

単純型付き等式系に基づく定理自動証明に関する一考察

岡村洋, 大山口通夫, 山田俊行*

概要

関数型プログラミングでは関数変数や高階関数を扱うことが可能である。それらを含む等式の集合のもとで定理を求める手法に関する研究を行なった。本論文ではまず、単純型付き等式系における振舞等価性を定式化する。次に、この振舞等価性に基づく定理自動証明法として、単純型付き等式系からソート付き等式系への変換を行なうことにより、従来定理自動証明法を用いることができることを示す。

1 はじめに

定理自動証明はプログラムの仕様の正当性の検証などに応用できることから、近年注目を集め、盛んに研究されてきた ([4])。本研究では、等式系のもとで与えられた等式が定理であるかどうかを自動的に判定する方法について考察する。これに関する代表的な定理の証明法としては Knuth-Bendix アルゴリズムに基づく Inductionless Induction [3] や構造帰納法によるものがあり、これまで盛んに研究されてきた。しかしながら、高階の関数記号を含む等式系の定理の自動証明法については、いくつかの研究結果 (例えば [6] や [7]) はあるが、まだ十分には研究がなされていない。特に、これまでの高階の定理証明には高階の等式系をそのまま用いてきたため、これまで十分研究がなされてきた従来の一階の等式系の定理自動証明法がそのままでは用いることができないという問題があった。

本論文ではまず、単純型付き等式系における振舞等価性を定式化する。次に、この振舞等価性に基づく定理自動証明法として、単純型付き等式系からソート付き等式系への変換を行なうことにより、従来定理自動証明法を用いることができることを示す。

本論文では、2 節で諸定義、3 節でソート付き項の振舞等価性、4 節で単純型付き項の振舞等価性、5 節で本研究の手法、6 節で本手法を用いた例、7 節でまとめと課題について述べる。

2 準備

書換えの用語や記法は文献 [2] に準ずる。単純型付き等式系に関する定義は文献 [1],[6],[8] に基づく。

定義 2.1. (単純型)

基本型 (*basic type*) の集合 B から得られる単純型 (*simple type*) の集合 $ST(B)$ を次の条件 1, 2 を満たす最小の集合と定義する。

1. $B \subseteq ST(B)$

*三重大学 大学院工学研究科 情報工学専攻

$$2. \tau_0, \dots, \tau_n \in ST(B) \Rightarrow \tau_1 \times \dots \times \tau_n \rightarrow \tau_0 \in ST(B)$$

なお、文脈から明らかな時は、単純型は単に型、 $ST(B)$ は ST と略す。

型 τ の定数記号の集合 (シグネチャ) や変数の集合をそれぞれ Σ^τ, V^τ と表す。 Σ と V をそれぞれ、 $\Sigma = \bigcup_{\tau \in ST} \Sigma^\tau, V = \bigcup_{\tau \in ST} V^\tau$ とする。 任意の $\tau \in ST$ に対して V^τ は加算無限とする。

定義 2.2. (単純型付き項)

任意の Σ, V に対して、型 τ の単純型付き項の集合 $T_{ST}(\Sigma, V)^\tau$ を次の条件 1, 2 を満たす最小の集合とする。

$$1. \Sigma^\tau \cup V^\tau \subseteq T_{ST}(\Sigma, V)^\tau$$

$$2. s \in T_{ST}(\Sigma, V)^{\tau_1 \times \dots \times \tau_n \rightarrow \tau} \text{ かつ } \forall i \in \{1, \dots, n\}, t_i \in T_{ST}(\Sigma, V)^{\tau_i} \Rightarrow (s t_1 \dots t_n) \in T_{ST}(\Sigma, V)^\tau$$

単純型付き項の最外括弧は省略してもよい。 型 τ を持つ単純型付き項 $s \in T_{ST}(\Sigma, V)^\tau$ は s^τ と表す。

全ての単純型付き項の集合 $T_{ST}(\Sigma, V)$ を $\bigcup_{\tau \in ST} T_{ST}(\Sigma, V)^\tau$ と定義し、 Σ, V が明らかな時は $T_{ST}(\Sigma, V)$ は単に T_{ST} と略す。 単純型付き項 t の頭部記号 $head(t)$ を次のように再帰的に定義する。(1) $t \in \Sigma \cup V$ の時、 $head(t) = t$ 。(2) $t = (s t_1 \dots t_n)$ の時、 $head(t) = head(s)$ 。 単純型付き項 t に現れる変数の集合を $V(t)$ と表す。

