

# 円筒容器内における表面大変形を伴う回転流れの 実験的研究

北海道大学・電子科学研究所 飯間信 (Makoto Iima)

Research Institute for Electronic Science, Hokkaido University,

北海道大学・理学研究科 伊藤賢太郎 (Kentaro Ito)

Graduate School of Science, Hokkaido University,

北海道大学・工学研究科 田坂裕司 (Yuji Tasaka)

Graduate School of Engineering, Hokkaido University

2007 年 3 月 23 日

## 1 はじめに

日本の一般的な洗濯機は、円筒型の容器の底に回転円盤が据え付けられている。このような状況下で円盤を回転させた時の振る舞いを考えると、それは自由表面の大変形を伴う流れの一例である。この他にも風呂の栓を抜いたときにできる渦 (bathtub vortex)[1, 13] や跳水 [2] など、自由表面の大変形を伴う流れには日常生活で頻繁に見かける興味深いものが多い。しかし、このような場合、流体が存在する領域が流れに依存して動的に変化するという困難さがある。従って、変形が軸対称で層流であるような単純な場合 [1, 2] をのぞいて流れを決める事は一般に難しい。

洗濯機内の流れのように、円柱容器内の流体を底面のみの回転により駆動した場合に見られる自由表面変形を伴う流れのことを、ここでは「円筒容器内の回転流れ」と呼ぶ事にする。この流れの軸対称性は回転数により定めたレイノルズ数 (Re) がおよそ 2,200 で崩れる事が知られている。この場合自由表面の変動はわずかであり、すべり境界条件を課した平板として近似できる [3, 7, 10]。流れの層流-乱流転移はもっと大きなレイノルズ数 (およそ  $10^5$ ) で起き、典型的には回転円盤近くの境界層で観察される [12, 5, 9]。乱流への転移後では平均流の分布は変わるので、自由表面の形もそれに伴って変化することが予想される。

円筒容器内の回転流れにおいて、流れが完全に乱流になった場合には、大域的かつ多角形的な表面変形が実験的に観察されている [8, 18]。一方、鈴木らも同様の実験装置において表面変形の興味深い遷移を報告している。第一に、時間平均した表面の深さは回転数の単調な関数ではない。第二に、回転による水面の変形には、回転数に依存して軸対称なものとは軸対称でないものを含むいくつかの形がある。第三に、ある回転数の範囲においては、回転数が一定でも、表面変形が軸対称な状態と軸対称性が崩れた状態の間を時間的に切り替わる現象 (switching) が存在する [14, 15, 16]。表面形状の変形に注目した議論により、このような現象と層流-乱流遷移の深い関わりが示唆されている [15]。しかし、これら研究においては表面の形状に的を絞った解析が行われており、流れに対する解析が行われていないため、表面の形状と層流-乱流遷移との関係は仮説の段階に留まっていた。

本論文では、このような興味深い切り替わりに対して、流れの解析を行った結果について報告する。特に、超音波流速分布計 (UVP) による流速計測、表面変形解析、Kalliroscope を用いた可視化により、表面変形の切り替わりが層流-乱流遷移と密接に関係している事を示す。

## 2 実験方法

図 1(a) に実験装置を示す。円筒容器に入れられた作業流体 (水) は、円盤回転子の回転により底面が駆動される。円盤回転子は、市販の円盤回転子を元に、半径 ( $R = 42.0\text{mm}$ ) が円筒容器の内径 ( $R = 42.5\text{mm}$ ) にほぼ一致するように加工した。円盤回転子上部は、容器と同じ材質であるガラスで覆った。回転速度は回転計 (Mistral, LHT-04) で測り、等速回転時の誤差は 1% 以内であった。回転子により駆動された流れが引き起こす表面変形はデジタルビデオ (SONY, DCR-TRV7) により、側面および上面から撮影することで記録した。

