数理解析研究所講究録
第 1643 巻 2009 年 139-147

売買コストを考慮したシミュレーション型資産配分問題

A Simulation Type Asset Allocation Problem Using Transaction Costs

秋田県立大学大学院システム科学技術研究科　渡部 亮 (Takashi Watabe)
Department of Systems Science and Technology, Akita Prefectural University
株式会社エフケイ　吉田 佳代 (Kayo Yoshida)
FK, Co., Ltd.
秋田県立大学システム科学技術学部　木村 寛 (Yutaka Kimura)
Faculty of Systems Science and Technology, Akita Prefectural University

1. はじめに

資産配分問題とは，株式や債券といった複数の資産区分の組合せを決定する問題であり，近年，多期間にわたる資産配分問題の研究が盛んに行なわれている [2].

本研究では，株式や債券などの危険資産の資産配分問題について，実務上の性質を持った売買コストを考慮したシミュレーション型多期間資産配分モデルを提案する．また，危険資産の中でも，株式や債券などとはコストの面で性質が異なる，投資信託型危険資産の性質をも導入した最適資産配分モデルについても提案する．

2. 資産配分問題におけるリスク評価とシミュレーション型モデル

資産配分問題において，代表的なリスク評価モデルに平均・分散モデル (Markowitz, 1959) がある．また，近年，下方リスク尺度を用いたリスク評価モデルとして，下方リスクモデルが研究されており，下方リスク尺度の下方部分積率 (Lower Partial Moments, 以下，LPM と呼ぶ) を用いたシミュレーション型多期間確率計画モデル（以下，シミュレーション型モデルと呼ぶ）が提案されている [2]. シミュレーション型モデルとは，乱数発生によって複数のパス（シミュレーション経路）を生成し，投資比率や投資額，あるいは投資量を決定変数とし，最適なリバランスを意思決定するためのモデルである．以下，代表的なリスク評価モデルである平均・分散モデルについて概要を説明する．

2.1. 平均・分散モデル

n 種類の資産 $S_j\ (j=1,\dots,n)$ の，現時点における単位あたりの価格を P_j，期末の価格を $\tilde{P}_j$，配当金を d_j とする．資産 S_j の収益率 R_j を，

$$R_j = \frac{\tilde{P}_j - P_j + d_j}{P_j} \tag{1}$$

と定義したとき，ポートフォリオ $x=(x_1,\dots,x_n)^\top$ に対する収益率 $R(x)$ は，

$$R(x) = \sum_{j=1}^{n} R_j x_j \tag{2}$$

と表される．また，収益率 R_j の期待値を r_j，R_j と R_k の共分散を σ_{jk} とすると，期待収益率 $E[R(x)]$ と分散 $V[R(x)]$ は，次のように表される．

$$E[R(x)] = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j. \tag{3}$$

$$V[R(x)] = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \sigma_{jk} x_j x_k \qquad (j = 1, \ldots, n;\ k = 1, \ldots, n). \tag{4}$$

平均・分散モデルは，期待収益率 $E[R(x)]$ を一定値 ρ に固定したとき，分散 $V[R(x)]$ をリスクと捉えて最小化することを考え，次に示すモデルとして定式化される [4]．

$$\textbf{minimize} \quad \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \sigma_{jk} x_j x_k \tag{5}$$

$$\textbf{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} r_j x_j = \rho \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \qquad x_j \geq 0 \qquad (j = 1, \ldots, n) \tag{7}$$

2.2. 本研究の方針

資産配分において，実際に危険資産の取引を行なう際，取引額そのものだけでなくその売買コストを考えることが重要となる．なぜならば，取引額が大きくなるほどそのコストは増大し，無視できない金額となるためである．実際に，取引額に応じて段階的なコスト額が設定されていることが多く，取引額別売買コストの実例として個別株と，あるいくつかの投資信託にかかる売買コストの例を以下の表1および表2に挙げる．

