

30年余の研究を振り返って

東京理科大学 大矢雅則

はじめに

質量公式で有名な大久保進先生の下で素粒子の研究を望み、場の理論や素粒子の勉強をしていたが、そのころ作用素代数とそれに関わった数理物理の研究が興盛を極めており、大久保先生の薦めもあって、そうした分野の研究者の一人であるエムチ (G. G. Emch) の下で数理物理の研究を始めたのが今から35年以上も昔のことである。当時は、日本の研究者、特に梅垣、富田、荒木、竹崎などの諸先生が作用素代数・数理物理の研究で重要な研究をされていて、私も彼らのプレプリントを毎日読んでいたこと思い出す。エムチの下で、非平衡統計力学における状態変化に関する学位論文を仕上げ帰国したのが1976年のことである。そのころは、日本の大学において数理物理の講座はほとんどなく、ポストを得ることは非常に難しく、私も東大の鈴木先生の助手の公募に応募したがうまくいかなかった。そんな中、かねてから量子確率に関する先駆的仕事をされていた梅垣先生から論文を送っていただいていたが、先生から学位が終わり帰国したら研究室を訪ねていらっしゃいという親切な手紙をいただいた。外国の生活があまり水に合わない私には非常に嬉しい手紙であったことを今でもはっきりと覚えている。梅垣先生の紹介で国沢先生にお会いし、理科大学に職を得たのが私の大学人としてのスタートであった。東工大の梅垣ゼミで、我が国の解析学に大きな貢献をした日合、小澤両氏に会えたのも私の研究者として今に影響を与えていると思っている。また、今日まで数理解析研究所の様々な研究集会に参加してきたが、そのうちのある研究集会で私が量子エントロピーに関する研究発表を行った際、当時数理解析研の助手であった小嶋氏から質問を受けた。それから小嶋氏との、研究会の計画など、20年にわたるつき合いが始まる。小嶋氏は物理学のみならず数学、哲学と様々な分野のエッセンスを見抜く目を持った人で、ゲージ場の理論やミクロ・マクロ双対性の研究など大きな業績をあげていて、彼との会話は私にとって非常に楽しいものであった。私と小嶋氏が組織してきた研究会を通して、物理学の重鎮豊田先生、数理物理の世界的リーダー荒木先生、ホワイト・ノイズ解析の創始者飛田先生と知りえたことは、私にとって大きな喜びである。なお、30年余の教育においては、私の研究室を巣立った博士が12

人いるが、そのうち11人が大学に奉職し、研究と教育に打ち込んでいる。その中でも今なお、数理解析研の研究集会に参加している人、渡辺、松岡、井上、村木、佐藤、入山諸君などがいて、私にとってこれも嬉しいことである。

小嶋氏から“研究生活を振り返った”原稿を書く機会をいただいたので、以下、統計物理や場の理論数学的研究に端を発し、量子情報理論、カオス・複雑さの理論、情報遺伝、などの今日まで私が行ってきた研究の内、特に多くの時間を費やしたいくつかの研究の概要とその時代的背景について、思い出すままに書き綴ってみようと思う。

I. 量子エントロピーの研究

量子情報理論は、確率論を基にしたシャノン流の古典的な情報通信理論では扱えない量子的な対象—例えば、光の量子状態—を用いた情報の表現と通信を、量子確率論や量子エントロピー論をベースにして取り扱う理論である。それゆえ、量子情報理論の研究は、古典情報理論の非可換（量子）版として数理物理的色彩の強いものであった。

私が、非平衡統計力学の研究や量子エントロピーの研究を通して、量子情報の研究の必要性に気付き、量子通信路や量子相互エントロピー（相互情報量）の数理物理的研究論文を情報や数学の雑誌に発表したのは今から30年ほど前のことである。そのころ量子情報に興味を示す研究者は、特に我が国では、数えるほどしか居らず、多くの研究者は、そうした研究は数学的なもので、工学的にはまだ役立つものではないと考えていたようである。そのころから見れば、現在の学界の風景は、まさに、隔世の感があり、量子情報を研究していると称する研究者がそこら中にある。

現在、この量子情報の研究は、21世紀のIT、例えば、圧倒的な計算速度を持つ量子コンピュータ、量子アルゴリズム、究極的な通信と考えられている量子テレポーテーション、盗聴に対する安全性が非常に高いと思われる量子暗号などにつながって来ている。

量子情報理論の研究として、私は、完全に量子的な情報通信とは何かを1980年頃より考え始め、研究を行ってきた。完全に量子的な情報通信の理論とは、量子状態と量子状態を量子状態に移すチャンネルと呼ばれる写像によって構成される情報通信理論で、シャノンの古典的情報通信理論をその特殊なものとして含んでいるものである。

1970年代に行ってきた量子統計物理における非可逆過程や開放形の研究[79-1, 79-2]の絡みから、物理過程や通信過程は量子状態の変化という一般論の下で数理的に厳密に議論

できると考え、その変化を記述する完全正写像（量子チャネルという）の作用素代数的研究を試みた[81-2]。と同時にこのころ、シャノンの一大発見である相互エントロピー（相互情報量）を、フォン・ノイマンの量子エントロピーを基にして定める方法を提案した[83-2]。この定式化は以下に述べるより一般的な定式化の特別な場合として後で説明する。

古典・量子の両方を特別な場合として含む仕方でエントロピー論を展開するためには、我が国の多くの数学者（梅垣、富田、荒木、竹崎、境等）が大きな貢献をした作用素代数の研究[85-2]をベースとして、 C^* 力学系（または、 W^* 力学系）においてエントロピー、相互エントロピーを定めてみようと思いついた。

$(\mathfrak{a}, \mathfrak{S}, \alpha(G))$ を C^* 力学系とする。すなわち、 \mathfrak{a} は単位元 I を含む C^* 代数、 \mathfrak{S} は \mathfrak{a} 上の状態の全体、 $\alpha(G)$ を強連続な自己同型群とし、 \mathfrak{s} を弱*コンパクトな \mathfrak{S} の凸部分集合とする。このとき、 $\varphi \in \mathfrak{s}$ に対して $ex\mathfrak{s}$ (\mathfrak{s} の端点の集合) を準台としてもつ \mathfrak{s} 上の正規な極大ボレル測度 μ が存在して

$$\varphi = \int \omega d\mu$$

と端点分解できる。ここで、端点とは物理における純粋状態に対応するもので、他の状態の凸結合に分解できない状態である。この分解は常に一意であるとは限らない。そこで、この分解を与える測度 μ の集合を $M_\varphi(\mathfrak{s})$ で表わすことにする。このとき、集合 \mathfrak{s} に関する状態 $\varphi \in \mathfrak{s}$ のエントロピー $S^s(\varphi)$ (\mathfrak{s} -混合エントロピー) を次のように定める

[84-1, 84-2, 93-1] :

$$S^s(\varphi) \equiv \inf \{ H(\mu); \mu \in M_\varphi(\mathfrak{s}) \}$$

ここで、 $P(\mathfrak{s})$ を \mathfrak{s} の有限分割の全体とすると、 $H(\mu)$ は

$$H(\mu) \equiv \sup \left\{ - \sum_{A \in \mathfrak{P}} \mu(A) \log \mu(A); \mathfrak{P} \in P(\mathfrak{s}) \right\}$$

である。なお、 $\mathfrak{s} = \mathfrak{S}$ のときは、 $S^s = S$ と \mathfrak{S} を省略する。この \mathfrak{s} -混合エントロピー $S^s(\varphi)$ は基準系 \mathfrak{s} から見た φ の不確定さを表す量である。この仕方で $S^s(\varphi)$ を定めた心は、“状態 $\varphi \in \mathfrak{s}$ のエントロピーが、クラウジユウスに従って、その状態の有する複雑性を表すものであるとすると、それは $\varphi \in \mathfrak{s}$ を作る純粋状態の混ざり方に関わっている”と考えたところにある。なお、 $\mathfrak{a} = B(\mathfrak{h}), \mathfrak{S} = \mathfrak{S}(\mathfrak{h})$ (=密度作用素の全体) の場合、 $S^s(\rho)$ はフォン・ノイマンエントロピー $S(\rho) = -\text{tr} \rho \log \rho$ に一致する。このことより、 \mathfrak{s} -混合エントロピー $S^s(\varphi)$ は、フォン・ノイマンエントロピー $S(\rho)$ の拡張になっていることがわかる。さらに、 \mathfrak{s} -混合エントロピーはフォン・ノイマンエントロピーとほぼ同様な性質を有することがわかっている。

次に、 C^* 力学系において情報通信を議論するためには、シャノンによって導入され、コロモゴルフ、ゲレフアンド、ヤグロムなどによって数学的にきちんと議論された相互エントロピーを C^* 力学系において定めなければならない。この相互エントロピーは、梅垣、荒木、ウールマンによって定められ様々な問題に役立っている[81-1, 93-1]量子（非可換）相対エントロピーを用いて定めればよいと考えた。しかしながら、古典系と異なり量子系では、条件付き確率と同時確率は一般的には存在しないことがウルバニックによって議論されている。それ故、コロモゴルフらと同じ仕方で相互エントロピーを定義することはできない。そこで、私は同時確率測度に代わるものとして、合成状態という概念を導入した[83-1, 83-2]。

入力状態空間を S 、出力状態空間を \overline{S} とし、 s を S の、 \overline{s} を \overline{S} のある適当（弱*コンパクトかつ凸）な部分集合として、初期状態 $\varphi \in s$ がチャンネル Λ^* （ S から \overline{S} への写像）により終状態 $\overline{\varphi} \equiv \Lambda^* \varphi \in \overline{s}$ になったとする。このとき、 φ と $\Lambda^* \varphi$ の間の相関を表わす合成状態 Φ は C^* テンソル積 $\mathfrak{a} \otimes \overline{\mathfrak{a}}$ 上の状態で次の(1)~(4)を満たす必要がある。

- (1) $\Phi(A \otimes I) = \varphi(A), \forall A \in \mathfrak{a}$
- (2) $\Phi(I \otimes \overline{A}) = \overline{\varphi}(\overline{A}), \forall \overline{A} \in \overline{\mathfrak{a}}$
- (3) Φ は特別な場合として、古典系の合成状態(同時確率分布)を含む。
- (4) Φ は φ と $\overline{\varphi}$ の各成分間の相関を示す。

例えば、(1),(2)を満たす合成状態はたくさんあるが、そのひとつが φ と $\Lambda^* \varphi$ の直積である

$$\Phi_0 = \varphi \otimes \Lambda^* \varphi$$

である。これは φ と $\Lambda^* \varphi$ の相関を表わしてはいないが、上の条件全てを満たす合成状態は次のように定式化できる。 φ の exs (s の端点の集合)へのひとつの分解を

$$\varphi = \int \omega d\mu$$

とする。この測度 μ は、状態 φ の分解のしかたを表している。そこで、 φ の分解を与える測度 φ に関して、(1)~(4)を満たす φ と $\Lambda^* \varphi$ の合成状態として

$$\Phi_\mu^s = \int \omega \otimes \Lambda^* \omega d\mu$$

が考えられる。これは φ が確率測度の時は、通常同時確率測度に一致する[83-1]。この合成状態は、その後、アカルディと共に行った“リフティング”という概念の導入につながっていく[99-2]。

上記の2つの合成状態と梅垣・荒木の量子相対エントロピー $S(\bullet, \bullet)$ を用いると、 $\varphi \in s$ と測度 μ 及びチャンネル Λ^* に関する相互エントロピーが

$$I_\mu^s(\varphi; \Lambda^*) \equiv S(\Phi_\mu^s, \Phi_0)$$

で定められる[85-1, 89-1]。さらに、初期状態 $\varphi \in s$ とチャンネル Λ^* のみに関する相互 s -エントロピーは

$$I^s(\varphi; \Lambda^*) \equiv \sup \{ I_\mu^s(\varphi; \Lambda^*); \mu \in M_\varphi(s) \}$$

で与えられる [89-1].

