

Vortical structure formation in a transient state of free convection turbulence

京都大学大学院・理学研究科 八登浩紀, 小笠原健, 松本剛, 藤定義
(Hiroki Yatou, Takeshi Ogasawara, Takeshi Matsumoto, Sadayoshi Toh)
Graduate School of Science, Kyoto University

1 はじめに

流体中における混合現象は, 工学的な応用上の見地から非常に重要である. この混合は乱流によって大幅に促進されることが広く知られており, 高レイノルズ数における一様等方性乱流や自由せん断流, ジェット流, チャンネル流, 境界層などにおいて広く研究されてきた [1].

この乱流混合は, 大きく分けて次の 3 つの段階に区分できる: (1) entrainment (2) dispersion (3) diffusion [2]. これらの 3 つの段階は, 混合が起きる空間スケールの大きさに対応しており, 順に小さなスケールでの混合を表している. このうち, 乱流が混合の振る舞いに大きく寄与するのは (2) dispersion のフェーズであると考えられるが, 定常乱流下においては, 各スケールでの混合現象は互いに関連しながら複雑な振る舞いを呈しており, 乱流による混合促進という現象への理解を難しくしている.

一方, 流れの乱流化プロセスは, 非線形性によって引き起こされる中小スケールの構造形成と結びつけて考えることができる. この構造形成として, 渦層の巻き上がりが考えられる [3, 4, 5]. 渦層を記述する二流体境界の巻き上がりは二流体の混合に大きく寄与すると考えられ (図 1), 乱流混合の定性的, 定量的記述のために, まずこの構造形成の素過程を理解することが重要である.

そのために, 本研究では滑らかな流れから乱流への遷移過程, つまり乱流の初期値問題に着目する. 定常乱流と比べて遷移段階においては, 実空間における構造を取り出すことが比較的容易になると考えられるためである. このような初期値問題は, 従来さまざまな系で扱われている. たとえば, Holm and Kerr (2002) においては 3 次元 Navier-Stokes 乱流の初期値問題が, Mininni, Pouquet and Montgomery (2006) においては 3 次元 MHD 乱流の遷移過程が数値的に研究されている [6, 7]. しかし, 3 次元方程式系の数値計算の場合, 小スケールの構造形成が十分におこるような低粘性の計算をするために, 十分大きいメッシュ数をとることは, 現状の大型計算機の能力をもってしても困難である.

そこで本研究では, 2 次元の自由熱対流系を扱う. 後述するように, 2 次元自由熱対流乱流は, 3 次元 Navier-Stokes 乱流と類似の性質をもつが, 2 次元系であるため数値計算においてより低粘

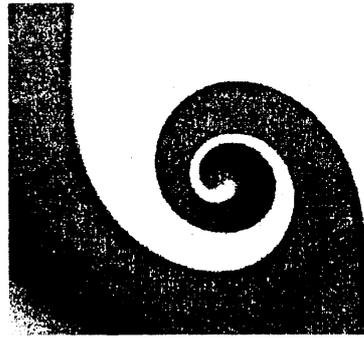


図1 渦層を記述する二流体境界の巻き上がりと二流体の混合.

性の計算を行うことが可能となる.

次節より, 我々の扱う 2 次元自由熱対流系と我々の行った数値計算に関してより詳細に述べる. また, 数値計算で得た結果や線形安定性解析の結果について記述する.

2 基礎方程式と数値計算法

2.1 基礎方程式

本研究では, 2 次元自由熱対流系を扱う. 自由熱対流系とは平均温度勾配を与えない熱対流系を指し, 支配方程式は, 次に記述する 2 次元 Boussinesq 近似方程式である:

$$D_t \mathbf{u} = -\nabla p / \rho_0 + (-1)^{h+1} \nu_h \Delta^h \mathbf{u} + \alpha g T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$D_t T = (-1)^{h+1} \kappa_h \Delta^h T. \quad (3)$$

自由熱対流系は, 3 次元 Navier-Stokes 方程式系といくつか類似点があることが知られている. まず, 上記の 2 次元 Boussinesq 近似方程式系は, 3 次元 Navier-Stokes 系の軸対称旋回流と類似の表式をもつ. 加えて, 3 次元 Navier-Stokes 乱流におけるエネルギー ($u^2/2$) に対応する量として, 温度ゆらぎの 2 乗 ($T^2/2$) が順カスケードを起こすことが知られており, それに伴い, 定常乱流において Bolgiano-Obukhov スケーリングが観測される [8]. この Bolgiano-Obukhov スケーリングは, 本研究で扱う減衰乱流においても, 準定常状態において一時的に観測される.

2.2 数値計算法

基礎方程式を 2 重周期領域 $[0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$ において数値的に解く. 空間方向の離散化スキームは擬スペクトル法を用いた. 用いた解像度は, $(1024)^2$ から $(32768)^2$ である. 式 (1) においては, 一般性を失うことなく $\alpha g = 1$ とおける. また, 簡単のため, プラントル数 $Pr = \nu/\kappa = 1$ とおいた.

