

藤澤利喜太郎の数学教育思想

立教大学名誉教授 公田 蔵 (Osamu Kota)
Professor Emeritus, Rikkyo University

1. はじめに

藤澤利喜太郎 (1861 - 1933) は、明治 20 年代初期から長い間にわたり、わが国の数学の研究と教育に大きな影響を及ぼした。数学の研究に関しては、帝国大学理学部数学科の教育課程を充実させ、特にセミナー（「セミナー」と呼ばれていた）を創設し、研究者の養成に力を尽くしたのである。他方、数学教育に関しては、後に、世界の数学教育の動向とは反対向きの、「反動的」思想の持ち主のように批判されることがしばしばあった。ここでは藤澤の数学教育思想は果たして「反動的」であったのかどうかについて考察する。

藤澤の数学教育に対する考えのあらまは、その著書『算術条目及教授法』（明治 28 (1895) 年）と『数学教授法講義筆記』（明治 33 (1900) 年）に述べられている。いずれも主として当時の中学校（尋常中学校）の数学について述べたものである。後者は明治 32 年夏の講習会での講義の筆記である。前者も明治 20 年代の初めに講習会で行った講義がもとになっているが、講義そのものではなく、講義をもとに著者が推敲を加えた著述である。しかし後者は、著者が多忙であったこともあって、著者の十分な推敲を経ていない、いわば生の講義の記録である。また、藤澤の編纂した中学校用の教科書『算術教科書』（初版は明治 29 (1896) 年）、『初等代数学教科書』（初版は明治 31 (1898) 年）も、上記の藤澤の著書と同じ考え方に従って著されているので、これらの教科書からも藤澤の数学教育に対する考え方を知ることができる。藤澤は明治 32 年夏の数学教授法の講義において、自分の編纂した教科書の趣旨や内容の取り扱いについても述べているが、この講義の行われた前年の明治 31 年の文部省『尋常中学校教授細目調査報告』の数学の教授細目についてもしばしば言及している。この『教授細目調査報告』は、明治 32 年の中学校令改正から明治 35 年の中学校教授要目制定にいたるまでの一連の中学校の教育課程の改正と整備に関連する資料、特に明治 35 年の中学校教授要目の前段階として注目すべきものである。数学科の教授細目調査委員は生駒萬治、藤澤利喜太郎、寺尾壽、菊池大麓の 4 名（氏名はイロハ順、生駒は高等師範学校、他は帝国大学）であるが、「数学科教授細目」には藤澤の数学教育に対する考え方が強く反映されている。

ここで当時の中学校（尋常中学校）について一言しておく。明治 19 年の中学校令により、府県立の中学校は各府県 1 校に限ると定められた。これは中学校教育の質を維持するための施策であったが、結果として、中学校の学校数も生徒数も少なく、当時の中学校は限られた少数の人々が進学する教育機関であった。明治 32 年の中学校令全面改正に

よって、府県立の中学校は各府県1校に限るという制限が除かれ、それ以後は、徐々にではあるが、中学校への進学率は上昇していったのである¹。

2. 藤澤の中学校数学に対する考え方

藤澤の中学校の数学教育に対する考え方を要約すれば、中学校数学科の目的は、

第一 階梯予備の数学知識を与えること

第二 数学思想を養成すること、すなわち精神的鍛錬

の二つであるが、このうち的一方が貫徹されるときは、他方も達成されることになるから、第二の、精神的鍛錬を目的とすればよいというのである。個別の科目については、算術では、わが国に適した形で、日常の社会生活に必要な実用的なことを含めて教授し、理論的なことは代数にまわし²、代数と幾何では、数学そのものを厳密に、特に幾何は論理的な思考の訓練に重点をおいて教授すべきことを主張したのである。代数については、普通教育の趣旨から考えて、あまり難しいことに立ち入ることはよろしくない述べている。当時は、ともすれば複雑で技巧を必要とするような計算や、めんどろな方程式など、技巧的なもの、もしくは難しい内容に深入りする傾向があったのである³。また、三角法は高等学校（高等中学校）で本格的に教授するから、中学校における三角法は簡単に扱えばよいとしたが、事情が許せば簡単な測量をさせるのがよいであろうと述べている。中学校の三角法は対数による計算の練習の場とも見ている。そして、算術や代数で図などを用いて直観に頼ったり、「外物」を利用することは好ましくないとした。ただし、「方便」としての利用はこの限りではないと述べている。

以下に、いくつかの事項について、藤澤の考え方をもう少し詳しく見てみることにする。まず第一は、「数」と「量」についてである。

3. 「数」と「量」

明治初期の西洋数学書の邦訳や翻案以来、当時の数学の教科書、殊に算術の教科書では、最初に「量とは増減することのできるものである」という「量 (quantity)」の定義や、「数」、「数学」などの定義が記されていたり、特にフランスの影響を受けた算術や代数の書物では、量を基礎において、量は、それと同種のある一つの量を基準（単度量）として測ることにより、量の比（比の値）として数が得られるというように説明されることが多かったのである。

上に記した量の定義は、Eulerの『代数学』(Vollständige Anleitung zur Algebra, 1770) 第1部の冒頭にある文言である。Eulerはついで「一般に、数学とは量 (Größe, 英 quantity) の科学に他ならない」と述べている。この定義がその後の多くの教科書でも採用された

¹明治23(1890)年には、中学校は全国で55校、生徒数は1万1千人余であった。明治28(1895)年は96校、約3.1万人であるが、明治33(1900)年になると218校、7.8万人に増加し、明治38(1905)年には271校、10.5万人になっている。なお、日本の総人口は明治23年は3990万人、33年は4384万人である。

²これは当時かなり行われていた、寺尾壽の『算術教科書』に代表されるような、フランス流の理論算術の否定である。

³これは一つには当時の入学試験問題に技巧を必要とする難問が多かったことによる。技巧的なことがらを重視することは、和算に通じるものがある。

のである。Eulerの『代数学』はフランス語訳が早く出版されたこともあって、フランスの算術や代数の書物では、Eulerに従って数や量の定義を記したものが多かったと考える。次にEulerの『代数学』の冒頭の部分(第1, 2, 4, 5項)を記しておく(引用はEuler全集第1巻(1911)によった)。

CAPITEL 1

VON DEN MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN ÜBERHAUPT

1.