この相互エントロピーは、 μ が直交測度の時、次の $J^s(\varphi; \Lambda^*)$ と一致することが示せる：

$$J^s(\varphi; \Lambda^*) \equiv \sup \left\{ \int S(\Lambda^* \omega, \Lambda^* \varphi) d\mu; \mu \in M_\varphi(\mathfrak{s}) \right\}$$

なお、以下 $\mathfrak{s} = \mathbf{S}$ のときは、 $I^s = I$ 、 $J^s = J$ と \mathbf{S} を省略して書くことにする。

ここで、相互エントロピー I^s 、 J^s 、 \mathfrak{s} -混合エントロピー $S^s(\varphi)$ 、および、状態 $\varphi \in \mathbf{S}$ と \mathfrak{a} の有限次元部分代数 \mathfrak{b} に関するコンヌ・ナンホファー・チリング (CNT) エントロピー $H_\varphi(\mathfrak{b})$ は次の関係を有している分かる [96-1, 97-1, 98-4, 08-8].

<定理>

- (1) $S(\varphi) = H_\varphi(\mathfrak{a}) = I(\varphi; id) = J(\varphi; id)$, id は恒等チャンネルを意味している.
- (2) $\mathfrak{a} = B(\mathfrak{h})$, $\overline{\mathfrak{a}} = B(\overline{\mathfrak{h}})$, $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathfrak{h})$, $\overline{\mathbf{S}} = \mathbf{S}(\overline{\mathfrak{h}})$ のとき、状態 $\rho \in \mathbf{S}(\mathfrak{h})$ に対して、 $I(\rho; \Lambda^*) = J(\rho; \Lambda^*)$

この量子相互エントロピーは、量子入力系が $(\mathbf{B}(\mathfrak{h}), \mathbf{S}(\mathfrak{h}))$ と量子出力系が $(\mathbf{B}(\mathfrak{h}'), \mathbf{S}(\mathfrak{h}'))$ の場合は、入力状態 ρ とチャンネル Λ^* に対して

$$I(\rho; \Lambda^*) = \sup \left\{ \sum_n \lambda_n S(\Lambda^* E_n, \Lambda^* \rho); \rho = \sum_k \lambda_k E_k \right\}$$

で与えられる。ここで、 $\rho = \sum_k \lambda_k E_k$ はシャッテン分解である。なお、このエントロピーは $F(\rho)$ を ρ の全ての有限直交分解の集合とすると、

$$I(\rho; \Lambda^*) = \sup \left\{ \sum_k \lambda_k S(\Lambda^* E_k, \Lambda^* \rho); \rho = \sum_k \lambda_k \rho_k \in F(\rho) \right\}$$

となることが示せる。また、シャノンの基本不等式：

$$0 \leq I(\rho; \Lambda^*) \leq \min \{ S(\rho), S(\Lambda^* \rho) \}$$

も満たす。私が量子相互エントロピーを定義する前に、ホレボ、レビチンらも量子相互エントロピーを考えてはいるが、彼らの議論は有限次元のヒルベルト空間におけるものであったり、入力系か出力系の少なくとも一方が古典系であり、完全に量子系のそれとは言い難いものであった。上記の量子相互エントロピーは、当然のことながら、彼らのエントロピーを含むものである [99-3]。このことは多くの人が認めてくれなかったこともあり、仕方なく論文 [99-3, 03-1] を書いたのである。

さらに、入力系が古典系のときは、入力状態が確率分布または確率測度であるため シャッテン分解は一意になり、それゆえ、上限を取る必要はなくなる。例えば、ある記号列 $\{\omega^{(k)}\}$ が確率 $p = \{p_k\}$ で生起する場合、 p の分解は

$$p = \sum_k p_k \delta_k \quad (\delta_k \text{ はデルタ測度； } \delta_k(j) = \delta_{kj})$$

と一意に表せるから、どのようなチャネル Λ^* を用いても、相互エントロピーは

$$I(p; \Lambda^*) = \sum_k p_k S(\Lambda^* \delta_k, \Lambda^* p)$$

と表せることになる。さらに、 $\sum_k p_k S(\Lambda^* \delta_k)$ が有限であれば、上の相互エントロピーは

$$I(p; \Lambda^*) = S(\Lambda^* p) - \sum_k p_k S(\Lambda^* \delta_k)$$

と表せることになる。この最後の形が古典入力系と量子出力系に対して、ホレボ等によって論じられたもので、私が考えた量子入力系と量子出力系に対する量子相互エントロピーの特別な場合である。

この相互エントロピーを基にして、量子的に表された情報が量子通信路によってどれほど誤りなく通信できるかを記述する通信路容量の定式化・解析も可能となったと思っている。このことはペッツ、渡辺と共に論文[97-2]で論じた。

アカルディに進められ、梅垣氏との共著[83-3,84-2]を元にして、ペッツと共に80年代後半までの量子エントロピーの研究をまとめることができた[93-1]。アカルディは多くの共著論文を書いてきたばかりでなく、私と同じ年であり数学のみならず物理にも哲学にも造詣が深く私にとって大切な友である。

II. 量子アルゴリズム・量子テレポーテーションの研究

最近、膨大なデータを高速に演算処理する新しい計算機システムの構築が様々な形で試みられている。その最有力の候補として実現化を期待されているのが、原子や分子それ自体が作る量子干渉性を利用して高速で演算を行うことのできる量子コンピュータである。量子コンピュータが高速計算を可能にする主な理由は、量子力学に従う可逆な論理ゲートが計算ステップ数を大幅に減少させる点にある。量子計算は量子状態の干渉性を利用して、いくつかの独立な計算を一度に行うことを可能にするのである。

量子コンピュータに関わる研究には、(1) 可逆な量子論理ゲートを現実的な物理的過程として記述する研究、(2) 量子エンタングルメント状態とデコヒーレンスの研究、(3) 量子コン

コンピュータで効率よく計算を実行するための量子アルゴリズムの研究, (4) 量子テレポーテーション過程の研究, (5) 量子暗号の研究, などがある。

上の問題(3)に関して, ショアーはいかなる因数分解も量子アルゴリズムによると多項式時間で解けることを示した。この研究の後を受けて, 私とロシアのポロビッチは, 量子アルゴリズムにカオス力学の状態変化を導入することによって, NP 完全問題を多項式時間で解くアルゴリズムを示した[00-2,03-3,03-4]。この NP 完全問題を解く量子アルゴリズムは, その観測に対応する部分の処理を古典計算機におけるプロセス(カオス力学の状態変化)で行っており, それ故, 観測に関わる部分が実現可能になる。これは, 量子コンピュータとカオスシステムとを組み合わせたカオス量子コンピュータとも呼び得る新しいシステムの提案である。

上記の研究課題(4)と(5)は量子通信と深く関わるもので, 特に, 量子テレポーテーションは, ベネット等によって EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)状態を用いて論じられた量子通信のもっとも究極な形とも言うもので, これが可能になれば, 量子状態は観測されると容易にその形を変えてしまい, 盗聴されたことが分かるので, 情報伝送のセキュリティの面でも通信の革命になるものである。ただ, この EPR 状態は物理的に実現する事が非常に難しいものであるから, 私とドイツのフィットナーは, コヒーレント状態という実際に使われている状態を用いて, 任意の量子状態のテレポーテーションを可能にする方法を考えた[01-2,02-1]。また, 最近, ポーランドのコサコウスキーとともに, 通常非線形かつ最大エンタングルド状態を用いるテレポーテーション過程を線形で非最大エンタングルド状態を使用可能なテレポーテーション過程を提案した[07-1]。

このテレポーテーション不可欠な量子エンタングルド状態を長時間維持することは物理的に非常に難しく, そのことがテレポーテーション過程の実現に向けての大きな障壁の一つになっている。したがって, 実現可能な量子エンタングルド状態とは何かを考えることは重要である。そのためには, 量子エンタングルド状態の詳細な分類が必要になであろう。こうした分類と無限次元ヒルベルト空間におけるエンタングルド状態の研究は, ベラフキン, アカルディ, 松岡らと行ってきた[01-1,02-3,05-2,06-2]。

以下, 量子アルゴリズムに関する研究とテレポーテーション過程の研究のエッセンスを説明する。

1. 量子アルゴリズムの研究

何故量子コンピュータが速い計算を可能にするのか。第一の理由は重ね合わせ状態の干渉性に起因する計算の従属性(並列性)にある。古典コンピュータにおいては, 解の候補が, 例えば, 1万個あれば, 最悪, 一つ一つ確かめて1万回の計算を行わなければならない。ところが, 量子コンピュータの場合, 計算の入力として, その1万個の重ね合わせ状態というものをとることができる。すると, 計算自体は一回(程度)ですみ, その結果, 解を含む重ね合わせが得られることになる。量子コンピュータで, 大切なことは, そ

の重ね合わせからうまく解を取り出すことになる。また、そこが非常に難しいことでもある。すなわち、解を含む重ね合わせ状態（1万個のベクトル状態の）が得られても、単に観測を行えば、解が得られる確率は、最悪の場合は、1万分の1で、結局、古典コンピュータと同様、1万回の試行が必要になってしまう。ショアのアルゴリズムは、解でない部分の位相が打ち消し合い、その部分の和が0になるため、残された重ね合わせの個数が非常に少なくなり、かなりの確率で解を取り出せるという方法であった。量子計算を数理的に記述すると以下のようになる[99-4,08-8].

[量子計算の原理]

- ① まず、入力、計算、出力全てを記述する複素ヒルベルト空間 h を用意し、この中から入力状態ベクトルを決める。それを

とする。ここで、 $\{\psi_k\}$ はヒルベルト空間 h の基底であり、 c_k は $\sum_k |c_k|^2 = 1$ を満たす複素数である。

- ② ψ を適当なユニタリー・ゲート(プログラムに従って作られる)により変換して $\bar{\psi}$ を得る。

$$\bar{\psi} = \sum_k \bar{c}_k \bar{\psi}_k \quad (\text{しばしば, } \bar{\psi}_k = \psi_k)$$

- ③ $\bar{\psi}$ を観測して、観測結果から望ましいものを選ぶ。このために、他の方法(古典計算機などを用いて)による判定を用いても良い。

ショアの研究の後をうけて、私とロシアのボロビッチは、1999年～2002年、「NP完全問題がP問題になるアルゴリズムが存在するか?」という30年来の問題を研究した。我々は、量子情報理論のスキームに準じた量子アルゴリズムにカオス力学の非線形な状態変化のアイデアを導入することによって、NP完全問題の一つであるSAT (Satisfiability; 充足可能性) の問題を多項式時間で解くアルゴリズムを見いだした[00-2,03-3,03-4]。詳しいことは割愛せざるを得ないが、以下NP完全問題とは何か、SATとは何か、を説明し、我々の方法の骨子を記しておこう。

入力のサイズが n の問題に対して、P問題、NP問題、NP完全問題とは次のように定められている。

P問題 : サイズ n の入力に対して、ある問題(計算)をあるアルゴリズムに従って解く(行う)とき、計算機がその問題(計算)を解き終わる(終了する)までの時間が入力サイズ n の多項式で表せる時間ですむとき、そのアルゴリズムは良いアルゴリズムであるといい、その問題はクラスP (polynomial) に属する問題という。

NP問題 : 問題の解の候補を具体的に与えたとき、これが本当に解になっているかを検算することはサイズ n の多項式時間でできるが、解自体を求めることは多項式時間でできるかどうか分かっていない問題のことをいう。($P \subset NP$)

NP完全問題 : NPに属する問題のうち最も難しいと考えられている問題がNP完全問題と言わ

れ、しかも全てのNP完全問題はどれも同じ難しさであることが分かっている。

[SAT問題]

このNP完全問題の一つがSAT問題で、それは、「与えられたブール代数式(“変数, カッコ, AND (\wedge), OR (\vee), NOT (\neg)” から構成される論理式)を“1 (真)”とする(充足する)変数の組は存在するか?」という問題である。もう少し数学的に表すと次のようになる。 $x_j \in \{0,1\}$ の集合 $\{x_1, \dots, x_n\}$ とその部分集合 $X_j \subset \{x_1, \dots, x_n\}$ に対して、

$X'_j \subset \{-x_1, \dots, -x_n\}$, $C_j \subset X_j \cup X'_j$, $\mathbf{c} = \{C_1, \dots, C_m\}$ と置き、 $f(\mathbf{x}) \equiv \bigwedge_{j=1}^m (\bigvee_{x \in C_j} x)$ をブール式と呼ぶ。このとき、SAT問題は「 $f(\mathbf{x})=1$ を満たすような $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$ ($x_j \in \{0,1\}$) が存在するか?」という問題になる。