代入は関数 $\sigma : V \rightarrow T_{ST}$ で、次の条件を満たすものである。(1) $Dom(\sigma) = \{x | \sigma(x) \neq x\}$ は有限。(2) 各 $x \in Dom(\sigma)$ に対して、 x と $\sigma(x)$ は同じ型を持つ。 代入 σ の定義域を $T_{ST}(\Sigma, V)$ へと広げた準同型拡張も同じ σ を用いる。 通常 $\sigma(t)$ を $t\sigma$ と表す。 また、関数 $\sigma : V \rightarrow T_{ST}(\Sigma, \emptyset)$ を基礎項代入と呼ぶ。

文脈とはある出現位置 u に特別な記号 \square^τ (変数とみなしてもよい) をもつものであり、 \square^τ を型 τ をもつ任意の項 t^τ で置き換えることができるような単純型付き項であり、 $C[\]_\tau$ と表す。 この置き換えで得られた項を $C[t]$ と表す。

変数を含まない文脈を基礎項文脈と呼ぶ。

単純型付き項の組 $\langle l, r \rangle$ は l, r が同じ型を持っている時、単純型付き等式である。 単純型付き等式 $\langle l, r \rangle$ は $l \approx r$ のように表す。 基本型の集合 B 、定数記号の集合 Σ 、単純型付き等式の集合 E から構成される 3 つ組 $\mathcal{E} = \langle B, \Sigma, E \rangle$ を単純型付き等式系と呼ぶ。

単純型付き項書換え系 $\mathcal{R} = \langle B, \Sigma, R \rangle$ によって導かれる書換え関係 $\rightarrow_{\mathcal{R}}$ は次の条件を満たす $T_{ST}(\Sigma, V)$ 上の最小の関係である。(1) 全ての $l \rightarrow r \in R$ 、全ての代入 σ に対して $l\sigma \rightarrow_{\mathcal{R}} r\sigma$ (2) 全ての s_0, \dots, s_n に対して、 $s \rightarrow_{\mathcal{R}} t$ ならば $(s_0 \dots s \dots s_n) \rightarrow_{\mathcal{R}} (s_0 \dots t \dots s_n)$

\mathcal{E} を等式系とすると、合同関係 $\equiv_{\mathcal{E}}$ は、 \mathcal{E} の等式集合に含まれる等式によって導かれる合同関係である。

定義 2.3.

集合 B のアリティ (arity) の集合は以下の条件を満たす最小の集合 $Ar(B)$ とする。

$$1. B \subseteq Ar(B)$$

$$2. n \geq 1, a_0, a_1, \dots, a_n \in Ar(B) \Rightarrow \langle a_1, a_2, \dots, a_0 \rangle \in Ar(B)$$

関数 $ar : ST(B) \rightarrow Ar(B)$ を以下のように定義する.

$$ar(\tau) = \begin{cases} \tau & \text{if } \tau \in B \\ \langle ar(\tau_1) \cdots ar(\tau_n) ar(\tau_0) \rangle & \text{if } \tau = \tau_1 \times \cdots \times \tau_n \rightarrow \tau_0 \end{cases}$$

文献 [8] の変換手法を用いて単純型付き等式系からソート付き等式系へ変換を行なう.

定義 2.4. (変換)

単純型付き等式系から対応するソート付き等式系への変換 θ を定義する.

$$1. \theta(\Sigma) = \Sigma \cup \{\ @_a \mid a \in Ar(B) \setminus B \}$$

($\theta(\Sigma)$ における各定数記号を以下のようにそのソートと関連づける)

$$sort(f) = \begin{cases} ar(\tau) & \text{if } f \in \Sigma^\tau \\ \langle a_1 \cdots a_n a_0 \rangle \times a_1 \times \cdots \times a_n \rightarrow a_0 & \text{if } f = @_{\langle a_1 \cdots a_n a_0 \rangle} \end{cases}$$

$$2. \theta(t) = \begin{cases} t & \text{if } t \in \Sigma \cup V \\ @_{ar(\tau)}(\theta(s), \theta(t_1), \dots, \theta(t_n)) & \text{if } t = (s^\tau t_1 \cdots t_n) \end{cases}$$

$$3. \theta(E) = \{ \theta(l) \approx \theta(r) \mid l \approx r \in E \}$$

$$4. \theta(\langle B, \Sigma, E \rangle) = \langle Ar(B), \theta(\Sigma), \theta(E) \rangle$$

ソート付き書換え規則 $l \rightarrow r$ は, $sort(l) = sort(r)$ かつ $V(l) \supseteq V(r)$ かつ $l \notin V$ を満たすソート付き項の対 (l, r) と定義する.