表面変形の時間変化は、以下の 2 つの量により特徴づけられる。一つは表面の中央部を底から測った高さ  $h(t)$  であり (図 1(b-1)), もう一つは表面の軸対称性 (円 (軸対称) または楕円 (非軸対称)) である。ここで「円」「楕円」といった用語は軸対称性の有無を区別する為に用いるが、厳密な意味での円、楕円とは異なることに注意されたい。

流速は、超音波流速分布計 (UVP) により測定された。場所は円筒容器内の中心近くである。不必要なエコーをさけるため、真の中心からはすこしずらしている。UVP により計測されるのは、速度場ベクトルの内、プローブから射出する超音波パルスの進行ベクトルに平行な成分である。また、UVP には、流体内部における進行ベクトル上の速度の一次元分布が一度に測定でき、更にその時系列が得られるという利点がある。本解析では、こ

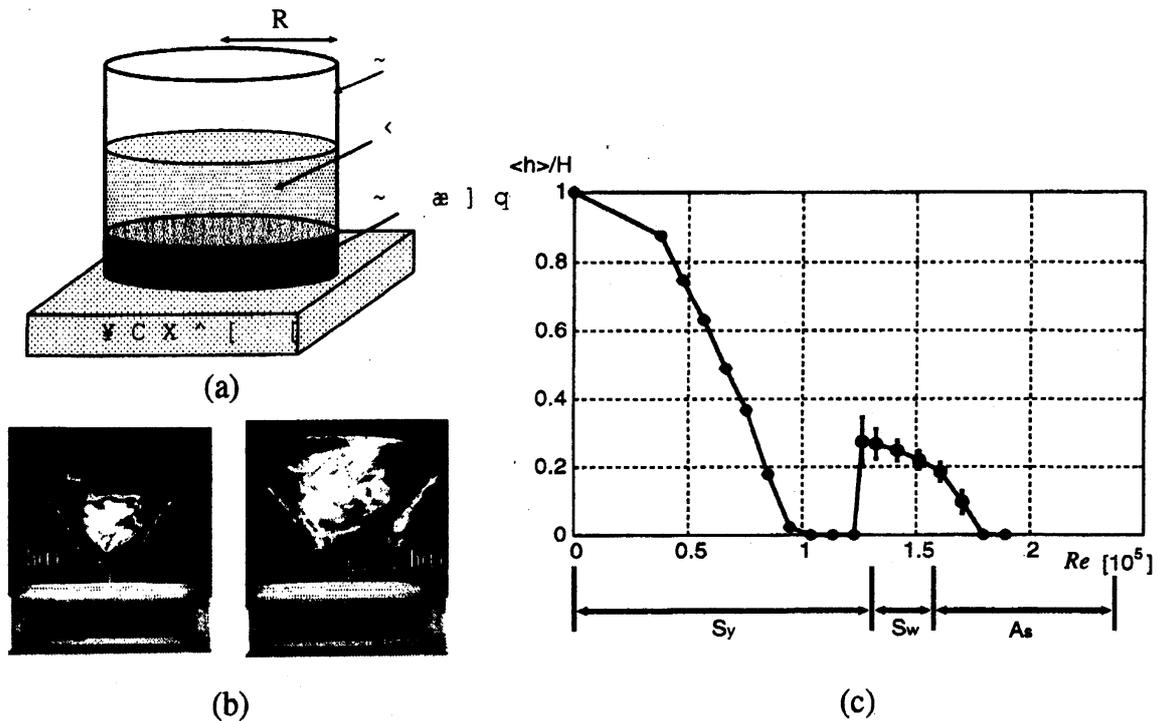


図1 (a) 実験装置。流体（水）が、円盤型ローターで駆動されている。ローターの半径は円柱の内半径に近い。(b) 表面変形の形。左は状態  $S_y$  ( $Re = 0.823 \times 10^5$ ;  $\omega = 435\text{rpm}$ )。表面の変形は軸対称であり、逆さにした釣り鐘型である。右は状態  $A_s$  ( $Re = 1.65 \times 10^5$ ;  $\omega = 873\text{rpm}$ )。表面の変形の軸対称は崩れている。(c) 画像より得た中心の水面の高さ  $\langle h \rangle$  のグラフ。水平断面はレイノルズ数が小さいときは円 ( $S_y$ )、大きいときは楕円 ( $A_s$ ) である。これらの間に時間的に変化する領域 ( $S_w$ ) がある。