表 1: 個別株の取引額別売買コストの例（野村證券 [7]，2008 年 8 月現在）

区分	取引額	売買コスト額
1	0 円（取引なし）	0 円
2	0 円超 20 万円以下	2,730 円
3	20 万円超 50 万円以下	(取引額) × 1.3650%
4	50 万円超 70 万円以下	(取引額) × 1.0500% + 1,575 円
5	70 万円超 100 万円以下	(取引額) × 0.9030% + 2,604 円
6	100 万円超 300 万円以下	(取引額) × 0.8400% + 3,234 円
7	300 万円超 500 万円以下	(取引額) × 0.8085% + 4,179 円
8	500 万円超 1,000 万円以下	(取引額) × 0.6720% + 11,004 円
9	1,000 万円超 3,000 万円以下	(取引額) × 0.5460% + 23,604 円
10	3,000 万円超 5,000 万円以下	(取引額) × 0.2520% + 111,804 円
11	5,000 万円超	(取引額) × 0.1050% + 185,304 円

表 2: 投資信託の売買コストの例（ニッセイアセットマネジメント [8], 2008 年 8 月現在)

銘柄名	売買コスト率	信託報酬率	監査報酬率
ニッセイ日本ストラテジックオープン	3.150%	2.835%	0.315%
ニッセイクオンツグロース	2.100%	1.050%	0.315%
ニッセイ日本勝ち組ファンド	2.625%	1.050%	0.315%

また，投資信託については，株式などの売買とは異なり，信託報酬率や監査報酬率といった投資信託固有のコストが設定されていることに注意したい．すなわち，危険資産のポートフォリオを考える際に，株式などの一般の危険資産と投資信託とは分けてモデル化する必要がある．

以上のことから，本研究では取引額別売買コスト，投資信託およびその売買コストを考慮したシミュレーション型モデルを提案する．また，LPM を目的関数とするモデルに加えて，下方リスク尺度として近年注目されつつある Value-at-Risk (VaR) および Conditional VaR (CVaR) を目的関数としたモデルの定式化を試みる．

3. 投資信託と取引額別売買コストを考慮した投資量決定モデル

本モデルでは，目的関数に LPM と CVaR を用いる．ここで，LPM は次のように定義される．

定義 1. $i\,(i=1,\dots,I)$ をシミュレーション経路，$t\,(t=1,\dots,T)$ を時点，p をリスク選好の度合，$W_T^{(i)}$ を経路 i における T 時点での富，W_G を目標富とするとき，

$$\mathrm{LPM}_p := \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\left|W_T^{(i)} - W_G\right|_-^p \tag{8}$$

を LPM という．ただし，$|a|_- := \max\{-a, 0\}$ である．

次に，VaR と CVaR に関する定義および定理を以下に述べる．

定義 2. X を $\mathbb{R}^n$ のある部分集合とする．$\alpha \in \mathbb{R}$, $x \in X$ とし，$\beta \in (0,1)$ を信頼水準，$\Phi : X \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ を連続な累積分布関数とするとき，

$$\alpha_\beta(x) := \min\{\alpha \mid \Phi(x,\alpha) \geq \beta\} \tag{9}$$

を β-VaR という．

定義 3. X, α, x, β, Φ を定義 2 と同じであると仮定する．また，$p : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ を確率密度関数とし，$f : X \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ をある連続な関数とするとき，

$$\phi_\beta(x) := \frac{1}{1-\beta}\int_{f(x,y)\geq\alpha_\beta(x)} f(x,y)\,p(y)\,dy \tag{10}$$

を β-CVaR という．

さらに，関数 $F_\beta : X \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ を次式で定義する．

$$F_\beta(x,\alpha) := \alpha + \frac{1}{1-\beta}\int_{y\in\mathbb{R}^m}[f(x,y)-\alpha]^+\,p(y)\,dy. \tag{11}$$

ただし，$[a]^+ := \max\{a, 0\}$ である．ここで，$F_\beta(x,\alpha)$ と $\phi_\beta(x)$ について，次の定理が成り立つ．

定理 1 (Rockafellar and Uryasev, [1]). 関数 $F_\beta(x,\alpha)$ は α について凸で連続かつ微分可能である．また，任意の $x \in X$ について $F_\beta(x,\alpha)$ と $\phi_\beta(x)$ に次の関係式が成り立つ．

$$\phi_\beta(x) = \min_{\alpha\in\mathbb{R}} F_\beta(x,\alpha).$$

また，次の集合 $A_\beta(x)$ は空でない有界な閉区間である．

$$A_\beta(x) := \operatorname*{argmin}_{\alpha\in\mathbb{R}} F_\beta(x,\alpha).$$