Erstlich wird alles dasjenige eine Größe genannt, welches einer Vermehrung oder einer Verminderung fähig ist, oder wozu sich noch etwas hinzusetzen oder davon wegnehmen läßt.

Diesemnach ist eine Summa Geldes eine Größe, weil sich dazu setzen und hinweg nehmen läßt.

Ingleichen ist auch ein Gewicht eine Größe und delgleichen mehr.

2.

Es giebt also sehr viel verschiedene Arten von Größen, welche sich nicht wohl herzehlen laßen; und daher entstehen die verschiedene Theile der Mathematic, deren eine jegliche mit einer besondern art von Größen beschäftigt ist, indem die Mathematic überhaupt nichts anders ist als eine Wissenschaft der Größen, und welche Mittel ausfündig macht, wie man dieselben ausmeßen soll.

4.

Bey Bestimmungen, oder Ausmeßungen der Größen von allen Arten, kommt es also darauf an, daß erstlich eine gewisse bekannte Größe von gleicher Art fest gesetzt werde (welche das Maaß, oder die Einheit, genennet wird) und also von unserer Willkür lediglich abhängt; hernach daß man bestimme in was führ einem Verhältniß die voegegebene Größe gegen dieses Maaß stehe, welches jederzeit durch Zahlen angezeigt wird, so daß eine Zahl nichts anders ist als das Verhältniß, worinnen eine Größe gegen andere, welche für die Einheit angenommen wird, steht.

5.

Hieraus ist klar, daß sich alle Größen, durch Zahlen ausdrücken laßen, und also der Grund aller Mathematischen Wissenschaften darin gesetzt werden muß, daß man die Lehre von den Zahlen, und alle Rechnung-Arten, so dabey vorkommen können, genau in Erwegung ziehe, und vollständig abhandle.

Dieser Grundtheil der Mathematic wird die Analytic oder Algebra genennet.

この Euler の定義の背後には、ユークリッド『原論』第7巻の最初の部分にある定義「単位とは存在するもののおのおのがそれによって1とよばれるものである」、「数とは単位から成る多である」と、第5巻の「量」の理論（いわゆるユークリッドの比例論）とがある。Euler とは限らず、『原論』第7巻の数の定義に従うならば、「数 (Zahl, 英 number)」は自然数に限られるので、自然数以外の「数」は、「数」という言葉を用いず、「量 (Größe, 英 quantity)」という言葉を用いて取り扱われてきたのである。それは「数 (number)」と「量 (quantity)」とに対する認識の相異にもつながるが、いまこのことについては立ち入らない。なお、『原論』第5巻で、通例「量」と訳されているものは英語では magnitude であり、quantity ではない⁴。

藤澤は、数学で最も基本的な観念は数えることであり、数の概念が基本である。算術や代数で量とっているものは、拡張された意味での数のことであるから、量という曖昧な外物的観念は、幾何はしばらくおくとしても、中学校の数学から放逐すべきであると主張したのである。藤澤は『算術条目及教授法』において、次のように述べる。

算術ノ発端ニハ亦通例「量」ノ定義ヲ掲ケ

量トハ増減ノ出来ルモノヲ云フ

トアリ、此レハ勿論量ノ充分ナル定義ニアラズ、サレバトテ、他ニ名案モナキモノカラ、大抵ノ算術書ニハ此レト同意味ノモノヲ掲ケアリ、試ミニ此ノ定義ヲ批難セバ、増減ト云フ辞ノ意味ノ中ニハ既ニ已ニ量ノ観念ヲ含マザルヤ、兎ニ角ニ、未タ曾テ量ノ如何ナルモノナルヤヲ知ラザル人ノ、此ノ定義ニ依ツテ、量ノ正シキ観念ヲ得ルコト覚束ナカルベシ (p. 68)

算術ハ元來数及ヒ数ノ計算法ヲ論スルモノナリ算術ノ発端ニ於テ儀式的ニ量ノコトヲ論スルハ数ノ観念ノ儀式的説明ニ附帯セシメンガ為メナリ、其ノ他ニアツテハ、量ノコトヲ論スル必要ナシ、寧ろ方便的、便宜的ニ、名数 (英 Concrete numbers 仏 Nombres concrets 独 Benannte Zahlen) ナルモノヲ使用スルノ簡単ナルニ若カズ、 (p. 76)

量、単位ニ就キテハ

量トハ或ハ増シ或ハ減ルコトノ出来ルモノナリ、量ヲ計ルニハ、今計ラントスル量ト同ジ種類ノ一定量ヲ基本トス、此ノ基本ヲ此ノ種類ノ量ノ単位

⁴用語について一言つけ加えるならば、東京数学会社の訳語会（明治13年設立）で、数学の訳語制定のリストの第1番目に記されていたのは quantity で、ついで unit, number の順であった。初期の訳語会での訳語の草案者は中川将行で、quantity の訳語としては「数量」、number は「数」であったが、unit の訳語は示されず、訳語の欄に「？」と記されていた。Quantity については、「凡ソ増減シ得ベキモノ又其大小輕重ヲ計リ得ベキモノ之ヲ一トイフ」と注記されている。第1回の訳語会で quantity, number の訳語は原案通りに決定したが、unit の訳語が決まるのはずっと後のことである。なお、Alexander Wylie（偉烈亜力）と李善蘭による quantity の訳語は「幾何」である（geometry は「幾何学」、ただし時には「幾何」とも記されている）。山田昌邦の『英和数学辞書』（明治11（1878）年）では quantity を「幾何、量」、magnitude を「潤大」と訳している。東京数学会社の訳語会では quantity は「数量」であるが、magnitude は「大サ、量」である。藤澤の『数学ニ用キル辞ノ英和对訳字書』（明治22（1889）年）では quantity は「量」、magnitude は「大サ、量」である。藤澤の字書では quantity, magnitude の両方に「量」という訳語が用いられている。