関係 \rightarrow の反射推移閉包 (0 回以上の書換え) を \rightarrow^* と表記する. 項 t_1 に対して $t_1 \rightarrow t_2$ のような書換え規則がない場合 t_1 を正規形と呼ぶ.

また, ソート付き書換え系が \mathcal{R} が合流性を満たすとは $(\leftarrow^* \cdot \rightarrow^*) \subseteq (\rightarrow^* \cdot \leftarrow^*)$ が成り立つことをいう. \mathcal{R} が停止性を満たすとは, 無限の書換え $t \rightarrow_{\mathcal{R}} t_1 \rightarrow_{\mathcal{R}} t_2 \rightarrow_{\mathcal{R}} \cdots$ が存在しないことをいう. 合流性と停止性をともに満たすことを完備であるといい, 与えられた等式系と等価で完備な項書換え系を得る手続きを完備化手続きと呼ぶ.

3 ソート付き項の振舞等価性

ソート付き等式系における振舞等価性の定義は文献 [5], [10] と同様である.

定義 3.1. (論理値を備えたソート付き等式系)

ソート付き等式系 \mathcal{E} が論理値を備えるとは, \mathcal{E} がソートのひとつとして $Bool$ をもち, ソート $Bool$ の定数記号として $True$ と $False$ をもつことである.

定義 3.2. (ソート付き項の振舞等価性)

論理値を備えるソート付き等式系 \mathcal{E} のもとでソート付き項 l と r が振舞等価であるとは, $Bool$ ソートの任意の基礎項文脈 C と任意の基礎項代入 σ について $C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} C[r\sigma]$ が成り立つことであり, $l \equiv_{\mathcal{E}} r$ と表す.

ソート付き項の振舞の等価性と非等価性は, 無矛盾性や強完全性から導かれる.

定義 3.3. (ソート付き等式系の無矛盾性と強完全性)

論理値を備えたソート付き等式系 \mathcal{E} が無矛盾であるとは、 $True \not\equiv_{\mathcal{E}} False$ が成り立つことであり、 \mathcal{E} が強完全であるとは、 $Bool$ ソートの任意の項 t について $t \equiv_{\mathcal{E}} True$ か $t \equiv_{\mathcal{E}} False$ が成り立つことである。

定理 3.4. (ソート付き項の振舞等価性と非等価性の証明法)

論理値を備えたソート付き等式系 \mathcal{E} について 次の 2 つの性質が成り立つ。

1. \mathcal{E} が強完全であり、 $\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}$ が無矛盾ならば、 $l \equiv_{\mathcal{E}} r$.
2. \mathcal{E} の各ソートに基礎項が存在し、 \mathcal{E} が無矛盾性を満たさないならば、 $l \not\equiv_{\mathcal{E}} r$.

証明. (性質 1)

強完全性より $C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} True$ または $C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} False$ が成り立つ。 $C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} True$ のとき、

$C[r\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} False$ と仮定すると、 $C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} C[r\sigma]$ より、

$True \equiv_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} False$. これは前提に矛盾する。

$C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} False$ のときも同様。 □

証明. (性質 2)

背理法を用いて証明する。 $True \equiv_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} False$ と仮定すると、ある項 t_1, \dots, t_k が存在し、以下のように表すことができる。

$$True \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} t_1 \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} \dots \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} t_k \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} False$$

各ソートに基礎項が存在し、任意の項 t_1, \dots, t_k に対して変数を基礎項にしても書き換え規則は成り立つため、基礎項 $t\sigma_1, \dots, t\sigma_k$ となる基礎項代入 σ が存在して、

$$True \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} t\sigma_1 \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} \dots \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} t\sigma_k \leftrightarrow_{\mathcal{E} \cup \{l \approx r\}} False \tag{1}$$

が成立する。

また (1) は $\equiv_{\mathcal{E}} = \leftrightarrow_{\mathcal{E}}^*$ より、

$$True(\leftrightarrow_{\{l \approx r\}} \cup \leftrightarrow_{\mathcal{E}})^* False$$

と表せる。

$C[l\sigma'] \leftrightarrow_{l \approx r} C[r\sigma']$ ならば、 $C[l\sigma'] \equiv_{\mathcal{E}} C[r\sigma']$ より、(1) から