このSAT問題は量子アルゴリズムとカオス増幅計算により多項式時間で解けることが分かる。そのアウトラインを以下説明しよう。

入力ベクトル $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$, ブール式 $f(\mathbf{x}) \equiv \bigwedge_{j=1}^m (\bigvee_{x \in C_j} x)$ に対して、SAT特有の計算を行うユニタリー作用素を U_f とする(これは具体的に構成できる)。まず、離散フーリエ変換によって初期状態 $|0,0\rangle$ は重ね合わせ

$$|v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{\mathbf{x}} |\mathbf{x}, 0\rangle.$$

に変換される。次いで、 U_f を用いて、 $f(\mathbf{x})$ を計算すると、 $|v\rangle$ は

$$|v_f\rangle = U_f |v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{\mathbf{x}} |\mathbf{x}, f(\mathbf{x})\rangle$$

となる。

最後のquビットを測定し、 $f(\mathbf{x})=1$ を得る確率を調べると、それは $r/2^n$ となる。

ここで、 r は $f(\mathbf{x})=1$ の解の個数である。つまり、終状態ベクトルは

$$|v_f\rangle = \sqrt{1-q^2} |\varphi_0\rangle \otimes |0\rangle + q |\varphi_1\rangle \otimes |1\rangle$$

で表せる「 \cdot 」。ここで、 $|\varphi_1\rangle$ と $|\varphi_0\rangle$ は正規化された n quビットの状態で、 $q = \sqrt{r/2^n}$ 。

以上でSAT問題の量子計算は終わる[00-2, 08-5]。

ところで、 r が測定できるほど十分大きな値であれば、SAT問題は解けたことになるが、ベネットからメールが来て“ r が小さければ、解が存在するかどうかわからない(測定できない)のではないか?”という疑問を投げかけてきた。これに関して、2年間は解答できないでいたが、次節以降で述べる“情報力学”の絡みでカオスの研究を行っていたため、突然、カオスを

用いれば $q = \sqrt{r/2^n}$ を増幅することができるのではないかと考えた。

つまり、 r が小さい場合も考慮して、 q を観測せず、それを増幅することを考える。このために必要なのがロジステック写像を用いたカオス増幅である。つまり、量子アルゴリズムと非線形な（カオティックな）状態変化を組み合わせれば、NP完全問題が多項式時間で解けるアルゴリズムを示すことができることになる[03-3,03-4,08-8]。

以上の量子カオスアルゴリズムのスキームを図示してみると、次のようになる。

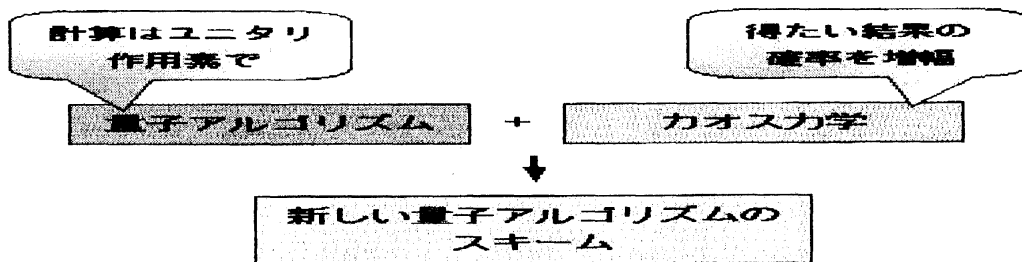


図 量子カオスアルゴリズム

我々の方法はカオスを起こす非線形写像を用いていることから、通常の量子アルゴリズムのみ、すなわち、ユニタリー変換のみで処理し仕切れるものではなく、ユニタリー計算を越えた計算が必要になる。さらに、上記の議論は、今の所、純粹に数学的アルゴリズムであり、今後このアルゴリズムを実現する物理過程とは何かを明らかにすることも必要であろう。

さらに、私とアカルディは適応力学の考えで、同じ問題に対する他のアルゴリズムを示した[04-1,05-1,05-4]。このアルゴリズムは、時間のスケーリングを採る弱結合極限を用いるもので、飛田のホワイト・ノイズ解析とつながるものでもある。

最近、これらのアルゴリズムの基礎となるチューリング機械として一般化した量子チューリング機械の理論を構成することができることが分かった[06-1,08-4,08-7]。

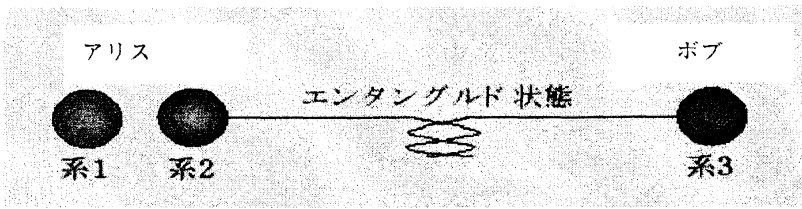
2. 量子テレポーテーションの研究

現在の情報化時代において、情報伝送の効率・安全性などのために重要な技術として暗号技術がある。暗号とは、メッセージの送信側（アリス）の送ったメッセージを、受信側（ボブ）のみが解読でき、第三者（イブ）にはわからないようにするものである。たとえば現代の暗号技術には素因数分解の困難さを用いた公開鍵暗号というものがある。これは、暗号を解く鍵として、二つ以上の素数を用いる。ボブがそれら素数を掛け合わせたものを公開すると、アリスはその数を用いてメッセージに鍵をかけて送ることができる。ところが、こ

のようにして鍵をかけられたメッセージの解読は、元々の素数を用いなければ不可能であり、この暗号を実際に解こうとすると、現在のコンピュータでは時間がかかりすぎることになる。このように、今の暗号技術は現実的な時間内では解読不可能だということに依存しているのだが、もし、量子コンピュータが実現されれば素因数分解も現実的な時間内で解くことが可能となり、状況は一変してしまう。では、量子コンピュータが現実のものとなった時にも通用するような暗号技術はあるのだろうか。そこで考え出されたのが、原理的に解読が難しい暗号技術、「量子暗号」であり、究極的な量子通信である量子テレポーテーションである[06-3]。

私は量子テレポーテーションの2000年頃から行ってきた。量子テレポーテーションとはアリスが任意の量子状態を、そのままの形で、ボブに送る伝送過程である。これができれば、あらゆる情報は量子状態で書き表せるので、完璧な情報伝送が可能になるし、アリスが量子コンピュータで行っていた計算経過をその過程の途中でボブにバトンタッチするようなことも可能になる。さらに、SFの世界の瞬時の伝送も可能になると考える人もいる。

アリスの持っている、任意の状態を送りたい系を系1と呼ぶ。まず、アリスが系1の状態そのものを測って、ボブに伝えるということはできるだろうか。残念ながらこれはできない。なぜなら、量子論によれば、一回の測定で系の状態を完全に知ることはできないし、しかも、一回の測定で状態はこわれてしまうからである。そこで、以下のような装置とプロセスを考えよう。アリスは系2、ボブは系3をもち、それらはエンタングルしているとする。



まず、系1と系2が結合して作られ番号で指示される目盛を持った測定器に、アリスは送りたい状態を入れる。すると、系2と系3の間のエンタングルド性によって、系3の状態が作られる。

アリスは測定器の目盛りを読んで、その目盛りを電話等、古典的な手段でボブに伝える（ブロードキャスト）。例えば、「ランプは“3”がついているわ」などとアリスがボブに伝えることになる。最後に、その測定結果を聞いたボブは、対応した操作を系3に移った状態にほどこす。例えば、下図にあるように、レバー“3”をガチャンとおろす。すると、系1の元の状態が系3に復元される。

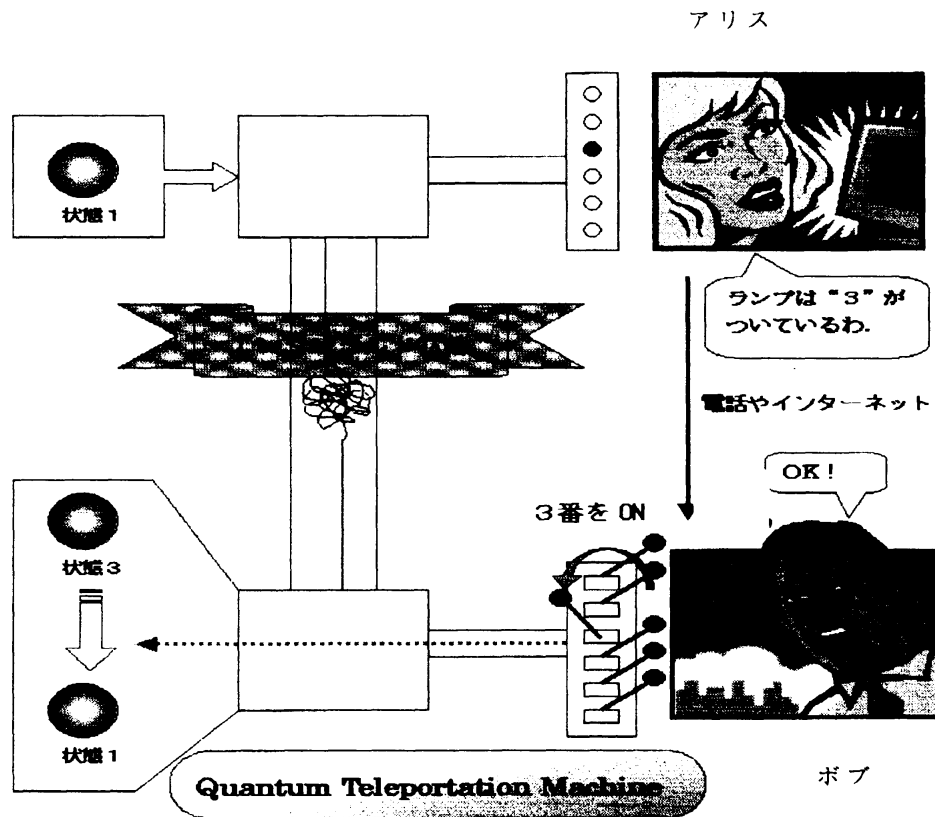


図 量子テレポーテーション

以上が量子テレポーテーション過程の操作である。ところで今、ここに第三者イブがいたとして、いったいイブは何をできるだろうか。イブが出来ることは、せいぜいアリスがブロードキャストした測定結果を傍受することぐらいである。ところが、これを知っても、イブにはアリスとエンタングルした系は元々ないのだから、何もすることはできない。また、エンタングルド状態の配布の際にイブが妨害をしようとする、量子論においては観測によって状態がほぼ破壊されてしまうという性質のため、妨害がはいたことがアリスとイブにはわかってしまう。このようにこれは安全な通信過程でもあることがわかる。

このテレポーテーション過程は、最初、ベネット等によってEPR状態を用いて定式化された。この方法は数学的には簡単なものであるが、実現には様々な問題があった。そこで、大矢とフィットナーは、1999～2002年、コヒーレント状態をもちいた量子テレポーテーションを提案し、定式化した[01-2.02-1]。

以下、量子テレポーテーションの数理的記述の基礎を説明しよう[98-2, 01-2]。アリスの持つ2つの系はヒルベルト空間 h_1 , h_2 で記述されるとし、系1の送りたい未知の状態

を ρ とする。また、ボブはヒルベルト空間 h_3 を持つとする。量子テレポーテーション過程は以下の4つのステップに分けることができる。

Step1: アリスのもつ系2とボブのもつ系3はエンタングルさせる。つまり、エンタングルド状態 $\sigma \in S(h_2 \otimes h_3)$ を準備する。

Step2: アリスは、与えられた ρ と σ の合成状態 $\rho \otimes \sigma \equiv \rho^{(123)}$ ($h_1 \otimes h_2 \otimes h_3$ 上の状態) において、 $h_1 \otimes h_2$ 上の適当な射影作用素 $(F_{nm})_{n,m=1}^N$ によって作られた物理量