ト名ヅク

ト云フ位ニテ満足スベシ、到底充分ナル説明ノ出来ヌコトニテ、唯儀式的ニ
掲クルモノナルガ故ニ、簡略ナレバ簡略ナルホド宜シ (pp. 156 - 157)

これは、当時の多くの算術教科書の冒頭に記されている、Euler の『代数学』第1部の最初にあるような記述は、単なる「挨拶」程度に解すればよく、また、算術では「量」を扱わず、「名数」を扱えば十分であるということであるが、ついで藤澤は次のようにいうのである。

数ノ觀念ノ由来スル所如何ニ係ハラズ、数ノ觀念ハ、宛モ「時」、「空間」ノ
觀念ノ如ク、実物界ヲ離レ量トハ独立ニ存在スルモノナリ、而シテ数学中、算
術、代数、整数論、微積分、函数論等ハ数ヲ論スル学問ナリ

数ノ本源ハ整数ニアリ、分数、不尽数ハ整数ヨリ出デタルモノニシテ、整数、
分数不尽数ヲ推シ拡メテ得タルモノハ負数及ヒ複素数ナリ、即チ「広キ意味
ニ於ケル数」トハ整数、分数、不尽数、負数、複素数ヲ包含シタルモノ、謂
ナリ、亦算術、代数、整数論、微積分、函数論等ニ於テ論スルモノハ此ノ外
ニ出デザルナリ

数学書中ニハ屢々「量」(Quantity) ト云フ辞ヲ見ルコトアリ、然レトモ此ノ
「量」トアルハ、推シ拡メラレタル意味ニ於ケル数ノ意ナリ、此ノ事ノ屢々初等
数学書ナドニテハ疎漏ニ打チ捨テ置カルハ不都合ノコトナリ、 (pp. 135 -
136)

旧キ微積分書ナドニテハ、量ト云フ辞ヲ固有ノ意味則チ物理学ニ於テ用キル
意味ニ用キタルガ如キ形跡ナキニシモアラズ、此レハ別ニ深キ思慮モナク、唯
漠然「量」ト云フ辞ヲ用キタルモノナルヘシト雖モ、抑モ亦当時不尽数ノ積
義確定セズ、単位ヲ以テ不盡量ヲ計ルト云フコトヨリシテ導キ出スニアラザ
レバ、不尽数ヲ説ク能ハズト思惟シタルノ影響ニアラザルナカランカ、蓋シ
不尽数ノ自然的、数学的ナル解釈ヲ得テ、量ト云フ觀念ヲ純粹ナル数学ヨリ
排除スルコトハ数学者多年ノ希望ナリシナリ、... 今日ハ最早、外物ノ補
助ヲ借ラズシテ、純粹ノ数学的道行キニヨリ不尽数ヲ整数分数ヨリ導キ来ル
コトヲ得ル様ニナレリ、算術、代数、整数論、微積分等ノ数ヲ論スル数学諸
科ヲシテ、数以外ノ觀念ヨリ純粹ニセントスル数学社会多年ノ希望ハ満足セ
ラレタリ、 (pp. 136 - 137)

斯クノ如ク、量ト云フ様ナル外物ノ数学(少ナクモ幾何学以外ノ数学)ニ不
必要ナルハ数学其ノ物ノ性質中ニ存在スルモノニシテ、従ツテ此ノ量ト云フ
様ナル外物的觀念ヲ数学中ヨリ放逐スルコト(方便トシテ存スルハ勿論別事
ナリ)ハ数学者、教育家ノ多年希望セルトコロナリシ、而シテ此ノ希望ハ今
日ハ最早満足セラレタルモノナリ (p. 140)

数学の進歩・発展に伴い、数学で取り扱われる数の範囲は次第に拡張されてきた。特
に、19世紀における数学の発展は、1870年代初めに Dedekind, Cantor の無理数論を生

み、これによって量 (quantity) の概念なしに自然数から出発して実数を構成することができるようになった。藤澤の「量は数なり」という主張は、このことをふまえて、Euler の『代数学』にあるような、18 世紀的な数学の考え方からの脱却を意図したものであり、その背後には Kronecker や Dedekind, Cantor などがある。

藤澤によれば、代数学の主たる内容は方程式である。そして、代数で取り扱う数の範囲は、自然数からはじめて、Hankel の「形式不易の原則」を指導原理として、段階的に拡張していくのである。藤澤は、有理数から実数への拡張は極限の概念を必要とするので難しいとして中学校の代数では厳密な取り扱いはしないが、幾何では「ユークリッドの比例論」は難しいが教授することが必要であるとしたのである⁵。また、古い代数の教科書では、はじめにもつぱら文字式の計算を扱い、ついで方程式を扱うというのが順序であったが、藤澤は、簡単な文字式の計算を済ませた後に一次方程式を扱い、代数に興味をもたせることが重要であるとしている。ただし、取り扱う数の範囲を拡張することに関しては慎重で、まず文字は正の整数を表すとして文字式を導入し、その段階で簡単な一次方程式を扱い、ついで負の数や分数を導入し、文字の表す数の範囲も拡張していくのである。この辺の順序は 19 世紀中期の代数の書物、たとえば George Peacock の “Treatise on Algebra” などを参考にしたと思われる⁶。そしてそこには、文字式を扱う場合に、文字の表す数の範囲、すなわち、考えている数の範囲（「現代的」ない方をするならば、「全体集合」）を明確にして論じるという、新しい代数学の考え方が見られる。