$True \equiv_{\mathcal{E}} False$ が導ける。これは \mathcal{E} の無矛盾性に矛盾する。 □

ソート付き等式系の無矛盾性や強完全性は、対応する項書き換え系の性質から導かれる。

補題 3.5. (ソート付き等式系の無矛盾性の証明法)

論理値を備えたソート付き等式系 \mathcal{E} と同じシングネチャをもつソート付き項書き換え系 \mathcal{R} について次の 9 条件が成り立てば、 \mathcal{E} は無矛盾である。

- \mathcal{E} と \mathcal{R} から生成される合同関係が一致する ($\equiv_{\mathcal{E}} = \leftrightarrow_{\mathcal{R}}^*$)
- \mathcal{R} が合流性を満たす。

- $True$ と $False$ は \mathcal{R} の正規形である.

証明. $True$ と $False$ が \mathcal{R} の正規形であり, \mathcal{R} が合流性を満たすので, $True \leftrightarrow_{\mathcal{R}}^* False$ のような書換えは存在しない. よって $True \neq_{\mathcal{E}} False$. \square

4 単純型付き項の振舞等価性

本節では, 単純型付き等式系における振舞等価性を定式化する. また, ソート付き等式系への変換を利用した振舞の等価性と非等価性の証明法を提示する.

定義 4.1. (論理値を備えた単純型付き等式系)

単純型付き等式系 \mathcal{E} が論理値を備えるとは, \mathcal{E} の基本型のひとつとして論理値型 $Bool$ があり, 論理値型の定数記号として $True$ と $False$ をもつことである.

定義 4.2. (単純型付き項の振舞等価性)

論理値を備える単純型付き等式系 \mathcal{E} のもとで単純型付き項 l と r が振舞等価であるとは, $Bool$ 型の任意の基礎項文脈 C と任意の基礎項代入 σ について $C[l\sigma] \equiv_{\mathcal{E}} C[r\sigma]$ が成り立つことであり, $l \cong_{\mathcal{E}} r$ と表す.

定義 2.4 の変換 θ を使うと, 単純型付き等式系を, 生成される合同関係を保ったままソート付き等式系へと変換可能である. 変換 θ を使い, 単純型付き等式系における振舞等価性を, ソート付き等式系の振舞等価性の判定問題へと帰着させる手法を提示する. ソート付き項書換え系を用いた既存の自動証明法が活用できる点で, この変換手法は有用である.

定理 4.3. (単純型付き項の振舞非等価性の証明法)

論理値を備えた単純型付き等式系 \mathcal{E} と単純型付き等式 $l \approx r$ について考える. 変換 θ によるソート付きの等式系や項への変換結果を, $\mathcal{E}' = \theta(\mathcal{E}), l' = \theta(l), r' = \theta(r)$ で表し, ソート付き書換え系 \mathcal{R}'' を $\equiv_{\mathcal{E}' \cup \{l' \approx r'\}} \leftrightarrow_{\mathcal{R}''}^*$ を満たすとする. このとき, 次の 2 条件が成立すれば $l \cong_{\mathcal{E}} r$ である.

- \mathcal{R}'' は合流性を満たす.
- $True$ と $False$ は \mathcal{R}'' の正規形である.

証明. 変換 θ が合同関係を保存することと, 補題 3.5 のソート付き等式系の無矛盾性の条件を満たしていること, 定理 3.4 のソート付き項の振舞等価性による. \square

5 本研究の手法

本研究の単純型付き等式系の定理の証明法について説明する. 以下にその手順を示す.

- 入力: 論理値を備えた単純型付き等式系 $\mathcal{E} (= \langle B, \Sigma, E \cup \{l \approx r\} \rangle)$.
- 出力: Yes または No .

手順:

1. \mathcal{E} を変換 θ により, ソート付等式系 \mathcal{E}' へ変換する.
2. \mathcal{E}' が無矛盾であることを示す. すなわち \mathcal{E}' を完備化する.
3. 完備化が成功し, 且つ $True$ と $False$ が正規形ならば Yes を返す.
4. 完備化の途中で $True \equiv_{\mathcal{E}'} False$ を導いたならば No を返す.

本手法の特徴は, 高階の関数記号を含む等式系における定理の証明に従来の一階の場合の完備化手続きを用いることができる点である. 従って, 停止性及び合流性を保証する条件として従来の一階の場合の条件をそのままの形で利用することができる.