$F \equiv \sum_{n,m=1}^N z_{nm} F_{nm}$ を一回測定する。アリスは F の固有値の一つ「 z_{nm} 」を測定結果として得る。測定後の全系 $h_1 \otimes h_2 \otimes h_3$ の状態は

$$\rho_{nm}^{(123)} \equiv \frac{(F_{nm} \otimes \mathbf{1}) \rho \otimes \sigma (F_{nm} \otimes \mathbf{1})}{\text{tr}_{123} (F_{nm} \otimes \mathbf{1}) \rho \otimes \sigma (F_{nm} \otimes \mathbf{1})}$$

になる。ボブは、状態

$$\Lambda_{nm}^*(\rho) = \text{tr}_{12} \rho_{nm}^{(123)} = \text{tr}_{12} \frac{(F_{nm} \otimes \mathbf{1}) \rho \otimes \sigma (F_{nm} \otimes \mathbf{1})}{\text{tr}_{123} (F_{nm} \otimes \mathbf{1}) \rho \otimes \sigma (F_{nm} \otimes \mathbf{1})}$$

を得る。

Step3: アリスは測定結果「 z_{nm} 」をボブに普通の仕方で伝える。例えば、電話で「 z_{nm} 」を得たことを伝える。

Step4: ボブは聞いた結果「 z_{nm} 」に対応する“KEY”を系3に施す。この“KEY”は h_3 上のユニタリー作用素の組 $\{W_{nm}\}$ で、前もってボブに与えられている。「 z_{nm} 」に対応する“KEY W_{nm} ”をステップ2で得られた状態に施すと、ボブの状態は

$$W_{nm} \Lambda_{nm}^*(\rho) W_{nm}^* = \frac{\text{tr}_{1,2} [(F_{nm} \otimes W_{nm})(\rho \otimes \sigma)(F_{nm} \otimes W_{nm}^*)]}{\text{tr}_{1,2,3} [(F_{nm} \otimes \mathbf{1})(\rho \otimes \sigma)(F_{nm} \otimes \mathbf{1})]}$$

になる。これが、状態 ρ に一致すれば、テレポーテーションが成功したことになる。

したがって、量子テレポーテーションの問題は、“エンタングルド状態 $\sigma \in S(h_2 \otimes h_3)$ 、物理量 $F \equiv \sum_{n,m=1}^N z_{nm} F_{nm}$ 、及び、KEY $\{W_{nm}\}$ が構成して、任意の状態 ρ に対して、 $W_{nm} \Lambda_{nm}^*(\rho) W_{nm}^* = \rho$ とできるか”を問う問題になる。

量子テレポーテーションには、一回の伝送で、 ρ を完全に送るもの（完全量子テレポーテーション；CQTと略記）と、数回の伝送で ρ を完全に送るもの（不完全量子テレポーテーション；ICQTと略記）とに分けられる。情報伝送に限れば、2回、3回、アリスが ρ を送っても構わないので、実質的な差はない。なお、完全な量子テレポーテーションのためには完全にエンタングルした状態（すなわち、等確率振幅で重ね合わされた状態）が必要であることと、このエンタングル状態を長時間作ることは決して簡単な事ではないので、CQTよりICQTの方が実現性の高いことは断るまでもない。

ベネット等による EPR ペアを用いたプロトコルはCQTの一例であり、大矢・フィットナーのフォック空間上のコヒーレント状態を用いたプロトコルCQTとICQT両方の例を与えている。

さらに、テレポーテーション過程には以下の結果及び問題がある。

- (1) 完全な量子テレポーテーションのためには完全にエンタングルした状態（最大エンタングル状態）が必要である。
- (2) 最大エンタングル状態を用いないCQTはつukれないか？
- (3) テレポーテーション過程の Step2 のようにフォン・ノイマンールダーの射影仮説を使うと状態変化が入力状態に関して非線形になる（量子観測の場合と同様）。線形変換にする仕方はないか？
- (4) 無限次元ヒルベルト空間でテレポーテーションを扱うにはどのようにすればよいか？

最近コソコワスキーと一緒に（K0 プロトコル）は（2）と（3）を一度に解決する新たなプロトコルを考えた [07-1]。 （4）の問題は主に完全にエンタングルした状態を用いるところからくるが、その一つの試みは [05-3] にあり、また K0 プロトコルでは原理的にこの問題は解決できるのである。なお、こうした量子テレポーテーションの数理を用いて、記憶の引き出し・書き換え、および、認識といった脳機能の数理モデルを構成することができるのである [03-6, 07-1, 08-3]。

Ⅲ. 情報力学と適応力学の提唱

「自然は芸術を模倣する」とワイルドはいう。我々が理解している自然は芸術を模倣したそれである。20世紀の文明を作った量子力学。その輝かしい成功を思っても、量子力学が自然それ自体を描いていると断ずることは相当の楽道家でもなければできないであろう。量子力学といえども、我々の理解できる範囲で、自然の一側面を引っ搔いているにすぎな

い。だとすれば、居直るしかない。自然科学は自然自体を記述しているわけではない、我々の自然への思いを書き表しているのだと。自然自体とか真理とかを下を向いてしか語れないとすれば、我々が我々自身の存在を含めた自然に対峙する仕方、理屈を考えてみよう。こうした思いの下で考えた理屈が情報力学であり適応力学である。

1. 情報力学

混沌に目鼻立ちを与えるのが科学の役割の主要な部分であり、その裏返しである不確定さや混沌さそのものを表すエントロピーが物理学や情報科学で重要な意味を持つことは周知なことである。最近では、エントロピー、フラクタル、カオス、ファジー等の、いわゆる系の複雑さを表す概念が物理学、数学、工学、生物学、経済学など多くの分野で使われている。ここでは、広い意味で、システムの示す“力学”を考えることが個々の研究対象になっている。このシステム（系）は“状態”という概念によって記述されている。状態はシステムの数理的表現であり、その特殊なものがベクトルであったり、確率分布であったり、量子力学の密度行列であったりする。この状態の変化を調べるのが自然科学の研究の主な方法の一つである。

物理系や生命体は我々が扱う複雑なシステムであり、その示す状態は様々な階層の重なりから作り出されている。こうした複雑な系には様々なレベルのミクロとマクロの層が存在（生命体のように時には混在）しており、そうした様々な層を記述する状態の在り方とその力学を見いだすことは決して容易なことではない。そこで、個別な系の取り扱いから一時離れて、様々な個別を抽象する系とは何か、階層とは何かを問うことを考えた。この抽象を基にして、例えば、生命体に付随する階層とその総体の示す力学を如何に捉えるかといった問題が考えられる。

また、状態の示す性質の一つである複雑さも、多くの場合、個々のシステムに付随して定められ、その個々のシステムの特質を調べる道具の一つにすぎない。複雑さという概念が様々な分野で個別に扱われているといっても、それが持つ科学的意味はほぼ共通なものであるはずだから、それらを統一的に扱う方法が存在するはずである。

こうした立場から、私は、情報と深く関わる複雑さの概念を新たに捉え直し、それと状態の変化の力学を融合した“情報力学”を1989年に提唱し[91-1,97-4]、以後、それによって物理学、工学、遺伝学、認知科学、計算機科学に関わる問題を統一的見地から取り扱い、新たな知見を得ようと試みている。この情報力学提唱の目的の一つは生命の複雑性を探る方法論の確立にあった[05-5]。

そこで、この節では、情報力学のエッセンスを説明しよう。情報力学は様々な領域を統一的に扱う一つの方法として生み出された理論であると述べたが、それが単に象徴的なものではなく、科学的な道具となるためには、それはきちっとした数理構造を持っていな

ればならない。

1.1 情報力学における力学の意味

自然科学において、ものの形態を記述する基盤となる"システム"とは次のように考えられている：

- (1) システムは何らかの特質を持ったもの（元または要素という）集合体である。
- (2) いくつかの元が集まって部分システムを作り、その部分システムの間にはそれら特有の関係が存在する。
- (3) さらに、部分システムがいくつか集まってシステム全体を構成し、その部分システムの間にもある関係が存在する。

つまり、システムとは、様々な"関係"を内包し、特に、

『個々の元の存在⇒その在り方⇒システム全体の様相』

という形で、ライプニッツのモナドのように個と全体の絡みを付帯する集合体である。

システム全体の様相は"状態"という概念によって記述され、その力学は状態の変化によって記述されることを述べたが、このシステムの在り様、状態、状態の変化について整理すると次のようになる。

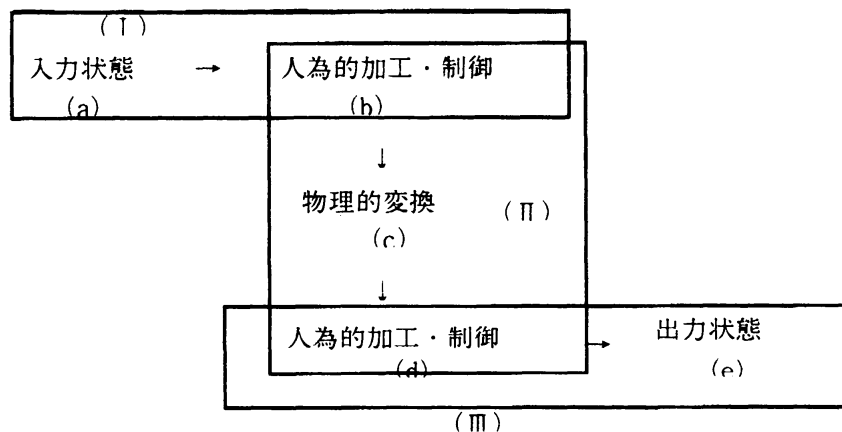


図 1.1：状態変化

上図の(I)(=a+b)を入力（初期）系，(II)(=b+c+d)を変換系（チャンネル），特に(c)を実変換系，(III)(=d+e)を出力（終）系と呼ぶ。ほとんどのシステムの状態変化の基本は図 1.1 の一次構造にあるが、この一次構造を基にして様々な構造が付け加わり階層を成すと高次のシステムが出来上がることになる。

入力系は、準備された状態、シグナル、符号化されたシグナルなどと呼ばれる状態、所為、"裸"の状態を人為的に加工したり制御したりして目的に応じたものに作り替えるシステムで、こうして作られた状態を"衣を着た(入力)状態"と呼ぶ。この衣を着た状態が、意

図的には制御できない実変換系で外的変化を受け、それが再び人為的な加工を施され、出力状態として取り出されるのである。なお、最も基本的な構造は、 b と d を除いた「 $a \rightarrow c \rightarrow e$ 」であることは断わるまでもない。

そこで、システムは次の三組 $(X, S, \alpha(G))$ で記述されるといえる。

- (1) 考察の対象（観測量など）となるものの全体 X
- (2) X の元にある科学的量（観測値など）を対応させる処方箋（仕方）の集合を S
- (3) X の元や S の元の変化を表す、 $g \in G$ をパラメータに持つ、 X から X への写像を $\alpha(G)$ それ故、

『 $(X, S, \alpha(G))$ に数理構造を与える \Leftrightarrow システムを記述する理論が決まる』

ということになるのである。

例えば、 X として観測量の集合、 S として密度行列の集合をとり、 $\alpha(G)$ を観測量の変化を記述する写像とすると量子力学が扱え、 X として確率変数の集合、 S として確率測度の集合、 $\alpha(G)$ を確率変数の変化を記述する写像とすると古典力学が議論できることになる。

入力系と出力系を、各々 $\Sigma \equiv (X, S, \alpha(G))$ と $\Sigma' \equiv (X', S', \alpha'(G'))$ で表し、 S から S' への変換 Γ それ自体を以下チャンネルと呼ぶが、このチャンネルは、図 1.1 のステップ(II)に対応するものである。チャンネルを数理的に表現すると、 Σ' を様々に選ぶことができるので、いくつかのシステムを幾重にも包含した階層性を持つシステムを扱うことができ、生命体などの開放系を扱うことが可能になるのである。このように、チャンネルという概念を用いて、入力系と出力系の状態の変化を扱うのが情報力学の“力学”の部分である。