また藤澤は、不等式は、フランスの書物以外では、これまで代数ではあまり取り扱われてこなかったけれども、時間に余裕のある場合には不等式を扱うのがよいと述べている（『数学教授法講義筆記』, p. 359）。中学校の代数に不等式を取り入れることについては、「教授細目」の代数の項の備考にも同様のことが記されている。不等式は、19 世紀後半における数学、特に解析学の進歩・発展に伴って、その重要性が認識されてきたものである（不等式が「代数」で扱われるのは、Cauchy の “Analyse Algébrique” (1821) に始まる）。藤澤は、不等式という、これまで代数ではあまり取り上げられなかった新しい内容を代数に導入し、代数の教授内容を、数学の進歩・発展に伴い、より新しいものにして、20 世紀の新しい時代に適応するようにしようとしたのである。

『藤澤教授セミナー演習録』第 4 冊（明治 31 年）には中川銓吉の「四則ニ於ケル数学ノ基礎ヲ論ズ」が収録されている。これは四則演算の基本法則に注目して、整数から複素数までの数の体系を量の概念なしに構成することを扱ったもので、内容の大綱は藤澤の指導によるものであると考える。ページ数の制約もあったためと思うが、あまり詳細には論じられていない。複素数とその四則は、現代の用語を用いるならば、実数体上の 2 次元のベクトル空間に乘法を定義して体を構成するという立場で導入されている。中川は、複素数を平面上のベクトル、あるいは平面上の点として見ることができるという

⁵藤澤は極限の概念を中学校の数学に導入することを避けている。従って、連続量の取り扱いに関しても慎重である。算術では「量」を扱わず、「名数」で足りるとするもの、この考えに基づいている。

⁶Peacock の “Treatise on Algebra” の最初の版が出版されたのは 1830 年であるが、第 2 版は 2 巻本として 1842 - 45 年に出版された ([14])。第 1 巻は Arithmetical Algebra, 第 2 巻は Symbolic Algebra である。第 1 巻では文字は正の数を表すとして式の計算や方程式が扱われ、第 2 巻では負の数や虚数が導入されて第 1 巻の内容が深められていくという構成である。

ような、幾何的なことにはふれていない（これは藤澤の指導によるものであろうと考える）。しかし、中川の報告は、たとえば、これに加えて、その前年に出版された木村駿吉の『四元法講義』の最初の数ページを読んで少し考えるだけで、複素数の幾何的表示や、複素数とベクトルとの関連がわかるように記されている。

この『セミナー演習録』第4冊が刊行される直前に、高木貞治『新撰算術』が出版された。数の体系と初等整数論が述べられているが、量の概念に頼らずに（正の）実数を構成した後に、量（連続量）が定義され、量の理論が展開されている。本格的な数学の専門書である。高木はこの6年後の明治37年に、より洗練された『新式算術講義』を著すのである（その間に高木はドイツへ留学する）。

4. 幾何教育について

藤澤の算術と代数の教育に対する考え方は、『算術条目及教授法』および『数学教授法講義筆記』に詳細に述べられているし、藤澤の編纂した算術と代数の教科書からも知られる。これに対して、幾何については、『数学教授法講義筆記』に述べられてはいるが、算術や代数にくらべてはるかに簡単である。

藤澤は、わが国における幾何学の教授はよく整頓し、また、全国一定しているので、今日の方針で進んでも少しも差し支えがないと思うので、別にいうことも沢山ないと述べている。ついで藤澤は、幾何学の教授には三つの流派があるといい、それを

第一 いうくりっど流又ハ英国流

第二 仏蘭西流

第三 独逸最新流

と呼んでいる。そして、第一のものはわが国で行われてるものに似ているし、第二のものはフランスだけではなくドイツでも大分流行している、第三のものはJ. Henrici - P. Treutleinの著書（Lehrbuch der Elementargeometrie, 1882 - 1883）に代表されるものであるという。仏蘭西流の代表的な書物はLegendreあるいはRouché-Comberouseのものである⁷。必要に応じて代数を用い、また、ユークリッドの「原論」に基づく英国の伝統的な教科書に比して、立体幾何の内容が多いのが特徴である。しかし、ここで藤澤が「いうくりっど流又ハ英国流」と呼んでいるものは代数を用いないもの、「仏蘭西流」は代数を利用するものと解するほうが適切であると思われる。

そして藤澤は、わが国ではフランスのような「高等算術」をやらないので、わが国における幾何学の教授は、代数を取り入れた「フランス流」ではなく、「ユークリッド流または英国流」が適当で、幾何は「推理の法を練習し、緻密なる思想を養成し、論理法を鍛錬する」のが主な目的であるというのである（従って、幾何学教授の主な目的は論理的思考力の訓練であって、空間観念の養成ではない）。

これは藤澤の幾何教育に対する考え方であるが、当時の数学教育関係者には、それ以外の考えをもつ人々もかなり多かったのである。たとえば、明治29（1896）年にRouché-Comberouseの“Éléments de Géométrie”の平面幾何学の部分が樺正董（かば・まさただ）

⁷Eugène RouchéとCharles de Comberouseの共著の幾何学の書物は二種類ある。一つは“Traité de Géométrie”全2巻で、もう一つはこれより簡単な“Éléments de Géométrie”である。後者の邦訳は樺正董によりなされたが、前者については、後に小倉金之助により増補訳がなされた。

により邦訳され、出版されたが ([15])，寺尾壽はこれに序文を寄せ、その中で次のように記している：

尋常中学校等ニ於テ幾何学ヲ課スルノ目的ハ二ツアリ：
 一ツハ幾何学其物ヲ教フル為ニシテ，一ツハ幾何学ヲ以テ生徒ノ精神ヲ錬磨スル為ナリ。此第二ノ目的ハ非常ニ重要ナルハ勿論ナレドモ，重キヲ此ニ置キ過ギテ却テ第一ノ目的ヲ忘ルハ様ノ事アリテハ甚ダ宜シカラザルハ最モ觀易キ事ナリ。然ルニ近頃続々世ニ現ルハ所ノ所謂英国派ノ幾何学教科書ヲ見ルニ，生徒ニ必要ナル幾何学的智識ヲ与フルノ点ニ於テ甚ダ不完全ナル者多キハ大ニ憾ムベキ事ナリ。