定理 2 (Rockafellar and Uryasev, [1]). $F_\beta(x,\alpha)$ と $\phi_\beta(x)$ の最小化について，

$$\min_{x\in X} \phi_\beta(x) = \min_{(x,\alpha)\in X\times\mathbb{R}} F_\beta(x,\alpha)$$

の関係が成り立つ．

3.1. LPM モデル

ここでは，(8) 式におけるリスク選好の度合を $p=1$ としたLPM モデルを考える．まず，$i\,(i=1,\dots,I)$ をシミュレーション経路，$j\,(j=1,\dots,n)$ を危険資産（株式，債券，転換社債）の種類，$k\,(k=1,\dots,m)$ を投資信託の種類，$l\,(l=1,\dots,L)$ を取引額区分，$t\,(t=0,\dots,T)$ を時点とする．また，$t-1$ 時点から t 時点の間を期間 t とする．

モデルで用いるパラメータを以下で与える．

- W_0 : 初期富
- W_E : 最終時点で投資家が要求する期待富
- W_G : 最終時点での目標富
- r_0 : 期間 1 の金利（0 時点でのコール・レート）
- $r_{t-1}^{(i)}$: 期間 t の経路 i における金利（$t-1$ 時点でのコール・レート） $(i=1,\dots,I;\ t=2,\dots,T)$
- ρ_{j0} : 0 時点での危険資産 j の相対価格 $(j=1,\dots,n)$
- $\rho_{jt}^{(i)}$: t 時点での経路 i における危険資産 j の相対価格 $(i=1,\dots,I;\ j=1,\dots,n;\ t=1,\dots,T)$
- τ_{k0} : 0 時点での投資信託 k の相対価格 $(k=1,\dots,m)$
- $\tau_{kt}^{(i)}$: t 時点での経路 i における投資信託 k の相対価格 $(i=1,\dots,I;\ k=1,\dots,m;\ t=1,\dots,T)$
- α_{k0} : 0 時点での投資信託 k の売買コスト額 $(k=1,\dots,m)$
- $\alpha_{kt}^{(i)}$: t 時点での経路 i における投資信託 k の売買コスト額 $(i=1,\dots,I;\ k=1,\dots,m;\ t=1,\dots,T-1)$
- y_l : 取引額区分 l における取引額の下限値 $(l=1,\dots,L)$
- f_l : 取引額区分 l におけるコスト額 $(l=1,\dots,L)$
- p_l : 取引額区分 l におけるコスト率 $(l=1,\dots,L)$
- c_k : 投資信託 k の信託報酬率 $(k=1,\dots,m)$
- d_k : 投資信託 k の監査報酬率 $(k=1,\dots,m)$

また，モデルで用いる決定変数を以下で与える．

$q^{(i)}$: 経路 i における最終富の目標富に対する不足分 $(i=1,\dots,I)$

z_{jt} : t 時点での危険資産 j への投資量 $(j=1,\dots,n;\ t=0,\dots,T-1)$

a_{kt} : t 時点での投資信託 k への投資量 $(k=1,\dots,m;\ t=0,\dots,T-1)$

v_0 : 0 時点での現金（コール運用額）

$v_t^{(i)}$: t 時点での経路 i における現金（コール運用額） $(i=1,\dots,I;\ t=1,\dots,T-1)$

その他，モデルで用いる記号を以下で与える．

$A_{jt}^{(i)}$: t 時点での経路 i における危険資産 j の取引額，

$$A_{jt}^{(i)}=\rho_{jt}^{(i)}\left|z_{jt}-z_{j,t-1}\right| \qquad (i=1,\dots,I;\ j=1,\dots,n;\ t=1,\dots,T-1)$$

$F_{kt}^{(i)}$: t 時点での経路 i における投資信託 k の取引額，

$$F_{kt}^{(i)}=\tau_{kt}^{(i)}\left|a_{kt}-a_{k,t-1}\right| \qquad (i=1,\dots,I;\ k=1,\dots,m;\ t=1,\dots,T-1)$$

b_{j0l} : 0 時点での取引額区分 l における危険資産 j に対する 0-1 変数，

$$b_{j0l}=\begin{cases}1 & (y_l<\rho_{j0}z_{j0}\le y_{l+1})\\ 0 & (\text{otherwise})\end{cases} \qquad (l=1,\dots,L-1)$$