6 例

O を基本型の集合, Σ を関数記号の集合, E を等式の集合とする.

$$\begin{aligned}
 O &= \{ \text{Nat}, \text{List}, \text{Bool} \} \\
 \Sigma &= \{ \begin{array}{ll} 0 & : \text{Nat}, \\ s & : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}, \\ \text{True} & : \text{Bool}, \\ \text{False} & : \text{Bool}, \\ \text{isNull} & : \text{List} \rightarrow \text{Bool}, \\ [] & : \text{List}, \\ \vdots & : \text{Nat} \times \text{List} \rightarrow \text{List}, \\ \text{map} & : (\text{Nat} \rightarrow \text{Nat}) \rightarrow (\text{List} \rightarrow \text{List}), \\ \circ & : (\text{Nat} \rightarrow \text{Nat}) \times (\text{Nat} \rightarrow \text{Nat}) \rightarrow (\text{Nat} \rightarrow \text{Nat}), \\ \bullet & : (\text{List} \rightarrow \text{List}) \times (\text{List} \rightarrow \text{List}) \rightarrow (\text{List} \rightarrow \text{List}) \end{array} \\
 E &= \{ \begin{array}{ll} (\text{map } F)[] & \approx [], \\ (\text{map } F)(x :: xs) & \approx (F x) :: ((\text{map } F)xs), \\ (F \circ G) x & \approx F(G x), \\ (X \bullet Y) xs & \approx X(Y xs) \end{array} \}
 \end{aligned}$$

上記の単純型付き等式系 $\mathcal{E} = \langle O, \Sigma, E \rangle$ に対して, 等式 $e = \text{map } (F \circ G) \approx (\text{map } F) \bullet (\text{map } G)$ を与えた時, e が \mathcal{E} のもとで振舞等価であるか判定を行なう.

$E' = E \cup \{e\}$, $\mathcal{E}' = \langle O, \Sigma, E' \rangle$ とする時, 単純型付き等式系 \mathcal{E}' をソート付き等式系へ変換すると以下のようなになる. (表記に関して, 以下のように条件を定める. 表記上単純にするため, Nat は N , List は L , Bool は B と略す. また変換前に $X \rightarrow X$ であった型は変換後にソートを X^2 と表記し, 変換前に $X \times X \rightarrow X$ であった型は変換後にソートを X^3 と表記する. 表記上分かりやすくするため, \circ の添字にソートでなく関数記号と番号を用いる.)

$$Ar(O) = \{ N, B, L, N^2, L^2, LB, NLL, N^2L^2, (N^2)^3, (L^2)^3 \}$$

$$\theta(\Sigma) = \{ \begin{array}{ll} 0 & : N, \\ s & : N^2, \\ True & : B, \\ False & : B, \\ isNull & : LB, \\ [] & : L, \\ :: & : NLL, \\ map & : N^2L^2, \\ \circ & : (N^2)^3, \\ \bullet & : (L^2)^3, \\ @_{m1} & : N^2L^2 \times N^2 \rightarrow L^2, \\ @_{m2} & : L^2 \times L \rightarrow L, \\ @_{::} & : NLL \times N \times L \rightarrow L, \\ @_{LB} & : LB \times L \rightarrow B, \\ @_{N^2} & : N^2 \times N \rightarrow N, \\ @_{\circ} & : (N^2)^3 \times N^2 \times N^2 \rightarrow N^2, \\ @_{\bullet} & : (L^2)^3 \times L^2 \times L^2 \rightarrow L^2 \end{array} \}$$

$$\theta(E') = \{ \begin{array}{ll} @_{m2}(@_{m1}(map, F), []) & \approx [] & (1) \\ @_{m2}(@_{m1}(map, F), @_{::}(::, x, xs)) & \approx @_{::}(::, @_{N^2}(F, x), @_{m2}(@_{m1}(map, F), xs)) & (2) \\ @_{N^2}(@_{\circ}(\circ, F, G), x) & \approx @_{N^2}(F, @_{N^2}(G, x)) & (3) \\ @_{m2}(@_{\bullet}(\bullet, X, Y), xs) & \approx @_{m2}(X, @_{m2}(Y, xs)) & (4) \\ @_{m1}(map, @_{\circ}(\circ, F, G)) & \approx @_{\bullet}(\bullet, @_{m1}(map, F), @_{m1}(map, G)) & (5) \end{array} \}$$