の一次元分布の中でエコーの影響が少ない中心付近のデータを抜き出してフーリエ解析を行った。

また、可視化は Kalliroscope (AQ-1000) を用いて行った。可視化に用いたのは、ハロゲンランプ (150W) であり、シリンドリカルレンズでおよそ幅 3mm のスリット光を作った。可視化実験の撮影には、デジタルカメラ (Nikon D1X) を使い、シャッタースピードは 1/2000 秒であった。

実験においては主にレイノルズ数  $Re \equiv \omega R^2 / \nu$  ( $\omega$  はローターの回転角速度で  $\nu$  は動粘性係数) を  $Re < 2.6 \times 10^5$  ( $\omega \leq 1400\text{rpm}$ ) の範囲で変化させた。アスペクト比  $A \equiv H/R$  ( $H$  は静止時の水高) は  $A = 0.94$  ( $H = 40\text{mm}$ ) とした。他のアスペクト比の場合については文献 [14] を参照されたい。回転角速度を操作するときは  $\omega$  を 4 ~ 10 rpm ずつ手動で増やして行った。なお、 $\omega$  を減らしても明確な履歴は観測されなかった。

### 3 結果

#### 3.1 表面変形の遷移

図 1(c) は、表面変形の違いを表した領域、および  $h(t)$  の時間平均  $\langle h \rangle$  のレイノルズ数依存性を描いたものである。軸対称性により、表面の形は 4 つの状態に分類される [15] が、ここではパラメータ空間における切り替わり状態およびその隣接領域に着目する。

対称状態 ( $S_y$ ) は  $0 \leq Re < 1.31 \times 10^5$  の領域で観察される。表面は軸対称、すなわち  $h(t)$  が定常かつ表面の水平断面は円形である (図 1(b) 左)。この領域では、 $\langle h \rangle$  は  $Re$  に伴って単調に減少し、ついには底に着く。その後、底と水面は円形の接触線を作る。厳密に言うと、この状態は Lopez らが小さいレイノルズ数 ( $Re < 2500$ ) [10] に対して実験的、および数値的に報告した非軸対称状態を含んでいるが、そのずれの大きさは容器の大きさと比べて小さいため、この領域での表面は軸対称と見なす事にする。

切り替わりのおきる領域 ( $S_w$ ) は、 $1.31 \times 10^5 < Re < 1.58 \times 10^5$  で観測されるが、次節で詳しく論じる。

非軸対称領域 ( $A_s$ ) は、 $1.58 \times 10^5 < Re < 2.37 \times 10^5$  の領域で見られる。表面の形は軸対称性を失い、下部から 2 つのでっぱりができる (図 1(b) 右)。表面の形はほぼ一定周期で回転する ( $Re = 1.70 \times 10^5$  のとき 0.35s)。この状態では、表面の形は回転とは別の小さな変動を見せる (時間スケールはおおよそ 10s)。しかし、変動しても表面の形は非軸対称のままである。なおこの領域で特徴的な事は、 $\langle h \rangle$  が再び正の値をとることである。しかし  $Re$  の増加に伴い表面は下に伸び、 $Re = 1.85 \times 10^5$  で底に着く。このとき底と表面の接触線は楕円である。