$b_{jtl}^{(i)}$: t 時点での経路 i で，取引額区分 l における危険資産 j に対する 0-1 変数，

$$b_{jtl}^{(i)}=\begin{cases}1 & \left(y_l<A_{jt}^{(i)}\le y_{l+1}\right)\\ 0 & (\text{otherwise})\end{cases}$$

$$(i=1,\dots,I;\ j=1,\dots,n;\ l=1,\dots,L-1;\ t=1,\dots,T-1)$$

γ_{j0} : 0 時点での危険資産 j の売買コスト額，

$$\gamma_{j0}=\sum_{l=1}^{L}b_{j0l}\left(p_l\cdot\rho_{j0}z_{j0}+f_l\right) \qquad (j=1,\dots,n)$$

$\gamma_{jt}^{(i)}$: t 時点での経路 i における危険資産 j の売買コスト額，

$$\gamma_{jt}^{(i)}=\sum_{l=1}^{L}b_{jtl}^{(i)}\left(p_l\cdot A_{jt}^{(i)}+f_l\right) \qquad (i=1,\dots,I;\ j=1,\dots,n;\ t=1,\dots,T-1)$$

以上をふまえ，取引額別売買コストを考慮した LPM モデル (L1) を次で与える．

$$\text{minimize} \quad \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} q^{(i)} \tag{12}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n}(\rho_{j0}z_{j0}+\gamma_{j0})+\sum_{k=1}^{m}(1+\alpha_{k0})\,\tau_{k0}a_{k0}+v_0=W_0 \tag{13}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\rho_{j1}^{(i)}z_{j1}+\gamma_{j1}^{(i)}\right)+\sum_{k=1}^{m}\left(\tau_{k1}^{(i)}a_{k1}+\alpha_{k1}^{(i)}F_{k1}^{(i)}\right)+v_1^{(i)}$$
$$=\sum_{j=1}^{n}\rho_{j1}^{(i)}z_{j0}+\sum_{k=1}^{m}\left(1-\frac{c_k+d_k}{12}\right)\tau_{k1}^{(i)}a_{k0}+(1+r_0)v_0 \quad (i=1,\ldots,I) \tag{14}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\rho_{jt}^{(i)}z_{jt}+\gamma_{jt}^{(i)}\right)+\sum_{k=1}^{m}\left(\tau_{kt}^{(i)}a_{kt}+\alpha_{kt}^{(i)}F_{kt}^{(i)}\right)+v_t^{(i)}$$
$$=\sum_{j=1}^{n}\rho_{jt}^{(i)}z_{j,t-1}+\sum_{k=1}^{m}\left(1-\frac{c_k+d_k}{12}\right)\tau_{kt}^{(i)}a_{k,t-1}+(1+r_{t-1}^{(i)})v_{t-1}^{(i)}$$
$$(i=1,\ldots,I;\ t=2,\ldots,T-1) \tag{15}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\bar{\rho}_{jT}z_{j,T-1}+\sum_{k=1}^{m}\left(1-\frac{c_k+d_k}{12}\right)\bar{\tau}_{kT}a_{k,T-1}+\frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\left(1+r_{T-1}^{(i)}\right)v_{T-1}^{(i)}\geq W_E \tag{16}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\rho_{jT}^{(i)}z_{j,T-1}+\sum_{k=1}^{m}\left(1-\frac{c_k+d_k}{12}\right)\tau_{kT}^{(i)}a_{k,T-1}+\left(1+r_{T-1}^{(i)}\right)v_{T-1}^{(i)}+q^{(i)}\geq W_G$$
$$(i=1,\ldots,I) \tag{17}$$

$$q^{(i)}\geq 0 \quad (i=1,\ldots,I) \tag{18}$$
$$z_{jt}\geq 0 \quad (j=1,\ldots,n;\ t=0,\ldots,T-1) \tag{19}$$
$$a_{kt}\geq 0 \quad (k=1,\ldots,m;\ t=0,\ldots,T-1) \tag{20}$$
$$v_0\geq 0 \tag{21}$$
$$v_t^{(i)}\geq 0 \quad (i=1,\ldots,I;\ t=1,\ldots,T-1) \tag{22}$$