さて、“情報力学”の力学に次ぐ“情報”の部分について考えてみよう。

1.2 情報力学における情報の意味

情報力学における情報という名は、複雑さの量的記述の一つであるエントロピーと各種の情報量にあることに依っている。情報という概念は曖昧さ、混沌さ、複雑さといった考えと深く関わっていることはすでに説明したが、この情報を特別なものとして含むより汎用性のある概念が情報力学における複雑さである。物理学が“物の原理”を問うものであり、情報理論は“事の原理”問うものであるが、情報力学はこれらの融合の試みである。

情報力学における複雑さには二つのものがあり、一つはある対象を記述する状態 ϕ 自体の有する複雑さ $C(\phi)$ であり、他の一つは状態 ϕ が他の状態 ψ へ変化したとき、 ϕ より ψ へ伝達された複雑さ $T(\phi; \psi)$ である。なお、 ϕ が変換（チャンネル） Γ を受け、 $\psi = \Gamma \phi$ に変化したとすると、この伝達複雑量は $T(\phi; \Gamma)$ と表すこともできる。これらの複雑さは情報量や不確定さを、その特殊な場合として、含まなければならないので、次の性質を持つことが要求される。

- (1) 正値性：二つの複雑量 C と T は、測定される量であるから、正の値をとらなければならない。

(2)不変性：状態の集合 S の元（ある状態）がそれ以上分解できないとき、その状態は素な状態（例えば、物理における純粋状態）というが、写像 j が素な状態の集合からそれ自体への1対1かつ上への写像であるとき、 j に対して C と T は不変である。このことは、こうした写像で状態が変化してもその状態の複雑さは変わらないことを意味している。つまり、複雑さは素な状態の混合の度合いの一つの表現であると見ることができるからである。

(3)加法性：二つのシステムから作られる複合（合成）システムにおいて、その二つのシステムの間は何ら相関がなければ、複合システムにおける C は各々のシステムの C の和になっている。

(4)基本不等式： $0 \leq T \leq C$ 。すなわち、伝達複雑さはもとの複雑さより小さい。

(5)保存性：二つの状態空間の間のチャンネルが恒等変換の場合は $C = T$ である。状態それ自身が自然に変化することがないとすれば（散逸状態のようなものでなければ）、その状態を変えるのはチャンネルだけであるから、それが恒等変換であれば、当然 T はもとの複雑量 C に等しいといえる。

(1)–(4)を満たす組 C と T をシステムの複雑量といい、さらに(5)も満たす組を保存的（複雑量）であるという。

これらの複雑さは、対象に応じていろいろな形を取ることがあるが、どのような性質が基本的か、また、その基本性質を持つ量はどの様に表せるかを問うことは情報力学の数理的側面の一つである。例えば、エントロピー、相互エントロピー、ある種のフラクタル次元、コンピュータにおける計算複雑量などはここで導入した新たな複雑量の特殊な場合に他ならない。

1.3 情報力学とその応用

そこで、情報力学とは次のように定められる力学であることになる：

「情報力学は組 $\{X, S, \alpha(G); X', S', \alpha'(G'); \Gamma; C(\phi), T(\phi; \Gamma); R\}$ である。ここで、 R は各要素間の“関係”である。」

従って、各システムにおいて、そのシステムを数理的に取扱うためには

- (i) $\{X, S, \alpha(G); X', S', \alpha'(G')\}$ に数学的な構造を与えること
- (ii) チャンネル Γ を決め、その性質を調べること
- (iii) $C(\phi)$ と $T(\phi; \Gamma)$ を定めること

がまず必要になる。

対象となっているシステムに応じて、上の(i), (ii), (iii)決めることによって、すなわち、数学的構造を決定することによって、そのシステムを理論的に扱う素地が出来上がるのである。

こうして、情報力学によってほとんどのシステムの特質が調べられるが、そのうちの幾つかを例として挙げておこう。

(1)系の力学が有するカオスの度合い：このカオスの度合いはカオス尺度と呼ばれ、系の変化に付随してどれだけのカオスが生成されるかを測るものであり、カオス研究の新たな指標の一つとなるものである[98-1]。詳しい説明はできないが、このカオス尺度 $D(\Gamma)$ は、系の状態 ϕ を素な状態の重ね合わせに分解

$$\int_S \omega d\mu$$

し、その各々な素な状態 ω に対して、複雑量 $C(\Gamma\omega)$ を計算し、それを足し合わせることで

$$D(\phi; \Gamma) = \inf \left\{ \int_S C(\Gamma\omega) d\mu_\phi; \mu_\phi \in M_\phi \right\}$$

によって求められる。ここで、 M_ϕ は状態 ϕ を素な状態に分解する測度の集合である。

なお、このカオス尺度は、特別な系では、

$$D(\phi; \Gamma) = C(\Gamma\phi) - T(\phi; \Gamma)$$

と表せる場合もある。このカオス尺度は、他のカオスを測る尺度、例えば、リヤプノフ指数など異なり、それを計算するアルゴリズム簡単であり様々な力学系に適用出来ることが解っている(後述)。

(2)計算複雑さの新たな指標。コンピュータによる計算複雑さの指標であるチャイテンなどの複雑さは上記の $C(\phi)$ や $T(\phi; \psi)$ の特殊な場合である[97-1]。

(3)自己相似性を持たない系におけるフラクタル次元を厳密に定義することを可能にする[95-2, 99-3]。

情報力学の形とそのあり方を簡単に説明したが、情報力学によって一見異なる様々な対象が同一の土俵で扱うことができるようになり、それらの相互関係が明らかになることが分かる。このことは情報力学というメスが個々の分野の新たな側面を切り開くのに役立つというばかりでなく、各分野の相関を通して全く新しい分野が芽生えることの可能性をも示唆しているといえる。例えば、この情報力学におけるカオス尺度によってH I Vや鳥インフルエンザウイルスの変位過程を特徴付けることができるのである(後述)。さらに、脳機能の研究[03-5]、時間の方向性を示す非可逆変化や量子力学の観測問題やマイクロ・マクロ変換の問題の扱いも可能になると考えている[96-3, 97-4, 99-1, 99-3]。特に、マイクロ・マクロの議論は最近小嶋氏が精力的に取り組み、大きな成果を上げているが、氏の理論と情報力学および以下説明する適応力学には深いつながりがあると思っている。

2. 適応力学

最近コペルニクス大学のコサコウスキー、戸川と私は、前に述べたカオス尺度をベースとして、観測や測定尺度に依存する新たなカオス記述法を提案した[98-1, 03-2]が、その提

案は、ローマのアカルディの局所力学（カメレオン力学）と同様な数理概念に依っていることが解ってきた。その数理は時間と共に変化する状態や観測量に依存する力学であり、2004年私とアカルディは、それを適応（Adaptive）力学と呼び [04-2,08-1]、その数理を30年来の懸案の問題であったNP完全問題を多項式時間で解く大矢とポロヴィチのカオス量子アルゴリズムに適用（⇒量子アルゴリズムの項参照）し、新たなアルゴリズムを見いだした（後述）。適応力学には2つの形がある。一つは**観測量適応型**であり、他の一つは**状態適応型**である。これら2つの詳細を述べる前に、私がこうした考えに至った道程について説明しておこう。

形而上的想念の働きで様々な存在（現象）が我々に現前される。それらを理解することが人間の智への渴望であろう。こうした思いが人間の存在の源にあることは古今東西何ら変わることはない。利益を求めることなど魑魅魍魎とは何らの関わりのない智の獲得は、多くの学者が忘れていても、学問の動機であることに変わりがない。

ものを理解するに当たって、長い間その中心的立場にあった方法論は還元論（主義）であった。還元論においても、対象の全体がそれを構成する要素各々の働きの単なる寄せ集めであるというほど単純ではなく、“全体と個の問題”は存在しており、個々の要素の存在とそれらの相関・結合・統合が全体の理解をもたらすとする。しかし、還元論の基本が個々の要素の存在にあることは間違いなく、そしてこのことが、カントやヘーゲルの哲学同様、思考のフラストレーションを起こさせるのである。カントやヘーゲルの哲学において存在の還元が超越的存在へ向かわざるを得なかったように、科学における還元主義もある種の超越が必要になる。だから、還元主義が間違いかという、けしてそうではなからう。

存在とその理解を問うことはギリシャの哲学から現在の学問まで不変である。カントやヘーゲル流の超越的存在という断末魔から初めて抜け出したのが、経済活動を人間存在の原理としたマルクスであり、知ることの原理を求めたフッサールであった。その後、ハイデッガーを経たサルトルは“存在の二元論”を引っ提げマルクスとフッサールの融合を試みた。ものの本質を現象の連鎖に置き換えたフッサールの提言は無限の連鎖として超越を引きずる。存在の自己否定を見いだしたサルトルは行動の原理に窒息する。

こうした哲学における変化を引き受けると、科学における、還元論は、それに“見ることの方法論”を付け加えることによって大きく変化するものと考えている[03-7]。

“見ることの方法論”とは“観測の形態”、“選択と適応”、“操作と認識”などの融合によるものである。それ故、

「様々な科学における理解は、理解されるもの（観測量）とその方法（測定法）とが分離不可能であること、従って、ものの存在の理は“あるもの”とそれを“あらしめるもの”を包摂したものでなければならない。」

2.1 適応力学とカオス

様々なカオス現象が観測され報告されるが、それを数理的に確実に記述することは難しい。実

験室で観測されるカオスは、当然の事ながら、それが観測される状況、すなわち、どの様な角度（側面）で、どのスケールで、どういう環境で、その現象を捉えたかに依っている。一方数理的記述はそうした測定に関わる諸々な状況から離れる事を求めるから、多くのカオス現象の数学的記述が頓挫するのは仕方のないことであろう。例えば、実験室で行われるどの様な測定でも、有限な領域で有限な時間間隔において為されているが、数学では人為的に選ばれるそうした“大きさ”や“幅”に依らない普遍的な表現が求められる。そこで、数理的表現には"lim", "sup", "inf" と言った操作が至るところで付与されることになる。そして、そこに多くの不如意が現れることになる。ただ、約40年ほど前に、微分方程式の数値解を、コンピュータを用いて、求めることを試み、コンピュータでは時間の連続的変化をトレースすることはできないので、微分方程式の時間を離散的に置き換えた差分方程式の解を調べてみると予期していないことが起こった。ごく簡単に解析的な解が求められる微分方程式でもそれを差分化すると不思議な現象が起こる。このことがカオスの数理に新たな一歩をもたらすことになった。

私は[98-1,03-2,04-2]において、こうした差分化を時間に限らず観測に絡む様々な状況において取り込んだらどうなるか、つまり、“スケールに依存した”力学を作り上げれば、カオスの理解がより深まるのではないかと考えた。カオスとはスケールに依存した現象であり、我々がそれを観る仕方によって引き起こされているのではないかと考えた。すなわち、状況に**適応した力学を見いだすこと**が重要になる。こうした試みでは、数学的な困難をもたらす極限操作"lim", "sup", "inf"などは最初除かれ、それらはそれが機能する場合においてのみ最終的に復活することになる。

2.2 適応力学の構造

こうしてカオスの研究から端を発した適応力学は、前述したように、大別すると次の2つのタイプがある。むろんかなりの現象の理解にはこれらを組み合わせることが必要になることもあるが、以下、観測量とは観測される対象のことでありその集合を \mathbf{a} で表し、状態とは測定の仕方とけっかでありその集合を \mathbf{S} で表すことにする。

<観測量適応力学>

この型の適応力学は以下のように特徴づけられる。

- (1) 測定が観測量の捉え方（見方）依存する力学系
- (2) 系の相関（相互作用等）が観測される量の在り方に依存する力学系

(1)の例としては、前述のカオスの新たな理解を提唱した[KOT,010]があり、(2)の例としては、Accardiによって提唱されたカメレオン力学がある[AIR]。