そして、中学校の生徒に対して「豈不完全ナル幾何学ヲ授ケテ以テ足レリトスルコトヲ容サンヤ」という。ついで原著の特徴を簡単に記した後に、次のように述べるのである：

故ニ余ハ断言ス：彼ノ所謂英国派ノ幾何学ノ跋扈セル我ガ邦ノ教育社会ニ此書ヲ提出シ此ヲ以テ彼ニ代フルコトヲ得バ，我ガ邦ノ中等教育ヲシテ一大進歩ヲ仕遂ゲシメンコト疑ヲ容レズト。

この序文の日付は明治 29 年 10 月である。この序文に述べられた幾何教育に対する寺尾の考えと、藤澤の考え、およびそれが大きく影響している明治 31 年の「教授細目」（寺尾も委員であった）の幾何の目的とには違いがある。

藤澤は、論理的思考の訓練として幾何学を教授するためには、論証幾何に先だつて学ばせる、実験的ないしは直観幾何的な内容の「幾何学初歩」は有害であるとしてこれを斥けるのである。当時の中学校では、論証幾何学を学ぶ前段階として「幾何学初歩」という科目が置かれていた。「教授細目」には、幾何については、「幾何学ニ於テハ正確ナル思想ヲ養成シ推理力ヲ發達セシムルヲ目的トシ論理ノ厳格ナルヲ主眼トスヘシ」と記され、幾何学初歩については、幾何学初歩は「簡易ナル幾何学的形体ノ名称性質等ヲ教ヘテ幾何学教授ノ予備トナスモノ」であつて、「幾何学初歩ヲ授クルニハ模型及図画ヲ以テ説明シ定義及証明ハ之ヲ省クヘシ」，「幾何学初歩ヲ授クル際後ニ幾何学ヲ授クルニ至リテ障碍トナルヘキ弊害ヲ遺サハル様注意スヘシ」と記され、さらに「幾何学初歩ハ幾何学ノ初ノ部分ニアラス」，「幾何学初歩ハ全ク之ヲ省キ此時間ヲ以テ算術ノ授業時間ニ充ツルヲ得」と記されている。

「ユークリッド流」に論証的な幾何学を教授するという立場からは、『原論』そのものによって教授するという、英国での伝統的な方法も選択肢の一つであろうが、藤澤は『原論』に準拠した Todhunter のユークリッドではなく、英国での新しい幾何教育の考え方を基礎においた、菊池大麓の『初等幾何学教科書』を推薦している。これは一つには『原論』のままの古典的な幾何教育ではなく、新しい時代に適した幾何教育をという考えによるものと思うが、加えて、菊池の教科書は翻訳や翻案ではない、日本語で書き下ろされた書物であつて、数学の文体についても慎重に考えられて著されていることも大きく影響していると考えられる。

菊池の『初等幾何学教科書』は、大綱は英国の Association for the Improvement of Geometrical Teaching (略称 AIGT) の“Syllabus”に基づいたものであるが、「比例論」の部分は AIGT の Syllabus ではなく、ユークリッド『原論』に基づいている。

幾何の中で、軌跡や比例論は難しいといわれていた。軌跡については、菊池の教科書では、

某ノ要件有リ；一ツノ線，或ハ線ノ一部分，或ハ線ノ一群（如何ナル線ニテモ）ノ上ニ在ル各ノ点ハ何レモ皆此要件ニ適シ，其他ニハ曾テ之ニ適スル点無ケレハ，其線或ハ線ノ部分或ハ線ノ群ヲ其要件ニ適スル点ノ軌跡ト称ス。

と軌跡を定義し、ついで、 X が要件 A に適する点の軌跡であることを確定するためには、次の二つの命題を証明することが必要かつ十分であると述べる：

- (i) 若シ一ツノ点ガ要件 A ニ適スレハ， X ノ上ニ在リ；
- (ii) 若シ一ツノ点ガ X ノ上ニ在レハ，要件 A ニ適ス。

そして、この二つの命題⁸ を証明する代わりに、それぞれの対偶を証明してもよいことが注意され、ついで、この証明法によって、いくつかの例（基本的な軌跡）が示されている。

これに対して、藤澤は、軌跡については「外ニ仕方ハアリマセヌカラ別ニ申上ゲルコトハアリマセヌ」と述べている。なお、菊池の『幾何学講義』第1巻には「軌跡ノ原語ハ locus ニシテ単ニ場所ト云フ意義ニ過ズ，之ヲ軌跡ト訳シタルハ点ガ動クト考フルヨリ来リタルナリ：……点ガ要件ニ適シツ、動キテ画ク所ノ線ガ軌跡ナリ」という記述があるが、教科書のほうには点の運動に関する記述はない。藤澤も点の運動という見方についてはふれていない。

比例論については、菊池の教科書では、比を

一ツノ量ト同シ種類ノ他ノ量ノ比トハ前者ト後後ト「何倍ナリヤ」ニ付テノ関係ナリ。

と定義しているが、藤澤はこれを次のように変えてみたいという：

一ツノ量ト同ジ種類ノ他ノ量ノ比トハ後後ヲ以テ前者ヲ計ルノ意ヲ以テ前者ヲ後後ニ較ベタル関係ナリ

そして藤澤は、比の定義をすることは困難であるが、「計る」という言葉があるのがこの定義のうまみであって、計るという言葉を知ってはじめて比の考えがありありとわかるのであるといい、ここで注意すべきことは、この二つの量の関係的あるいは比較的の大きさにのみ着目して、その絶対的の大きさには注意しないということであると述べ、さらに、この「計る」ということは、通俗にいう「計る」という言葉、たとえば物指で物を計るというときの計るということと同じ意味であると述べている。そして藤澤は、比例論を教授するに際しては、原論に準拠した菊池の教科書の方法ではなく、もっと「量を計る」という立場を前面に出したものにしようかと提案するのである。