#### 3.2 切り替わり状態

切り替わり状態 ( $S_w$ ) は、 $S_y$  領域と  $A_s$  領域の間で観測される ( $1.31 \times 10^5 < Re < 1.58 \times 10^5$ )。この状態では、 $Re$  は時間的に一定であるにもかかわらず、表面は状態  $S_y$  に似た軸対称な形 ( $\widetilde{S}_y$ ) と状態  $A_s$  に似た回転する非軸対称な形 ( $\widetilde{A}_s$ ) の間を非周期的に切り替わる。非周期的な切り替わりを  $h(t)$  の時系列で表したものが図 2(a) に示されている。P で示されているのは  $\widetilde{A}_s (h(t) > 0)$  が支配的な状態であり、Q で示されているのは  $\widetilde{S}_y (h(t) = 0)$  が支配的な状態である。 $\widetilde{A}_s$  から  $\widetilde{S}_y$ 、あるいは  $\widetilde{S}_y$  から  $\widetilde{A}_s$  への変動の時間スケールはおおよそ 5s である。

切り替わりの様子を図 2(b) に示した。図 2(b)-(1) から図 2(b)-(4) には、 $\widetilde{S}_y$  から  $\widetilde{A}_s$

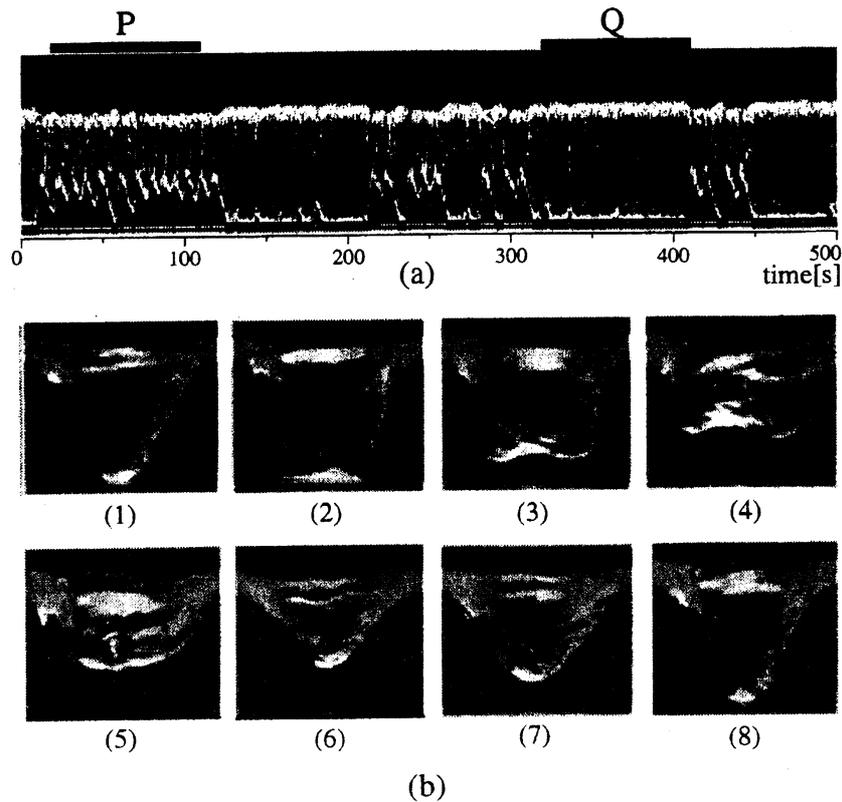


図2 Sw 領域での自由表面の時間変動 ( $Re = 1.36 \times 10^5$ ;  $\omega = 719\text{rpm}$ )。 (a) 画像処理による  $h$  の時間変動。 (b) 表面の写真。左上から右下へと進む。(1)(2)(3)(4): 状態  $\widetilde{S}_y$  から状態  $\widetilde{A}_s$  への遷移。(5)(6)(7)(8): 状態  $\widetilde{A}_s$  から状態  $\widetilde{S}_y$  への遷移。