<状態適応力学>

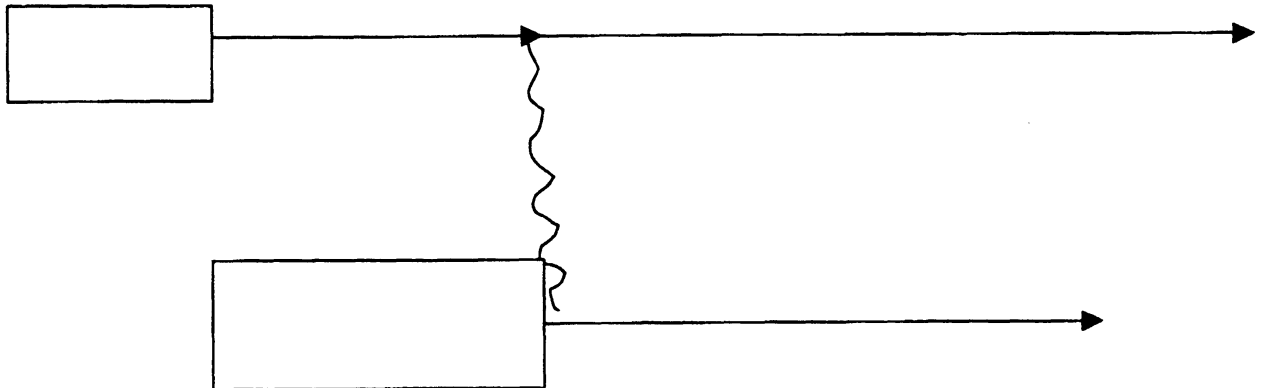
この型の適応力学は以下のように特徴づけられるものである。

- (1) 測定が状態のあり方（見方）依存する力学系
- (2) 系の相関が相互作用の起きた時点での状態に依存する力学系

(1)の例は、情報伝送において状態をどのように準備するか（量子符号化、量子合成状態、量子測定、対象性の破れ）の関わる議論にはかなり頻繁に現れてくる。(2)の例とし

では、NP 完全問題を多項式時間で解く量子アルゴリズムを与える大矢と Volovich カオスアルゴリズムや Accardi と大矢による確率極限アルゴリズム [04-1] がある。

(2) の例として、相互作用を記述するハミルトニアンが相互作用の起きた時点 ($t=0$ とする) の状態によって決定される場合がある： $H_t = H_t(\rho_{t=0})$



$(a, S, \alpha(G))$ を一つのシステムとし、 $(b, t, \beta(\Phi))$ をもう一つのシステムとする。適応力学には観測量や状態に依存した“適応”という操作がまず必要になる。適応は適当な $(b, t, \beta(\Phi))$ に対する写像

$$\circ : (a, S, \alpha(G)) \rightarrow (b, t, \beta(\Phi))$$

と考えてよい。以下、この適応操作の基本例をいくつか上げておこう。

(1) 時間適応

基本系の力学が

$$\frac{d\varphi_t}{dt} = F^*(\varphi_t), \text{ すなわち、 } \varphi_t = \Gamma_t^*(\varphi)$$

で与えられるとき、観測という行為はある時間幅 τ を適当に決め、その自然数倍である時間経過を跡づけているのであるから、離散化という適応操作

$$\circ_\tau : t \rightarrow n$$

を施していることになる。このことにより系の時間発展は以下のように表せることになる。

$$\frac{d\varphi_t}{dt} = F^*(\varphi_t) \Rightarrow \varphi_{n+1} = F^*(\varphi_n)$$

$$\varphi_t = \Gamma_t^*(\varphi) \Rightarrow \varphi_n = \Gamma_n^*(\varphi)$$

つまり、通常の微分方程式が差分方程式に書き換えられる。

(2) 尺度適応

観測結果はマクロなものであり、それはミクロな存在物の運動を記述する量子力学とことなり古典力学の範疇で扱われる物と考えられている。であるとすれば、観測という行為はミクロとマクロという二つの階層の橋渡しであるということになる。少なくとも二つの階層の尺度の違いを“ものを観る”という行為は含んでいなければならない。この対応は一つの尺度適応である。最も簡単なそれは、 \mathfrak{b} ある観測量 A から生成される von Neumann 代数とすると、これはある Hausdorff 空間 Ω 可換代数 $L^\infty(\Omega)$ と同型であるから、 \mathfrak{a} から \mathfrak{b} への条件付き期待値(ノルムを保存する写像) $\circ_{\circ} : \mathfrak{a} \ni \mathfrak{b}$ である。

さらに、一般的に、 $\mathfrak{b} \subset \mathfrak{a}$ を部分代数とし、 $\circ_{\circ} : \mathfrak{a} \ni \mathfrak{b}$ を条件付き期待値とすると、これが尺度適応になる。この場合、 \circ_{\circ} の付随してリフティング $L_{\circ} : \mathfrak{b} \rightarrow \mathfrak{a}$ が定まることに注意しよう。この尺度適応の典型はフォン・ノイマンの測定である: von Neumann 測定

$$\circ_{\circ}(\rho) = \sum P_k \rho P_k$$

ここで、 $\{P_k\}$ は $P_k P_j = P_k \delta_{jk} = P_k^* \delta_{jk}$, かつ $\sum P_k = I$ を満たす射影である。尺度適応には上記の条件付き期待値以外にも次のようなものがある。

(2.1) 状態の選択

$$\rho = \circ_R(\rho) = \sum \lambda_k \rho_k$$

ここで、 $\{\rho_k\}$ は適当に選ばれた状態であり、元の状態を分解するものである。例えば、 $\{\rho_k\}$ が ρ の固有値 λ_k に対応する固有空間への一次元射影作用素で $\sum E_k = I$ を満たすものなどがある(シャッテン分解)。

(2.2) 相空間の祖視化: 解 軌道の分解などに対応し次の操作である。

$$\circ_{\circ}(\Omega) = \{P_k : P_j \cap P_k = P_k \delta_{jk}, (k, j=1, \dots, N), \cup_{k=1}^N P_k = \Omega\}$$

(3) 適応変化

上記の様々な適応の下で系の変化

$$\frac{d\varphi_t}{dt} = F^*(\varphi_t) \quad \text{i.e.,} \quad \varphi_t = \Gamma_t^*(\varphi)$$

は以下のように書き換えられることになる: 時間適応 $\circ_{\tau} : t \rightarrow n$, $\frac{d\varphi}{dt}(t) \rightarrow \varphi_{n+1}$ の下で

$$\varphi_t = \Gamma_t^*(\varphi) \Rightarrow \varphi_n = \Gamma_n^*(\varphi)$$

となり、その後、尺度適応 \circ (\circ_{\circ} , \circ_R あるいは \circ_{\circ}) の下で

$$\varphi_n = \Gamma_n^*(\varphi) \Rightarrow \circ(\varphi_n) = \circ(\Gamma_n^*(\varphi)) = \circ \Gamma_n^* \circ^{-1} \circ \varphi \quad \text{または} \quad \varphi_n^{\circ} = \Gamma_n^{*\circ} \varphi^{\circ}$$

2.3 適応力学によるカオス理解

上記の適応力学の考えをカオス理解に適応しよう。まず最初に、情報力学において定められたカオス尺度の複雑性としてエントロピーを用いたエントロピーカオス尺度の定義から話を始める。

(a, S, G) を一般のC*力学系とし、 \mathcal{S} を S の弱*凸集合とする。今、状態 $\varphi \in \mathcal{S}$ の端点分解を

$$\varphi = \int_{\mathcal{S}} \omega d\mu_{\varphi}$$

とし、こうした端点分解を与える速度の全体を $M_{\varphi}(\mathcal{S})$ とする。このとき力学(チャネル) $\Lambda^* : S \rightarrow S$ が生成するカオスを \mathcal{S} に付随して定められるエントロピー $S^{\mathcal{S}}(\cdot)$ を用いて

$$D^{\mathcal{S}}(\varphi; \Lambda^*) = \inf \left\{ \int_{\mathcal{S}} S^{\mathcal{S}}(\Lambda^* \omega) d\mu_{\varphi}; \mu_{\varphi} \in M_{\varphi}(\mathcal{S}) \right\}$$

で定める。これを Λ^* と $\varphi \in \mathcal{S}$ のエントロピー型カオス尺度と呼ぶ。ここで、エントロピー $S^{\mathcal{S}}(\cdot)$ は対応する系に応じて Shannon エントロピー、von Neumann エントロピー あるいは C*-混合エントロピーになる。なお、 $\mathcal{S} = S$ のときは、 $S^{\mathcal{S}}(\cdot)$ 、 $D^{\mathcal{S}}(g)$ は $S(\cdot)$ 、 $D(\cdot)$ で表す。

さて、適応作用 \circ を組み込んだエントロピー型のカオス尺度(ECD)は

$$D^{\circ}(\varphi; \Lambda^*) = \int_{\circ(S)} S(\Lambda_n^* \omega^{\circ}) d\mu^{\circ}$$

と書けることになる。ここで、 μ° は選択された φ の端点測度である。そこで、

$$D^{\circ}(\varphi; \Lambda^*) > 0 \Leftrightarrow \circ \text{ から観て力学 } \Lambda^* \text{ は } \varphi \text{ においてカオスを生成}$$

ということになる。

この適応ECDを下にすると、ECDは

$$D(\varphi; \Lambda^*) = \inf \{ D^{\circ}(\varphi; \Lambda^*) : \circ \in S(\circ) \}$$

と表せることになる。なお、 $S(\circ)$ は考慮される適応の集合である。このとき

$$D(\varphi; \Lambda^*) > 0 \Leftrightarrow \text{力学 } \Lambda^* \text{ は } \varphi \text{ においてカオスを生成}$$

カオスという現象は適応作用 \circ の取り方に強く依存することがいくつかの例によって示せるのである[00-1,03-2,04-2,08-2]。

2.4 エントロピー型カオス尺度(ECD)の計算アルゴリズム

今、 $I = [a, b]^m$, $f : I \rightarrow I$, $x_{n+1} = f(x_n)$ とする。ここで、力学 f によって作られる軌

道を有限分割 $I = \bigcup_k B_k$ ($B_i \cap B_j = \emptyset, i \neq j$) の下に観測することを考える。このとき点 x_n が領域 B_i に入る確率を $p_i^{(n)}$ とすると、時刻 n における確率分布は

$$p^{(n)} \equiv (p_i^{(n)}) = \sum_i p_i^{(n)} \delta_i$$

となる。ここで、特性関数

$$1_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A \subset I) \\ 0 & (x \notin A \subset I) \end{cases}$$

を用いると、上記の $(p_i^{(n)})$ は

$$p_i^{(n)} \equiv \frac{1}{m+1} \sum_{k=n}^{m+n} 1_{B_i}(f^k x).$$

で与えられ、時刻 n と $n+1$ における同時確率分布は $(p_{i,j}^{(n,n+1)})$

$$p_{ij}^{(n,n+1)} \equiv \frac{1}{m+1} \sum_{k=n}^{m+n} 1_{B_i}(f^k x) 1_{B_j}(f^{k+1} x).$$

で与えられる。このとき、 f^n によって作られるチャネル Λ_n^* は

$$\Lambda_n^* \equiv \left(\frac{p_{ij}^{(n,n+1)}}{p_i^{(n)}} \right) \Rightarrow p^{(n+1)} = \Lambda_n^* p^{(n)}$$

このとき適応(相空間の粗視化) ECD は

$$D^\circ(p^{(n)}; \Lambda^*) = \sum_i p_i^{(n)} S(\Lambda_n^* \delta_i) = \sum_{i,j} p_{ij}^{(n,n+1)} \log \frac{p_i^{(n)}}{p_{ij}^{(n,n+1)}}$$

で与えられる。

Logistic map

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n), x_n \in [0,1], 0 \leq a \leq 4$$