すなわち、原論にあるような倍量による挟み合いではなく、たとえば長さを計るとき、ある単位で計りきれなければ、それより小さい単位で計るように、一方の量を2等分、3

⁸菊池の教科書では「命題」ではなく「定理」という用語を用いている。

等分, 4等分... . . . したものによって次々に計っていくという方法をとってはどうかというのである。藤澤は, ユークリッドがこの方法をとらなかったわけも考えられるが, ユークリッドの懸念はあるにもかかわらず, 中学校などではこの方法のほうがよいと考えたと述べている (『数学教授法講義筆記』, pp. 387 - 406)。藤澤は, 算術と代数からは「量」を排除したが, 幾何では「量」を扱うこと, そして, 中学生にはこの方法のほうがわかりやすいであろうと考えたためであると思われる。

この提案に対して, 菊池大麓は慎重な態度を示している (『幾何学講義』第二巻, pp. 200 - 201)。菊池が慎重なのは, その場合には, Clifford が指摘しているように, 「量 (連続量) は任意の個数に等分することができる」ということを認めないといけないということが一つの要因であると考ええる。すなわち, このことを曖昧にしたまま藤澤の提案した方法によるならば, 菊池が教育上の害悪これより甚だしいものはないとして強く非難する, 「困難ナル条項ヲ説クニ尤モラシク而モ其实推理上大欠点アル論法ヲ用キル」こと (『幾何学講義』第二巻, pp. 170) になるからである。

5. 藤澤の教育思想とその背景

以上述べた藤澤の数学教育に対する考え方と, その背景にあるものについて若干の考察を試みる。

(1) 算術で社会生活に必要な事項を含めて扱うことは, 代数と幾何では純粋な数学そのものを教授するためである。しかし, 当時の中学校では, 病気や, 経済的あるいはその他の理由で, 中途退学する生徒がかなりあった。そのため, 結果として, 算術 (第1, 第2学年に配当されていた) を学んだだけで退学しても, 算術を通して, 社会生活に有用なある程度の知識が得られたと考える。しかし, 藤澤はそのようなことには言及していないので, 藤澤の考え方の背後にこのような配慮があったかどうかについてはわからない。

(2) 藤澤は, 「数学教授法」の講義では, (少なくとも中学校の数学に関しては) 数学を静的なものとして見ており, 動的なものを排除している。たとえば, 代数で扱うものは文字そのものや方程式の未知数であるとし, 代数に変数の概念, 従って函数の概念を導入することを排斥している。函数値 (あるいは式の値) の変化を問題にするというのは, 物理に関連することとして, 代数では扱わないようにしたいともいっている。幾何で, 軌跡をわかりやすくする一つの方法は, 点の運動という見方であるが, 藤澤はそのようなことには言及せず, 軌跡は難しくても, 他に方法がないからと述べているのは, 数学を静的なものとしたためであると考ええる。

(3) 藤澤は, 数学は論理的なものであるとして, 直観に頼ることや, 外物の助けを借りることを斥けている。外物の助けを借りず頭脳を鍛錬することが重要であると考えたためである。算術や代数の問題を図を描いて考えることは, 論理を重視するとともに, 最初の段階の方便としてはともかく, 好ましくないとしている。

(4) 藤澤によれば幾何学教授の主な目的は論理的思考力の鍛錬である (空間概念の養成ではない)。従って, 授業時間数が少ないならば立体幾何を扱わず, 平面幾何だけでもよいことになる。

実際、明治34年3月制定の「中学校令施行規則」では、第七条に、

数学ハ数量ノ関係ヲ明ニシ計算ニ習熟セシメ兼テ思考ヲ精確ナラシムルヲ以
テ要旨トス
数学ハ算術、代数初歩及平面幾何ヲ授クヘシ

と記され、従前の中学校数学の内容から立体幾何と三角法が削除され、代数は「代数初歩」に改められたのである。これは数学は授業時間数に対して内容が多すぎるという批判に答えたものであるが、数学の内容削減、特に立体幾何と三角法の削除に対して、当時帝国大学総長であった菊池大麓は反論し、『教育時論』誌上で、中学校数学から立体幾何と三角法を除くことには反対であり、授業時間が少ないというならば、教授内容を若干削減したり、内容の配列や教授法を工夫したりしてでも残すべきであると主張したのである。そして、同誌上で、菊池と沢柳政太郎文部省普通学務局長との間で論争が行われたのである。そして翌明治35年2月、中学校令施行規則が改められ、第七条第二項は

数学ハ算術、代数幾何及三角法ヲ授クヘシ

と、従前と同様なものに改められたのである（このときの文部大臣は菊池である）。この一連の経緯は、普通は菊池と沢柳との間の論争と考えられているが、その背後には菊池と藤澤の数学教育観の相違があると考えられる（[11]）。

(5) 論証的な幾何学を教授するという立場をとりながらも、ユークリッドの『原論』そのものによって教授するのではなく、英国での新しい幾何教育の考え方を基礎においた、菊池大麓の『初等幾何学教科書』を推薦しているのは、藤澤は当時の時代に合った、新しい幾何教育を行うべきことを主張したと考える。これは算術・代数からの「量」の排除と同じく、当時における数学教育の「現代化」の思想に基づいている。

(6) 「幾何学初歩」を斥けたことは、当時は「幾何学初歩」のための適当な教科書に乏しく、また、論証幾何の前段階としての幾何の指導法も確立していなかったこともあるが、「幾何学初歩」は安易な直観に頼ることを教え、論証幾何学を教授する上で障害となるということが理由である。また、「幾何学初歩」の直観的方法は、和算における幾何の思考法に通じるものがある。藤澤は和算を過去のものとして見ており、西洋数学、さらには西洋の学問・技術を学び、それによって日本の近代化を図る上では、和算的思考からの脱却が必要と考えていたと思われる。和算の思考法にも通じるところのある「幾何学初歩」は、その面からも好ましいものではなかったと思われる。しかし藤澤は、1900年の国際数学者会議において、日本の数学（和算）の紹介の講演を行っているのである⁹。

