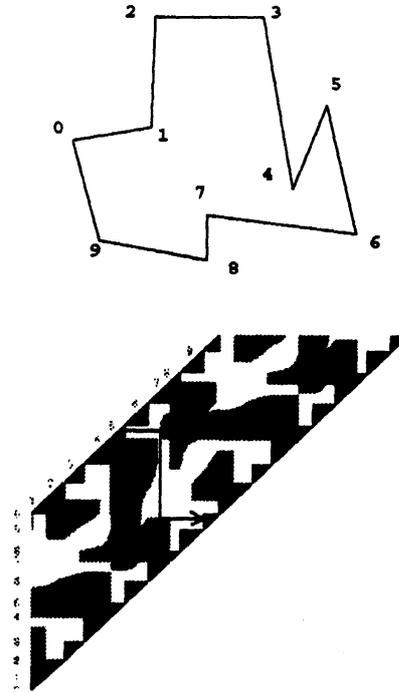
**定理:** 与えられた多角形の VOD において、 $S$  から  $G$  まで灰色の部分に左向きにジャンプすることのみを許す有向パスが存在するとき、またそのときに限り与えられた多角形は境界上のみ移動可能な、ライトを 1 本もったロボット 1 台で探索可能である。

例えば図 3 の場合、 $S$  から  $G$  まで黒い矢印で示すパスが存在するのでこのパスに対応するスケジュールを実行することで探索することができる。

### 3.2 右ジャンプ

ここでは与えられた多角形の VOD に定理を満たすパスが無い場合を考える。この場合  $S$  から  $G$  までたど

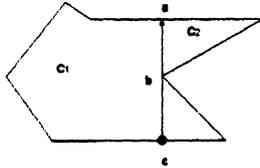
図 3: ロボット 1 台で探索可能な多角形



り着くためには灰色の部分に少なくとも 1 回は右向きへジャンプする必要がある。スケジュールがこのジャンプを含む時、探索が失敗することを述べる。探索失敗とは、スケジュールの実行途中にクリア領域がすべて失われてしまうことを言う。

VOD 上を  $S$  から出発し点  $(a, c)$  にたどり着いた後、灰色部分を VOD 上の点  $(a, c)$  から点  $(b, c)$  へジャンプすることを考える (図 4)。点  $(a, c)$  にいる時は左不変であることが 2.2 節よりいえるので、 $\partial P(c, a)$  と線分  $\overline{ac}$  で囲まれる領域はクリアである (図 4 の領域  $C_1$ )。ここでジャンプを行うと、 $\partial P(a, b)$  と線分  $\overline{ab}$  で囲まれる領域 (図 4 の領域  $C_2$ 。これをポケットと呼ぶ) は非クリアであるので、そのポケット部分に隠れている侵入者が  $\partial P(c, a)$  と線分  $\overline{ac}$  で囲まれる領域 (図 4 の領域  $C_1$ ) に移動してしまいクリア領域が消滅する。このことから、左不変を維持してる場合は右ジャンプを行うことができないことがわかる。

図 4: ジャンプとポケット



## 4 ロボット 2 台による探索

本節ではロボット 2 台による探索について述べる。

### 4.1 ポケット部分の探索

前節の内容をふまえ、1 台目のロボットが非クリアなポケットが生じる右ジャンプを行う際、もう 1 台のロボットでそのポケットをすべてクリア領域にすることを考える。ここでは 1 台目のライトの先端が点  $a$  から点  $b$  にジャンプを行った時に生じるポケットの探索について述べる。ポケットにおいて線分  $\overline{ab}$  の部分は 1 台目のロボットの視線によって作られているとする。

2 台目のロボットの視線もロボット 1 台の時と同様に、ポケット内部でクリア領域と非クリア領域を分ける役割をする。よって一般性を失うことなく、2 台目のロボットはポケット内部において左不変で探索を行うと仮定できる。

まず、 $k$  を任意の整数として、 $x = a + k(b + k \leq y \leq a + k)$ ,  $y = b + k(b + k \geq x \leq a + k)$ ,  $y = x(a + k \leq x \leq b + k)$  の部分を  $S'$ ,  $x = b + k(b + k - 1 \leq y \leq a + k)$ ,  $y = a + k(b + k \leq x \leq a + k + 1)$ ,  $y = x - 1(a + k \leq x \leq b + k)$  の部分を  $G'$  とする (図 5)。

2 台目のロボットが VOD 上で  $S'$  上にいるとき、ポケット内部に着目するとロボット・ライトの先端が同じ位置となっている。よってこの状態から探索を開始するとポケット内部にクリア領域が生じることがいえる。