においてECDを計算してみよう。Logistic map の分岐図は

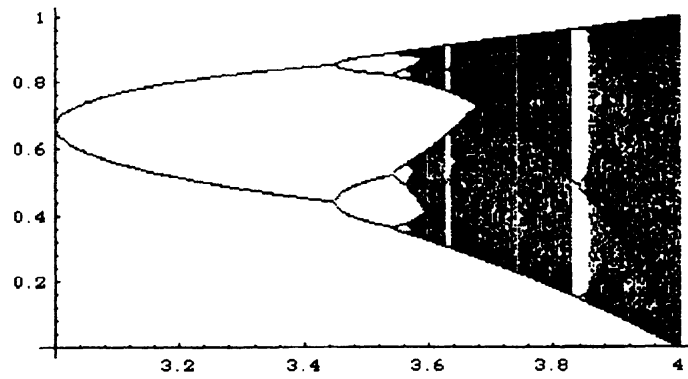


Fig. 1 The bifurcation diagram for logistic map

ECDを計算すると

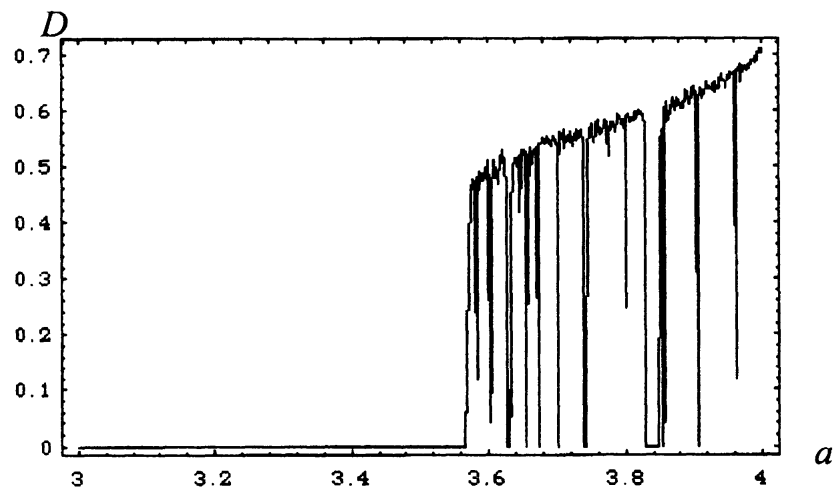


Fig. 2. Chaos degree for logistic map

となる。一方、リアプノフ指数は以下のようになり、カオスを生成する領域はECDの結果と一致する。

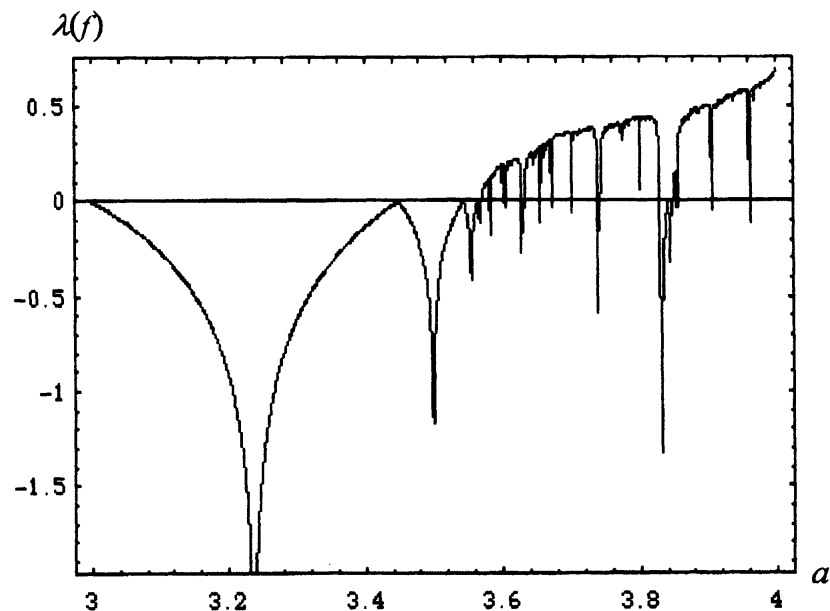


Fig. 3. Lyapunov exponent for logistic map

詳細は割愛するが、このように、ECDによって様々なカオスが理解できるのである [00-1,01-3,02-2,02-4]。

2.5 SAT 適応アルゴリズム

量子カオスアルゴリズムの数理を基礎にしてAccardiと私は量子計算によって得られた状態 $|\psi\rangle = \sqrt{1-q^2}|0\rangle + q|1\rangle$ が外場と相互作用して得られるハミルトニアン $H_I = H_I(\psi)$ を用い、 q が0の場合と q が0でない場合を区別できることを示した [04-1,05-1]。この適応アルゴリズムでは確率極限に伴いホワイト・ノイズが有用な役割を果たしている。

$H_S \equiv \mathcal{C}^2$ Hilbert 空間とし、 $\{e_0, e_1\}$ を CONS とする、すなわち、 $|e_0\rangle := |0\rangle$, $|e_1\rangle := |1\rangle$ 。さらに、 $t = 0$ において、自由ボーズ粒子系の外場と相互作用するとする。状態は

$$\psi := \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}} \alpha_\varepsilon e_\varepsilon = \alpha_0 e_0 + \alpha_1 e_1; \quad \|\psi\| = 1 \quad (\alpha_1 = q, \alpha_0 = \sqrt{1-q^2})$$

であるから、適応相互作用ハミルトニアンは、 A_g^+ をモード g の生成作用素とすると、

$$\begin{aligned} \lambda H_I(\psi) &= \lambda |\psi\rangle \langle \psi| \otimes (A_g^+ + A_g) \\ &= \sum \lambda \alpha_\varepsilon \bar{\alpha}_{\varepsilon'} |e_\varepsilon\rangle \langle e_{\varepsilon'}| \otimes (A_g^+ + A_g) \end{aligned}$$

で与えられる。

なお、系のハミルトニアンは、 $E_0 < E_1$, $\omega_0 := E_1 - E_0 > 0$ に対して、

$$H_S := \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}} E_\varepsilon |e_\varepsilon\rangle \langle e_\varepsilon| = E_0 |e_0\rangle \langle e_0| + E_1 |e_1\rangle \langle e_1|$$

で与えられ、外場のハミルトニアンは

$$H_E = \int \omega(k) A_k^+ A_k dk$$

である。

ここで、時間尺度の変換 ($\lambda^2 t \rightarrow t$) の確率極限をとると α_1 の値に応じて以下の二つ場合が起こる。

(i) $\alpha_0, \alpha_1 \neq 0$ のとき、 $t = 0$ で H_I は

$$\dot{H}_I = D \otimes A_g^+ + D^+ \otimes A_g \quad (\text{但し } D := |e_0\rangle \langle e_1|)$$

となり、時刻 t では

$$\begin{aligned} \dot{H}_I(t) &= e^{it\omega_0} D \otimes A_{S,g}^+ + h.c. = D \otimes A^+ \left(e^{it(\omega(p)-\omega_0)} g \right) + h.c. \\ &\quad (S_t g(k) := e^{it\omega(k)} g(k)). \end{aligned}$$

となる。ここで、 $U_t := \exp(-itH_t)$ の変化はホワイト・ノイズ $\{\{b_t\}\}$ で

$$\partial_t U_t = i(Db_t^+ + D^+b_t)U_t$$

と表せる。これらに関する “causally normal ordered form” は以下の確率微分方程式になる。

$$dU_t = (iDdB_t^+ + iD^+dB_t - \gamma_- D^+Ddt)U_t,$$

ただし、 $dB_t := b_t dt$ で、 γ_- はある定数である。したがって、密度作用素に対するマスター方程式は

$$\frac{d(\rho_t)}{dt} = L \cdot \rho_t \quad (\rho_t := e^{tL} \rho).$$

ここで、 $L \cdot \rho = (\text{Im } \gamma_-) i[\rho, D^+D] - (\text{Re } \gamma_-) \{\rho, D^+D\} + (\text{Re } \gamma_-) D\rho D^+$

である。それゆえ、状態 ρ_t は次の状態 ρ_0 に収束する：

$$\rho_0 = |e_0\rangle\langle e_0| \longleftrightarrow L \cdot \rho_0 = 0 \quad \text{一意的な不変状態}$$

時間発展 = 減衰過程

(ii) $\alpha_1 = 0$ のときは、相互作用ハミルトニアン H_t は

$$\lambda H_t(\psi) = \lambda |e_0\rangle\langle e_0| \otimes (A_g^+ + A_g)$$

であり、確率極限後の状態は減衰せず、次の散逸のないハミルトニアンに依る力学があらわれる：

$$\hat{H}_S = H_S + |e_0\rangle\langle e_0| = (E_0 + 1)|e_0\rangle\langle e_0| + E_1|e_1\rangle\langle e_1|$$

したがって、状態は振動するということになる。

ところで、固有値 E_0, E_1 は系の Hamiltonian H_S から決まるもので、ア・プリオリに選ばれているので、時間発展にかかる時間もア・プリオリにわかるものである。したがって、現実的な長時間の観測で、減衰か振動かを見分けることができ、SAT 問題の解けることになるのである [04-1].

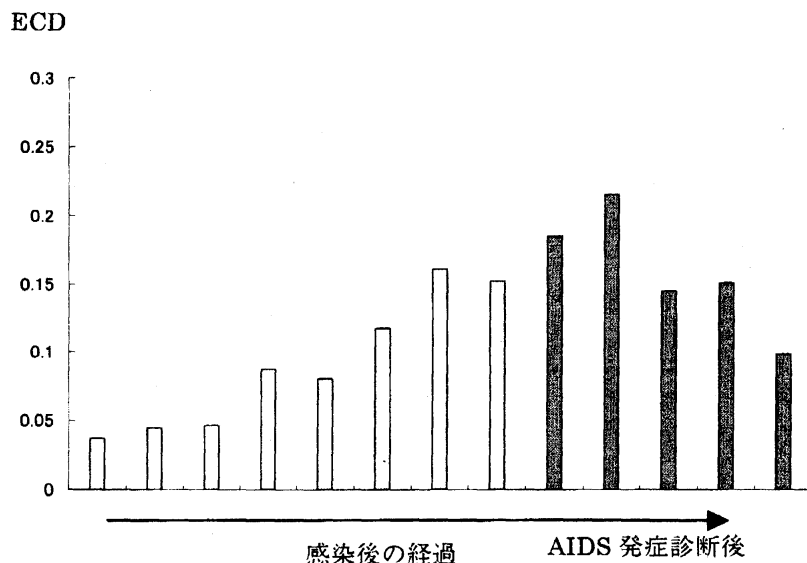
情報遺伝の研究

20 世紀中頃から、生命の源が遺伝子にあり、その遺伝子は莫大な数の塩基が並んで作られた一種の記号列で、その並び方に生命発現の謎が隠されていると考えられてきた。そし

て現在、塩基配列の並び、その構造、働き等を調べるため、ヒトゲノムの解析が活発に進められている。生命現象の遺伝子レベルでの解明は、分野を越えた様々な研究者と、それから得られる成果を踏まえて、新たなものとのとらえ方の確立によって可能になると思われる。私の研究室では、塩基あるいはアミノ酸配列をベースとして生命情報のやりとりがいかに行われているかを情報理論や符号理論を用いて考察し[89-2, 92-2, 98-3, 00-3]、生物の進化系統や HIV-1 (ヒト免疫不全ウイルス) や鳥インフルエンザウイルスの変異過程などの解析を行ってきた[97-3, 01-3, 01-4]。

ここでは、佐藤を中心にして私の研究室で行われている情報遺伝の研究の一つである AIDS (後天性免疫不全症候群) の原因ウイルスである HIV-1 の変異解析について簡単に説明する。情報理論の基礎概念であるシャノンのエントロピーや相互エントロピーを基に導入された遺伝学的差異の一つであるエントロピー進化率[89-2, 96-2, 02-4]や、あるいはゲノムの変化にカオス的な側面があるとの考えの基で、情報力学の基礎概念である複雑量から導入されたエントロピー型カオス尺度 (ECD) などを用いて、HIV-1 感染の進行過程を記述することを試みた。そこでは、HIV-1 感染過程における V3 領域の変異を経時的に調べるため、感染後あるいは抗体陽性転換後追跡調査された患者を対象とする。超可変領域である V3 領域は、宿主細胞膜

にあるウイルスレセプターと結合する部位で、主要なエピトープ (抗体によって特異的に認識される領域) が存在している。HIV-1 感染初期から AIDS 発症後死に至るまで、V3 領域を変化させる力学におけるエントロピー型カオス尺度がどのように変化するかを解析する。調査期間中免疫能の低下も見られず無症候状態を維持してい



る患者は、エントロピー型カオス尺度の値が低く、AIDS 発症患者では、抗体陽性転換後あるいは感染後から無症候期を経て AIDS の症状が表れ始める頃、つまり病気進行にあわせて、エントロピー型カオス尺度の値は徐々に増加して行く。そして、AIDS による疾患で死亡した患者は、エントロピー型カオス尺度の値が AIDS 発症に伴い増加し、その後 AIDS 期に減少していき死に至る傾向がある。このように、HIV-1 の病気進行に伴い、エントロピー型カオス尺度は、特徴的な変化パターンを示す。このことから、エントロピー型カオス尺度は