(7) 数学を学んでいく上では、論証とともに直観は重要である。藤澤は、直観の重要性についての認識が少し不十分であったといえるであろう。これは、藤澤が直観型の数学者ではなかったか、藤澤がベルリンで学んだ数学（Weierstrassの影響を受けていた）の影響か、そのいずれか（あるいはその両方）であると考えられる。

⁹この講演の記録“Note on the Mathematics of the Old Japanese School”は、この会議の『記録（“Comptes Rendus”）』以外に、『藤澤博士遺文集』下巻（1935）、pp. 169 - 185に収録されている。

6. 生徒に教授する数学と教師が心得ておくべき数学

藤澤は、生徒に教授する数学については、前節までに述べたような考えをもっていたが、『数学教授法講義筆記』末尾の「進デ高等数学ヲ研究スルノ方針」において、教師に対して、さらに数学を学ぶ場合の書物として例示されているものの中には、生徒に教授することは適当でないとして排斥した考え方に基づく書物もいくつか記されている。たとえば、寺尾の『算術教科書』に代表される、フランス流の理論算術については、わが国には適当でないとして、中学校に取り入れることを排斥したのであるが、教師に対しては、寺尾の算術教科書は、量を基礎においた高等算術の書物として、読むことをすすめているのである。また、フランスのBosの代数の邦訳（千本福隆、櫻井房記訳）については、「原書もよく翻訳もよくできている」といっているが、この書物は式（函数）の値の変化やグラフを重視した代数の書物である。このように、藤澤は、生徒に教授する数学と教師が心得ておくべき数学とを区別し、教師は数学の知識を豊富にするとともに、いろいろな考え方に接して学力を向上させるようにすべきであること、そしてそれが将来のわが国の数学教育の進歩・発展につながることを認識していたと考える。

幾何に関しては、藤澤は解析幾何に関連して、L. Cremonaの“Elements of Projective Geometry”（2版、1893）をすすめる。これは解析幾何ではないが、これを見ると余程種類のことが解ると述べている。これは、射影幾何まで見ることによって、新たな視野が開け、そのような知識をもって幾何を教授することによる教育上の効果は大きいと考えたためと思われる。

ただし、藤澤は「数学」を純粋数学の枠内で考えており、応用数学ないしは数学の応用についてはあまり言及していない。算術で社会生活に必要なことがらを含めて教授すること、算術や代数の応用問題（文章題）、および三角法に、応用とのつながりが見られるだけである。それ以外では、藤澤は応用的なものは意識的に排除しているようにも見受けられるのである。

ここで注目すべきは、藤澤の『続初等代数学教科書』（明治33（1900）年）である。緒言（明治33年1月）には「本書ハ主トシテ中学校ニ於テ補習科ヲ設ケタル場合若シクハ高等学校ニ於テ中学程度ノ代数学ヲ復習スル場合若シクハ万万一中学校ノ代数学科授業時間ニ余裕ヲ生ジタル場合ニ於ケルノ用ニ供センガ為メニ編纂セルモノナリ」とある。内容は次の通りである。

- 第一編 雑論
- 第二編 方程式
- 第三編 不等式
- 第四編 方程式（第二編ノ続キ）
- 第五編 無限大及不定形
- 第六編 雑定理
- 第七編 二項定理
- 第八編 対数

第一編では有理整式、対称式、交代式、未定係数法、最大公約数、最小公倍数などが扱われ、第六編では省略開平法の原理、複素数、多角数、順列、組合せなどが扱われて

いる（順列，組合せの応用としての確率の初歩についてはふれられていない）。第三編で不等式が扱われていることは注目してよいであろう。方程式については，取り扱われているのは二次方程式および二次方程式に帰着される分数方程式，無理方程式，簡単な高次方程式であり，「高等代数学」の内容である三次方程式の根の公式などは取り扱われていない。第四編には「二次方程式ノ根ノ吟味，二次式ノ値ノ変化，分数式ノ値ノ変化，極大極小」という項目があり，そこでは判別式を用いて二次式や分数式のとり値の範囲を求めることや，極大・極小について記されていて，「函数」という用語も用いられている。函数については次のように記されている。

変数 x ヲ含ミタル代数式アリ，今之ヲ y ト名ヅクレバ， x ニ或ル値ヲ与フル毎ニ恒ニ之ニ対応スル y ノ値ヲ得ベク， x ノ値ノ変化スルニ連レテ y ノ値モ亦変化スベシ，而シテ y ノ値ノ変化ガ x ノ値ノ変化ニ關聯スルヲニ着目シテイフ場合ニ於テハ， y ハ x ノ函数ナリトイフ

函数トイフ辞ハ広ク数学全体ニ通シテ用キラルルモノニシテ，代数式ノ外ニ尚ホ初学者ノ未ダ学バザル種種ノ函数アリ，乃代数式ハ函数ノ格段ナル一ノ種類ナリト知ルベシ (p. 178)

ついで，具体的な二次式を例にして函数の値の変化，極大・極小が説明され，判別式を利用して二次式や分母・分子が二次式である分数式のとり値や極大・極小を扱っている。ただし，これらの事項の取り扱い，初等代数の枠内でなされているので，いささか不十分である。三次函数 $(x-1)(x-2)(x-3)$ の極大・極小を取り扱っているが，初等代数の枠内で取り扱うため，技巧的な方法を用いて，相加平均と相乗平均の不等式に帰着させている。グラフについては一言もふれられていない¹⁰。第五編での無限大の扱いも，代数の枠内にこだわったため，記述は不十分（不完全）であり，19世紀中期以降の数学の発展をふまえた，極限の概念に基づいたものにはなっていない。藤澤は中学校で極限に関わる内容を取り扱うことは避けているのである。少しきびしい方をするならば，藤澤は「幾何学初歩」を論証幾何学を学ぶに有害であるとしたが，同様に，無限大に関する不完全な理解は，後に極限を学ぶ際に障碍となると思われるのである。実際，「教授細目」には，当時，時に行われていた代数の中での無限大の形式的な取り扱いについて，不適當として「無限大ハ全ク之ヲ省クヘシ」と記されているのである。