への移り変わりが示されている。この場合、軸対称性がまず破れ (図 2(b)-(1)(2))、そのあとで表面変形の下部が上昇する (図 2(b)-(2)(3)(4))。これは図 2(b)-(4) から 2(b)-(8) に示されている  $\widetilde{A}_s$  から  $\widetilde{S}_y$  への移り変わりとは定性的に異なっている。こちらの場合は、軸対称性がまず回復し (図 2(b)-(5)(6))、次に表面の下部がのびて底に着く (図 2(b)-(6)(7)(8))。しかし、よく見られるのは不完全な過程であり、その場合図 2(b)-(1) から図 2(b)-(8) のすべての状態は観測されないことを注意しておく。

### 3.3 流れの解析

状態  $S_y$  と状態  $A_s$  の間では、流れの特性が変化している事が示唆される。層流-乱流遷移がおおよそ  $Re \sim 10^5$  で起き、その値が表面の形や  $h(t)$  の遷移が起きる臨界  $Re$  と同じオーダーである事は興味深い。そこで、流れの遷移を可視化および流速のスペクトルにより調べた。

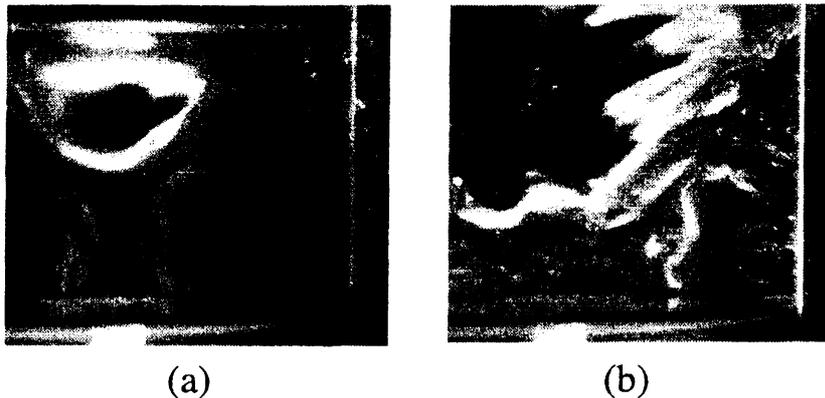


図3 流れの可視化画像。(a) 状態 Sy ( $Re = 0.606 \times 10^5$ ;  $\omega = 328\text{rpm}$ )。 (b) 状態 As ( $Re = 1.61 \times 10^5$ ;  $\omega = 870\text{rpm}$ )。

まず Kalliroscope による可視化の結果を報告する。図 3(a) には、状態 Sy における可視化写真が示されている。回転中心付近では鉛直方向に筋が見られる。Kalliroscope 粒子は速度勾配に配向する性質を持つため、鉛直方向に流れ構造は一様であると考えられる。このためここでは底の回転速度に引きずられてほぼ剛体回転をしていると考えられる。Lopez らは、このパラメータ領域（ただし図 3 よりレイノルズ数はもっと小さい:  $Re = 2.5 \times 10^3$ ）の実験における表面流れを調べ、中心付近の速度場が剛体回転と見なせるであることを報告しているが、その結果とも整合している [10]。容器壁面近傍および自由界面近傍では明瞭な渦構造が確認できるが、それ以外の領域では、穏やかな流れとなっている。

なおこの場合の表面変形はランキン渦モデルでほぼ説明が可能である [17]。図 3(a) の画像解析の結果によれば、中心付近の表面形状は回転放物面でよく近似できる。ランキン渦モデルを適用する事で、中心の剛体回転領域での回転速度が見積もることが出来る。計算結果は約 231rpm であり、底の回転速度 328 rpm の約 70% であった。また、回転放物面の中心と底との距離、および水量を考慮に入れると剛体回転領域（円柱状と仮定する）の半径を計算する事ができ、それは容器の半径の 57% であった。これは表面変形の画像解析より見積もられる値（容器半径のおよそ 50%）とかなり近いが、可視化により見られた筋構造の中心からの距離（容器半径のおよそ 20%）とは全く異なる。このため筋構造は剛体渦領域の境界を表している訳ではなく、二次的な渦構造を表していると考えられる。このように流れの構造の詳細は、比較的回転数の小さいこの領域においても複雑である。更に、ここで計算に用いたモデルでは容器の側壁の影響を無視しているので、解析の精度は高くはない。しかし表面大変形の形状はランキン渦モデルでほぼ説明できるため、