HIV-1 の病気進行を測る一つの尺度になると考えることができる。

文献

- 79-1: M.Ohya (1979) Dynamical process in linear response theory, *Rep. Math. Phys.*, 16, No.3, 305-315.
- 79-2: M.Ohya (1979) On open system dynamics -an operator algebraic study-, *Kodai Math.J.*, 3, 287-294.
- 81-1: F.Hiai, M.Ohya and M.Tsukada (1981) Sufficiency, KMS condition and relative entropy in von Neumann algebras, *Pacific J. Math.*, 96, No.1, 99-109.
- 81-2: M.Ohya (1981) Quantum ergodic channels in operator algebras, *J. Math. Anal. Appl.* 84, No.2, 318-327.
- 83-1: M.Ohya (1983) Note on quantum probability, *L. Nuovo Cimento*, 38, No.11, 402-406.
- 83-2: M.Ohya (1983) On compound state and mutual information in quantum information theory, *IEEE Trans. Information Theory*, 29, No.5, 770-774.
- 83-3: 梅垣壽春, 大矢雅則 (1983) 確率論的エントロピー, 共立出版.
- 84-1: M.Ohya (1984) Entropy Transmission in C^* -dynamical systems, *J. Math. Anal. Appl.*, 100, No.1, 222-235.
- 84-2: 梅垣壽春, 大矢雅則 (1984) 量子論的エントロピー, 共立出版.
- 85-1: M.Ohya (1985) State change and entropies in quantum dynamical systems, *Springer Lecture Notes in Math.*, 1136, 397-408.
- 85-2: 梅垣壽春, 大矢雅則, 日合文雄 (1985) 作用素代数入門, 共立出版.
- 89-1: M.Ohya (1989) Some aspects of quantum information theory and their applications to irreversible processes, *Rep. Math. Phys.*, 27, 19-47.
- 89-2: M.Ohya (1989) Information theoretical treatment of genes, *Trans. IEICE*, E72, No.5, 556-560.
- 91-1: M.Ohya (1991) Information dynamics and its application to optical communication processes, *Springer Lecture Note in Physics*, 378, 81-92.
- 92-2: M.Ohya and Y.Uesaka (1992) Amino acid sequences and DP matching: a new method of alignment, *Jornal of Information Sciences*, 63, 139-151.

93-1: M.Ohya and D.Petz (1993) **Quantum Entropy and its Use**, Springer-Verlag, TMP-series.

95-1: F.Hiai, M.Ohya and D.Petz (1995) McMillan type convergence for quantum Gibbs states, Archives of Mathematics, 64, 154-158.

95-2 : T.Matsuoka and M.Ohya (1995) Fractal dimensions of states and their applications to Ising model, Rep. Math. Phys., 36, 365-379.

95-4: M.Ohya (1995) State change, complexity and fractal in quantum systems, Quantum Communications and Measurement, Plenum, 2, 309-320.

96-1: N.Muraki and M.Ohya (1996) Entropy functionals of Kolmogorov-Sinai type and their limit theorems, Letter in Mathematical Physics, 36, 327-335.

96-2: S.Miyazaki, H.Sugawara and M.Ohya (1996) The efficiency of entropy evolution rate for construction of phylogenetic trees, Genes Genet. Syst., 71, 323-327.

96-3: 大矢雅則, 小嶋 泉 (編著) (1996) **量子情報と進化の力学—研究最前線—**, 牧野書店.

97-1: M.Ohya (1997) Complexity and fractal dimension for quantum states, Open Systems and Information Dynamics, 4, 141-157.

97-2: M.Ohya, D.Petz and N.Watanabe (1997) On capacities of quantum channels, Probability and Mathematical Statistics, 17, 179-196.

97-3: K.Sato and S.Miyazaki and M.Ohya (1997) Analysis of HIV by entropy evolution rate, Amino Acids, 14, 343-352.

97-4: R.S.Ingarden, A.Kossakowski and M.Ohya (1997), **"Information Dynamics and Open Systems"**, Kluwer Academic Publishers.

98-1: M.Ohya (1998) Complexities and their applications to characterization of chaos, International Journal of Theoretical Physics, 37, No.1, 495-505.

98-2: K.Inoue, M.Ohya and H.Suyari (1998) Characterization of quantum teleportation by nonlinear quantum channel and quantum mutual entropy, Physica D, 120, 117-124.

98-3: H.Ogata, M.Ohya and H.Umeyama (1998) Amino Acid Similarity Matrix for Homology Modeling Derived from Structural Alignment And Optimized by the Monte Carlo Method, J. Mol. Graphics and

Mod., 16, 178-189.

98-4: M.Ohya (1998) Foundation of entropy, complexity and fractal in quantum systems, Probability Towards the Year 2000, 263-286.

99-1: A.Kossakowski, M.Ohya and N.Watanabe (1999) Quantum dynamical entropy for completely positive maps, Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics, 2, No.2, 267-282.

99-2: L.Accardi and M.Ohya (1999) Compound channels, transition expectations, and liftings, Appl. Math. Optim., 39, 33-59.

99-3: M.Ohya (1999) Fundamentals of quantum mutual entropy and capacity, Open System and Information Dynamics, 6, No.1, 69-78.

99-4: 大矢雅則 (1999) 量子コンピュータの数理, 丸善株式会社.

00-1: K.Inoue, M.Ohya and K.Sato (2000) Application of chaos degree to some dynamical systems, Chaos, Soliton & Fractals, 11, 1377-1385.

00-2: M.Ohya and N.Masuda (2000) NP problem in quantum algorithm, Open Systems and Information Dynamics, 7, No.1, 33-39.

00-3: M.Ohya and K.Sato (2000) Use of information theory to study genome sequences, Rep. Math. Phys., 46, No.3, 419-428.

01-1: V.P.Belavkin and M.Ohya (2001) Quantum entropy and information in discrete entangled states, Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics, 4, No.2, 137-160.

01-2: K-H.Fichtner and M.Ohya (2001) Quantum teleportation with entangled states given by beam splittings, Commun. Math. Phys., 222, 229-247.

01-3: K.Sato and M.Ohya(2001) Analysis of the disease course of HIV-1 by entropic chaos degree, Amino Acids, 20, 155-162.

01-4: K.Sato and M.Ohya (2001) Can information measure be one of markers to estimate disease progression in HIV-1-infected patients?, Open Systems and Information Dynamics, 8, 125-136.

02-1: K-H.Fichtner and M.Ohya (2002) Quantum teleportation and beam splitting, Commun. Math.

Phys., 225, 67-89.

02-2: K.Inoue, M.Ohya and I.V.Volovich (2002) Semiclassical properties and chaos degree for the quantum baker's map, *J. Math. Phys.*, 43-2, 734-755.

02-3: V.P.Belavkin and M.Ohya (2002) Entanglement, quantum entropy and mutual information, *R. Soc. Lond. Proc. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.* 458, no. 2017, 209-231

02-4: M.Ohya (2002) An Information Theoretic Approach to the Study of Genome Sequences: An Application to the Evolution of HIV, *Lecture Notes in Computer Science* 2509,50-57, Springer.

03-1: M.Ohya and I.V.Volovich (2003) On Quantum Entropy and Its Bound, *Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability*, Vol. 6, No.2 301-310

03-2: A.Kossakowski, M.Ohya and Y.Togawa (2003) How can we observe and describe chaos?, *Open System and Information Dynamics* 10(3): 221-233

03-3: M.Ohya and I.V.Volovich (2003) New quantum algorithm for studying NP-complete problems, *Rep.Math.Phys.*,52, No.1,25-33

03-4: M.Ohya and I.V.Volovich (2003) Quantum computing and chaotic amplifier, *J.Opt.B*, 5, No.6 639-642

03-5: M.Ohya (2003) Information Dynamics and its Application to Recognition Process, *A Garden of Quanta : Essays in Honor of Hiroshi Ezawa*, World Scientific Pub Co Inc,445-462.

03-6: K-H.Fichtner, W.Freudenberg, M.Ohya,(2003) Recognition and teleportation, *Quantum probability and infinite dimensional analysis*, QP-PQ: *Quantum Prob. White Noise Anal.*, 15, *Quantum Probability and Infinite-Dimensional Analysis*, World Sci. Publishing, 85-105.

03-7: Ohya M. : Being and Meaning of Quantum Entropy and Adaptive Dynamics in "Creativity and Inspiration II", *Italy-Japan Science Forum*, 2003

04-1: L.Accardi and M.Ohya (2004) A Stochastic Limit Approach to the SAT Problem, *Open Systems and Information dynamics*, 11-3, 219-233.

04-2 : M.Ohya (2004) *Foundation of Chaos Through Observation*, *Quantum Information and Complexity* edited by T.Hida, K.Saito and Si Si,391-410.

05-1: M.Ohya (2005) Quantum Algorithm for SAT Problem and Quantum Mutual Entropy, *Reports on*

Mathematical Physics, 55,1,109-125.

05-2 : T.Matsuoka and M.Ohya (2005) Quantum Entangled State and Its Characterization, Foundations of Probability and Physics-3, American Institute of Physics, 750,298-306.

05-3: K-H Fichtner, W.Freudenberg and M.Ohya,(2005) Teleportation Scheme In Infinite Dimensional Hilbert Space, J. Math. Phys. 46, no. 10, 14pages.

05-4: M.Ohya (2005): Adaptive Dynamics in Quantum Information and Chaos, in "Stochastic Analysis: Classical and Quantum" ed. by Hida, 127-142.

05-5: 大矢雅則 (2005) 情報進化論, 岩波書店,112p.

06-1: S.Iriyama, M.Ohya and I.V.Volovich (2006) Generalized Quantum Turing Machine and its Application to the SAT Chaos Algorithm, QP-PQ:Quantum Prob. White Noise Anal., Quantum Information and Computing, 19, World Sci. Publishing, 204-225

06-2: L.Accardi, T.Matsuoka and M.Ohya (2006) Entangled Markov Chains are Indeed Entangled, Infinite Dimensional Analysis Quantum Probability and Related Topics, vol 9, no 3, 379-390

06-3 : 大矢雅則, 渡邊昇 (2006), 量子暗号と量子テレポーテーション-新たな情報通信プロトコル-,245p, 共立出版

07-1: A.Kossakowski, M.Ohya (2007), New scheme of quantum teleportation, Infinite Dimensional Analysis Quantum Probability and Related Topics,

08-1: M.Ohya (2008) Adaptive Dynamics and Its Applications to Chaos and NPC Problem, proceedings of international conference in QBIC, 181-216

08-2: M.Asano, M.Ohya and Y.Togawa (2008) Entropic chaos degree of rotations and log-linear dynamics, proceedings of international conference in QBIC, 36-52.

08-3: K.-H.Fichtner, L.Fichtner, W.Freudenberg and M.Ohya (2008) On a Quantum Model of the Recognition Process, proceedings of international conference in QBIC, 64-84

08-4 : S.Iriyama and M.Ohya (2008) Review on Quantum Chaos Algorithm and Generalized Quantum Turing Machine, proceedings of international conference in QBIC, 126-141

conference in QBIC, 181-216

08-5: S.Iriyama and M.Ohya (2008) Rigorous Estimation of the Computational Complexity for OMV SAT Algorithm, to appear in Open System and Information Dynamics

08-6 : S.Iriyama, T.Miyadera and M.Ohya (2008) Note on a Universal Quantum Turing Machine, to appear in Physics Letter A

08-7: S.Iriyama and M.Ohya (2008) Language Classes Defined by Generalized Quantum Turing Machine, to appear in Open System and Information Dynamics

08-8: M.Ohya and I.V.Volovich (2005) Mathematical Foundation of Quantum Information and Computation, Springer-Verlag, to be published.

08-9: K.Sato and M.Ohya (2008) Mathematical Approach to Bio-Informatics, QP-PQ:Quantum Prob. White Noise Anal. 21, Quantum Bio-Informatics, World Sci. Publishing, 389-404