この書物は中学校から高等学校への移行段階（初等数学から高等数学への移行段階というほうが，より適切な表現であろう）のものであるから，このように編纂されたと思うが，前年夏の「数学教授法」の講義では，藤澤は，代数で比例関係の函数的な見方や式のとり値の変化（variation）を扱うことについては，否定的な見解を述べているのである。その他，この本には講義では「普通教育ではそこまでは必要ない」と述べているいくつかの内容も含まれている。講義の後の数箇月の間に藤澤の考えに変化があった見てもよいかどうかについては，さらなる検討が必要である。

藤澤の数学教育に対する考え方と，それが大きく影響している明治35（1902）年の中学校の数学の教授要目は，小倉金之助の『数学教育史』（昭和7（1932）年）以来，当時世

¹⁰藤澤は，後年にいたるまで，学校数学への函数やグラフの導入には否定的な考え方であったという。

界の数学教育が向かっていた方向と反対の方向を目指していたと批判され、戦後は、数学教育から量を排除したと批判されることがしばしばあった。しかし、これは後になってからの批判である。たしかに、明治35年の前年の1901年10月には、John PerryがGlasgowで講演“The Teaching of Mathematics”を行っているが、その時点ではこれが20世紀の世界の数学教育にどのような影響を及ぼすかは、予測できなかったであろう（また、その考え方を考慮に入れるにしても、明治35年2月の教授要目には、時間的に間に合わなかったであろう）。「量は数なり」として算術と代数から「量」を排除したことは、中学校の数学ではそれで一応は何とかなったと思われる。なお、藤澤はもっぱら中学校の数学教育について論じ、小学校の算術についてはほとんど言及していないのであるが、藤澤の中学校数学教育に対する考え方は、小学校の算術教育にも影響を及ぼしたのである。

7. おわりに

要約すれば、藤澤によれば、中学校の数学の主要な目的は、数学を通しての精神的鍛錬、頭脳の訓練である。そして藤澤は、19世紀における数学の進歩・発展をふまえて、中学校の数学教育を新しいものにしようという、当時における「現代化」を意図したと考える。当時のわが国において重要なのは論理的思考力の訓練であったので、幾何に関しては、新しい形でのユークリッド流を適当としたと考える。

藤澤の考え方は1960年代から70年代へかけてのブルバキ的「現代化」の思想と共通するものがある。しかしブルバキが「数学は一つ」という立場であるのに対し、藤澤は数学の各分科を尊重し、各分科固有の考え方と方法を重視する立場であり、また、中学校数学を初等数学の枠内で考えている。それは19世紀における数学の発展と、当時の中等教育の状況を反映したものであったが、今日から見れば、19世紀末における藤澤の「現代化」の考えには不十分な点があったといえる。その一つは函数概念の学校数学への導入に消極的であったこと¹¹、もう一つは、「既製」の、整備された体系的な数学を教授することに止まり、「発見的方法」についての配慮がなかったことである。加えて、藤澤の考え方が強く反映されている明治35（1902）年の中学校数学教授要目の思想が、理由はあるにせよ、本質的には昭和6（1931）年に教授要目が改正されるまで続いたこともあって、後に、藤澤の数学教育思想は反動的であると批判されるようになったのである。

参考文献

- [1] Cauchy, Augustin-Louis, *Cours d'analyse de L'École Royale Polytechnique; 1re Partie, Analyse algébrique*, Paris, 1821. (Reprinted: Gabay, Paris, 1989).
- [2] Euler, Leonhard, *Vollständige Anleitung zur Algebra*, St. Petersburg, 1770. (*Leonhardi Euleri Opera Omnia, Serio Prima, Opera Mathematica, I - 1* (1911) に収録).
- [3] 藤澤利喜太郎『算術条目及教授法』, 1895 (明治28年).

¹¹藤澤は、東京帝国大学で多年にわたり「函数論」を講義していた。それだけに、かえって函数の概念は難しく、これを中学校の数学に導入し、すべての中学生に教授することは無理であると考えたのかもしれない。

- [4] 藤澤利喜太郎『算術教科書』, 全2巻, 1896 (明治29年), 大日本図書.
- [5] 藤澤利喜太郎『初等代数学教科書』, 全2巻, 1898 (明治31年), 大日本図書.
- [6] 藤澤利喜太郎『続初等代数学教科書』, 1900 (明治33年), 大日本図書.
- [7] 藤澤利喜太郎『数学教授法講義筆記』, 1900 (明治33年), 大日本図書.
- [8] 菊池大麓『初等幾何学教科書』平面幾何学, 1888 - 1889 (明治21 - 22年), 立体幾何学, 1889 (明治22年), 文部省, (後には大日本図書から出版).
- [9] 菊池大麓『初等幾何学教科書随伴幾何学講義』全2巻, 1897, 1906 (明治30, 39年), 大日本図書.
- [10] 木村駿吉『四元法講義』第一巻 緒論, 1897 (明治30年), 内田老鶴圃.
- [11] 公田 藏「明治期の中学校の数学教育 - 明治34年制定「中学校令施行規則」とその改正に関連して -」, 『数学教育史研究』4 (2004), 1 - 11.
- [12] 文部省高等学務局『尋常中学校教科細目調査報告』, 1898 (明治31年).
- [13] 小倉金之助『数学教育史』, 1932 (昭和7年), 岩波書店.
- [14] Peacock, George, *Treatise on Algebra*, 2 vols., Cambridge and London, 1842 - 45, Reprinted, Dover Publ., 2004.
- [15] ルーシエ、コンプルーヌ共著, 樺正董抄訳『平面幾何学教科書』, 1896 (明治29年), 三省堂.
- [16] 高木貞治『新撰算術』, 1898 (明治31年), 博文館.
- [17] 高木貞治『新式算術講義』, 1904 (明治37年), 博文館.
- [18] 寺尾 壽『中等教育算術教科書』全2巻, 1888 (明治21年), 敬業社.