厳格半順序として辞書式経路順序 \succ_{lpo} ([9]) を与える。

$\theta(\Sigma)$ の要素に対して以下のような順序付けをする。

$$@_{m1} > @_{\bullet} > @_{\circ} > @_{m2} > @_{::} > @_{LB} > @_{N^2} > map > \bullet > \circ > :: > [] > isNull > s > 0 > True > False$$

上で求めた $\theta(E')$ と厳格半順序 \succ_{lpo} を用いて完備化を行なう。この時、危険対は2つ生じるが、そのいずれからも新たな書換え規則は得られない。よって完備化が成功するので、等式 e は単純型付き等式系 \mathcal{E} の定理であることが分かる。

また、完備化によって以下のような TRS R を得る。

$$R = \{ \begin{array}{ll} @_{m2}(@_{m1}(map, F), []) & \rightarrow [], \\ @_{m2}(@_{m1}(map, F), @_{::}(::, x, xs)) & \rightarrow @_{::}(::, @_{N^2}(F, x), @_{m2}(@_{m1}(map, F), xs)), \\ @_{N^2}(@_{\circ}(\circ, F, G), x) & \rightarrow @_{N^2}(F, @_{N^2}(G, x)), \\ @_{m2}(@_{\bullet}(\bullet, X, Y), xs) & \rightarrow @_{m2}(X, @_{m2}(Y, xs)), \\ @_{m1}(map, @_{\circ}(\circ, F, G)) & \rightarrow @_{\bullet}(\bullet, @_{m1}(map, F), @_{m1}(map, G)) \end{array} \}$$

7 まとめと課題

本論文ではまず、単純型付き等式系における振舞等価性を定式化した。また、単純型付き等式系からソート付き等式系への変換を用いた振舞の等価性や非等価性の証明法を提示した。さまざまな例に対してこの手法の証明能力を確認することや、一般に決定不能な問題である強完全性を用いた振舞等価の判定のための十分条件を与えること、停止性を用いない証明法について考察することが今後の課題である。

参考文献

- [1] T. Yamada. *Confluence and termination of simply typed term rewriting systems*. In Proceedings of the 12th International Conference on Rewriting Techniques and Applications, Vol. 2051 of LNCS, pp. 338-352. Springer-Verlag, 2001.
- [2] F. Baader and T. Nipkow, *Term Rewriting and All That*. Cambridge University Press, 1998.
- [3] H. Comon. *Inductionless induction*. In A. Robinson and A. Voronkov, editors, *Handbook of Automated Reasoning*, volume I, chapter 14, pages 913-962. Elsevier Science, 2001
- [4] Nachum Dershowitz and Jean-Pierre Jouannaud. *Rewrite Systems* in Leeuwen, J. (ed.) *Handbook of Theor. Comput. Sci.*, Vol. B: Formal Models and Semantics, Chap.6, MIT Press/Elsevier (1990), pp.245-320; 稲垣康善, 直井 徹 (訳), 書換え系, コンピュータ基礎理論ハンドブック II, 形式的モデルと意味論, 第6章, 丸善 (1993), pp.244-321.
- [5] M. Oyamaguchi. *Relationship between Abstract and Concrete Implementations of Algebraic Specifications*. INFORMATION PROCESSING 83, R.E.A. Mason (ed.) Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland) (c) IFIP, 1983
- [6] Takahito Aoto, Toshiyuki Yamada, and Yoshihito Toyama *Inductive Theorems for Higher-Order Rewriting*. Proceedings of the 15th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA'04), Lecture Notes in Computer Science 3091, pp.269-284, June 2004
- [7] Linnestad, H., Prehofer, C., and Lysne, O. 1996. *Higher-Order Proof by Consistency*. In Proceedings of the 16th Conference on Foundations of Software Technology and theoretical Computer Science (December 18 - 20, 1996). V. Chandru and V. Vinay, Eds. Lecture Notes In Computer Science, vol. 1180. Springer-Verlag, London, 274-285.
- [8] Takahito Aoto, Toshiyuki Yamada, *Termination of Simply Typed Term Rewriting Systems by Translocation and Labelling*. Proceedings of the 14th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA'03), Lecture Notes in Computer Science 2706, pp.380-394, June 2003
- [9] Dershowitz, N. *Termination of rewriting*. J. Symb. Comput. 3, 1-2 (Feb. 1987), 69-116. 1987.
- [10] 坪谷政志. 非停止左線形項書換え系における定理自動証明, 三重大学大学院 工学研究科 修士論文, 2004.