流れは全体として秩序だっていると思わせる。

一方、状態  $As$  における可視化写真 (図 3(b)) では、遠心力不安定により生じる大規模な循環と、強い乱れが重畳した流れが確認でき、全流体が乱れた流れとなっていることが確認できる。状態  $Sw$  における流れの遷移に関しても、表面の対称性と流れの性質は対応している。特に、水面が底から離れた瞬間 (図 2(2)(3)) の可視化によれば、状態  $Sy$  で見られたような中心付近の剛体回転領域は存在しない。したがってこのとき中心付近の乱れが発生している。また、対称性を回復する相 (図 2(5)(6)(7)) での可視化によれば、対称性の回復に伴って剛体回転領域が形成される様子が見られる。このように可視化の結果も流れの動的な遷移を示唆するものとなっている。より詳しい流れの可視化に関しては、文献 [17] を参照されたい。

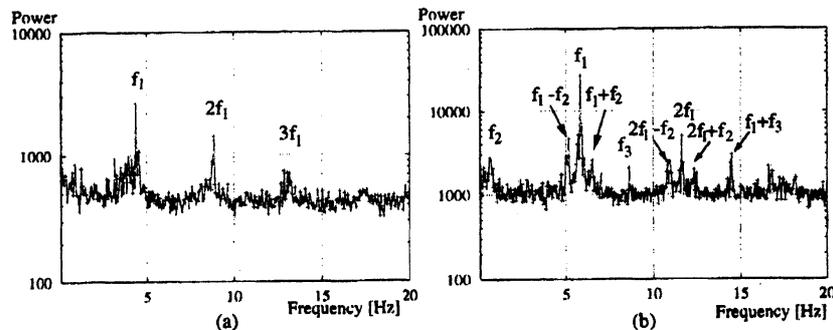


図4 速度変動のパワースペクトル。(a) 状態  $Sy$  ( $Re = 0.606 \times 10^5$ ;  $\omega = 328\text{rpm}$ )。 (b) 状態  $As$  ( $Re = 1.61 \times 10^5$ ;  $\omega = 870\text{rpm}$ )。

次に、UVP による流れ場のスペクトル解析の結果を示す。図 4 は、UVP により計測された流れ場のパワースペクトルを示している。図 4(a) は、図 3(a) と対応している。この場合、層流領域が広い事と対応して、パワースペクトルも基本周波数一つとその高調波のみで構成されている。なお、この領域でも流れの回転対称性は厳密な意味では破れうるという点を指摘したが、ここで観測されているピークは、その際形成される回転波の存在を示唆していると考えられる [6]。しかし、この波は非常に弱く大きな表面の変形を引き起こすことはないため、目に見える表面の軸対称性の破れは見られない事は既に述べた。

図 4(b) は、図 3(b) と対応している。ここでは乱流領域が全域に広がっている事と対応して、いくつものピークが観測されている。詳細に解析すると、これらのピークは周波数  $f_1$ ,  $f_2$ , および  $f_3$  と、それらの高調波で形成されている事がわかる。なお、表面変形 ( $h(t)$ ) のパワースペクトルでも同様のピークが観測され、ピークの位置もほぼ対応す

る [15]。この結果は自由表面の変動においても流れの遷移が見られる可能性を示唆しており、興味深い。ただし、 $f_3$  に対応するピークは、いつも明瞭に観測されるとは限らないので、測定精度の向上が今後の課題である。