また、ポケット内部において左不変となっているとき、VOD 上で白い部分を上下左右に移動してもポケット内部での左不変は維持されている。

次に、ライトの先端のジャンプについて考える。ポケット内部で左不変を維持している時はロボット 1 台の時と同様に左向きのジャンプを行っても左不変は維持されることが言える。ライトの先端がポケット内部

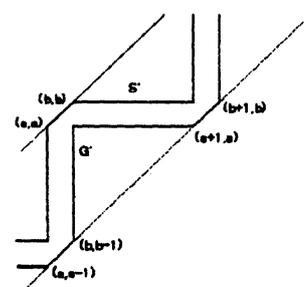
にあるときは右向きのジャンプを行うと左不変は維持されないが、ジャンプの前後でライトの先端がポケット外部にあるときは左不変は維持される。

ポケット内部の左不変を維持したまま、 $G'$  までたどり着いたとき、ポケット部分はすべてクリア領域となる。

以上から、次の補題が得られる。

補題: 1 台目のライトの先端が点  $a$  から点  $b$  へジャンプを行う時にできるポケットは、VOD 上で  $S'$  から  $G'$  まで、ジャンプの前後で  $x$  座標が  $b + k - 1 \leq x \leq a + k$  となる場合では左右のジャンプを、それ以外の場合では左ジャンプのみを許すパス (これをポケット探索パスと呼ぶ) が存在すればもう 1 台のロボットですべてクリア領域にすることができる。

図 5:  $S'$  と  $G'$

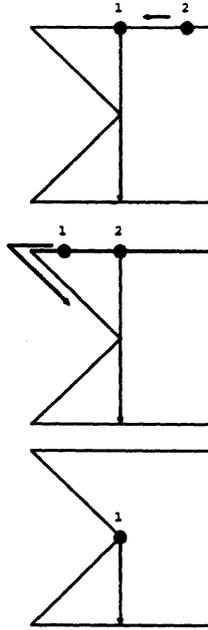


### 4.2 上下のジャンプ

1 台目のロボットの移動に関して、2 台目のロボットの協力を得ることで 2.3 節で述べた VOD 上における上下のジャンプをシミュレートすることができる。これは

- ・ジャンプに対応する移動を行う前に、2 台目のロボットを 1 台目のロボットと同じ状態にする (1 台目のロボットと同じ位置に移動し、ライトの先端も 1 台目のロボットと同じ位置にする)
- ・1 台目のロボットがジャンプ後の地点に移動することで実現できる。この際 1 台目のロボットが左不変を維持しながら探索を行っているとする、上ジャンプはクリア領域を縮小させるジャンプとなるので行うことができるが、下ジャンプは右ジャンプと同様に非クリアなポケットが生じるため、協力を得たもう 1 台で探索する必要が生じる。

図 6: 上下のジャンプのシミュレート



### 4.3 VOD による判定

補題と上下ジャンプのシミュレートから、以下の定理が得られる。

**定理:** VOD 上で  $S$  から  $G$  へのパスを考える。パスに含まれる右ジャンプおよび下ジャンプのそれぞれに対し、ポケット探索パスが存在すればロボット 2 台で探索可能。

図 7 に例を示す。(a)~(h) 中の  $M$  は 1 台目のロボットの位置を表し、 $S$  は 2 台目のロボットの位置を表す。

## 5 まとめと今後の課題

ライトを 1 本持った、境界上のみを移動可能なロボット 2 台によるモデルで、与えられた多角形が探索可能であるための十分条件を示した。

今後の課題として、ここで示した条件が必要条件となっているかを検討していく必要がある。

## 参考文献

- [1] T.Kameda, M.Yamashita and I.Suzuki, "On-line polygon search by a seven-state boundary 1-searcher", *IEEE Transactions on Robotics*, vol.22, no.3, June 2006, 446-460.
- [2] M.Yamashita, H.Umemoto, I.Suzuki and T.Kameda, "Searching for mobile intruders in a polygonal region by a group of mobile searchers", *Algorithmica*, 31(2):208-236, 2001.
- [3] J.O'Rourke, "Art Gallery Theorems and Algorithms", Oxford University Press, New York, Oxford, 1987.
- [4] I.Suzuki and M.Yamashita, "Searching for a mobile intruder in a polygonal region", *SIAM Journal on Computing*, vol. 21,868-888, 1992.
- [5] S.M.LaValle, B.Simov and G.Slutski. "An algorithm for searching a polygonal region with a flashlight", In *Proceedings of the ACM symposium on Computational Geometry 2000*, Hong Kong University of Science and Technology, 260-269, 2000

図 7: ロボット 2 台による探索