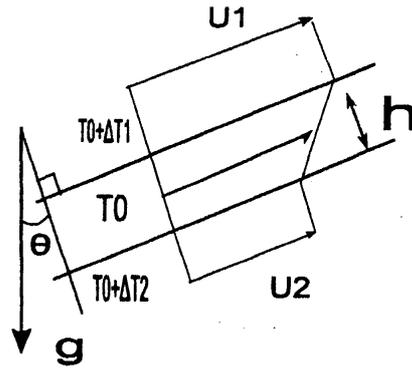


図2 本研究で対象とする熱対流系での温度境界 (渦層) の概念図. g は重力 (浮力) を表す. 線形安定性解析はこの概念図のとおりに行われる.

本研究では, 非線形性が卓越する慣性領域での振る舞いに興味があるため, 粘性の効果を極力抑えるために超粘性 Δ^8 を用いた. 粘性係数は, 解像度に応じて $\nu_h = 10^{-40} \sim 10^{-61}$ とした.

初期場は次の式で表されるものを使用する [9]. この初期場は低温領域と高温領域, そして高温から低温に遷移する温度境界で構成され, この温度境界の時間発展が解析対象となる (図2).

$$T = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\pm |x - \frac{\pi}{2} \pm a \sin y|}{\sqrt{2}w} \right) \right], \text{ for } x \leq \pi. \quad (4)$$

$$\omega = \pm 0.1 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{\pi}{2} \pm a \sin y}{w} \right)^2 \right], \text{ for } x \leq \pi. \quad (5)$$

この計算領域においては, 基礎方程式系および初期場は次の変換に対して対称性を有する:

$$(x, y) \rightarrow (2\pi - x, y),$$

$$(x, y) \rightarrow (\pi - x, 2\pi - y).$$

この対称性を利用して, 実際の数値計算においては $1/4$ の計算領域のみを用いて時間発展を解いている.

3 結果

この初期場の時間発展の振る舞いを述べる. まず最初の段階では, 温度境界は浮力によるシアーをうけ, 時間とともに徐々に細くなっていく. このバロクリニックな効果により, 温度境界上の渦度は時間とともに上昇する. その後, 系が周期的であるため, 上下に移動していた高温, 低温の温度塊が衝突し, 流れの振る舞いが変わる.

不安定化した温度境界は, 次第に巻き上がりはじめ, らせん構造が形成される. このらせん構造の形成は, 温度境界を隔てた高温部と低温部の二流体が混合していることを表す (図1). その後, この巻き上がりにより, らせん構造周辺において温度境界が大きく引き伸ばされて不安定化する.

そしてその場所に、より小さいスケールの、形状のよく似たらせん構造が形成される。この新しい構造の近傍には、その後さらに小さいスケールの構造ができるといったように、この過程は連続的に自己相似的に起こっているように見える [10]。

この連続的な構造形成は粘性の値に関わらず観測された。一方、低粘性の数値計算においては、これとはまったく異なるらせん構造形成プロセスが見出された。これは、先ほど述べた連続的に形成されるらせん構造の周辺に、微細ならせん構造が一斉に大量に形成されるというものである。線形安定性解析 (図 2) の結果から、この構造形成は Kelvin-Helmholtz 不安定性に起因して起こることが認められた。

線形安定性解析のより詳細な結果や構造形成に対する非線形性や浮力の効果については、今後さらに研究を進めて報告する予定である。

謝辞：本研究の数値計算は、基礎物理学研究所の大型計算機 SX-8 を使用させていただいた。

参考文献

- [1] P.E. Dimotakis. Turbulent mixing. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 37, pp. 329–356, 2005.
- [2] C. Eckart. An analysis of the stirring and mixing processes in incompressible fluids. *J. Mars. Res.*, Vol. 7, pp. 265–275, 1948.
- [3] 坂上貴之. 渦層の時間発展と特異点 ～それでも渦層は巻き上がる？～. *物性研究*, Vol. 82, pp. 1–44, 2004.
- [4] G.M. Corcos and F.S. Sherman. Vorticity concentration and the dynamics of unstable free shear layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 73, pp. 241–264, 1976.
- [5] R. Krasny. A study of singularity formation in a vortex sheet by the point-vortex approximation. *J. Fluid Mech.*, Vol. 167, pp. 65–93, 1986.
- [6] D.D. Holm and R. Kerr. Transient vortex events in the initial value problem for turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 88, p. 244501, 2002.
- [7] P.D. Mininni, A.G. Pouquet, and D.C. Montgomery. Small-scale structures in three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, p. 244503, 2006.
- [8] S. Toh and E. Suzuki. Entropy cascade and energy inverse transfer in two-dimensional convective turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 73, pp. 1501–1504, 1994.
- [9] 藤定義, 松本剛, 山田良透, 宮下尚. A double-exponentially growing solution of the two-dimensional ideal boussinesq equations: its further evolution stages and response to disturbances. *数理解析研究所講究録*, Vol. 1425, pp. 65–77, 2005.
- [10] H. Yatou, T. Ogasawara, T. Matsumoto, and S. Toh. Self-similar structure formation process in thermal turbulence. In J. M. L. M. Palma and A. S. Lopes, editors, *Advances in Turbulence XI*, pp. 367–369. Springer, 2007.