## 4 結論

我々は底面の回転により駆動された円筒内の流れによる表面変形を研究した。特に、軸対称な状態と非軸対称な状態間の非周期的な切り替わりに関して、可視化と UVP による流速計測を行った結果を報告した。その結果、文献 [15] で述べられた、層流-乱流転移と表面変動の関係が明らかとなった。動的な表面変動と、流速場の性質の変化には強い相関があるようである。また逆に、表面変動の詳しい解析が流れの性質を教えてくれる可能性がある。

今後我々は切り替わり現象自体の解析とともに、表面変動にも着目して新しい計測手法に繋がる知見を蓄積してゆきたいと考えている。

## 参考文献

- [1] A. Andersen, T. Bohr, B. Stenum, J. Juul Rasmussen, and B. Lautrup. Anatomy of a bathtub vortex. *Phys. Rev. Lett.*, 91(10):104502, 2003.
- [2] T. Bohr, V. Putkaradze, and S. Watanabe. Averaging theory for the structure of hydraulic jumps and separation in laminar free-surface flows. *Phys. Rev. Lett.*, 79(6):1038–1041, 1997.
- [3] M. Brons, S. K. Voigt, and J. N. Sorensen. Topology of vortex breakdown bubbles in a cylinder with a rotating bottom and a free surface. *J. Fluid. Mech.*, 428:133–148, 2001.
- [4] P. R. Fenstermacher, H. L. Swinney, and J. P. Gollub. Dynamical instabilities and the transition to chaotic Taylor vortex flow. *J. Fluid Mech.*, 94:103–128, 1979.
- [5] N. Gregory, J. T. Stuart, and W. S. Walker. On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disc. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 248:155–199, 1955.
- [6] A. H. Hirsra, J. M. Lopez, and R. Miraghaie. Symmetry breaking to a rotating wave in a lid-driven cylinder with a free surface: Experimental observation. *Phys.*

- Fluids*, 14:L29–L32, 2002.
- [7] R. Iwatsu. Numerical study of flows in a cylindrical container with rotating bottom and top flat free surface. *J. Phys. Soc. Jpn.* , 74:333–344, 2005.
  - [8] T. R. N. Jansson, M. P. Haspang, K. H. Jensen, P. Hersen, and T. Bohr. Polygons on a rotating fluid surface. *Phys. Rev. Lett.* , 96:174502, 2006.
  - [9] Y. Kohama. Study on boundary layer transition of a rotating disk. *Acta Mech.* , 50:193–199, 1984.
  - [10] J. M. Lopez, F. Marques, A. H. Hirsra, and R. Miraghaie. Symmetry-breaking in free-surface cylinder flows. *J. Fluid Mech.* , 502:99–126, 2004.
  - [11] R. Miraghaie, J. M. Lopez, and A. H. Hirsra. Flow induced patterning at the air-water interface. *Phys. Fluids*, 15:L45, 2003.
  - [12] H. L. Reed and W. S. Saric. Stability of three-dimensional boundary layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.* , 1989.
  - [13] P. A. Tyvand and K. B. Haugen. An impulsive bathtub vortex. *Phys. Fluids*, 17:062105, 2005.
  - [14] 鈴木俊行. 円盤により駆動される円筒容器内の流れが示す遷移現象の実験的研究. 修士論文 (北海道大学), 2005.
  - [15] T. Suzuki, M. Iima and Y. Hayase, Surface switching of rotating fluid in a cylinder *Phys. Fluids*, 18:101701, 2006.
  - [16] 鈴木俊行, 飯間信, 早瀬友美乃洗濯機内の流れが示す遷移現象の実験的研究. 数理解析研究所講究録, 1472:175, 2006.
  - [17] Y. Tasaka, K. Ito, and M. Iima, Visualization of a Rotating Flow under Large-deformed Free Surface Using Anisotropic Flakes. *submitted* .
  - [18] G. H. Vatistas, A note on liquid vortex sloshing and Kelvin's equilibria. *J. Fluid Mech.*, 217:241,1990