3.2. CVaR モデル

前節の取引額別売買コストを考慮したLPMモデル(L1)の場合と同様のパラメータおよび決定変数を用い，さらに信頼水準 $\beta\in(0,1)$ を用いる．また，投資量（危険資産，投資信託）と現金に関しては，LPMモデル(L1)と同様である．さらに次の変数を用いる．

ζ : β-VaR（目標富に対する最終富の不足分が確率 β で ζ を上回らない場合の ζ の値）

$s^{(i)}$: β-VaR を上回る範囲での，経路 i における最終富の目標富に対する不足分 $(i=1,\ldots,I)$

各時点でのキャッシュフロー制約と期待リターン制約はLPMモデル(L1)と共通であり，制約式に(13) ~ (16)式および(19) ~ (22)式を含めるものとする．このとき，取引額別売買コストを考慮したCVaRモデル(C1)を次で与える．

$$\text{minimize} \quad \zeta + \frac{1}{1-\beta} \cdot \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} s^{(i)} \tag{23}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} \rho_{jT}^{(i)} z_{j,T-1} + \sum_{k=1}^{m} \left(1 - \frac{c_k + d_k}{12}\right) \tau_{kT}^{(i)} a_{k,T-1} + \left(1 + r_{T-1}^{(i)}\right) v_{T-1}^{(i)} + \zeta + s^{(i)} \geq W_G \quad (i = 1, \ldots, I) \tag{24}$$

$$s^{(i)} \geq 0 \qquad (i = 1, \ldots, I) \tag{25}$$

ここで，LPMモデル(L1)およびCVaRモデル(C1)をもとにして，売買コストの有無による富とリスクの比較をすることを考える．具体的には，売買コストを考慮しないモデルをそれぞれ(L0), (C0)とし，これらとモデル(L1), (C1)について半年分の実データを用いて数値実験を行ない，その実験結果を比較する．

4. 数値実験

2007年1月 ~ 2007年6月の実際のデータを用いて数値実験を行なった．ここでの売買コストとは，取引額別売買コスト，売買コスト率（投資信託），信託報酬率，監査報酬率の4つを示す．この数値実験では，これらの売買コストは表1と表2のデータを用いた．

Pentium 4, 1.50GHz, 256MBの環境下で数理計画ソフトウェアLINGO 9.0を用い，実験条件は6期間（半年間），3経路，3危険資産（株式3銘柄，転換社債，債券），投資信託3銘柄（表2のもの）とした．初期富を1億円，目標富を1億円，期待富を1億1,000万円とした場合の各時点における各資産への投資量，および各時点における富と最終時点でのリスクを次の表に示す．なお，表中の単位は万円である．

4.1. 売買コストを考慮しない場合

表3: LPMモデル(L0)での各投資量

	0	1	2	3	4	5
株式A	834.54	1015.68	78.33	999.99	0.00	999.99
株式B	932.88	1031.54	18.29	999.99	0.00	999.99
株式C	0.00	940.02	18.28	999.99	0.00	999.99
転換社債	0.00	6346.91	9895.57	0.00	0.00	0.00
債券	0.00	588.52	18.55	5794.22	0.00	5601.00
投資信託A	0.25	0.25	0.25	0.25	0.00	0.00
投資信託B	0.25	0.25	18.29	0.25	0.25	0.25
投資信託C	0.00	28.62	18.27	0.25	0.25	0.25
現金	8232.08	13.40	48.09	280.08	10366.39	210.81

表 4: CVaR モデル (C0) での各投資量 ($\beta = 0.99$)

	0	1	2	3	4	5
株式 A	0.00	1000.00	1000.00	1000.00	39.70	1000.00
株式 B	430.69	621.11	1000.00	1000.00	39.70	1000.00
株式 C	423.69	626.41	1000.00	1000.00	39.70	1000.00
転換社債	421.80	630.54	1000.00	1000.00	39.70	1000.00
債券	7793.32	6660.07	1000.00	1000.00	39.70	4797.13
投資信託 A	105.87	0.25	0.25	0.25	39.96	39.96
投資信託 B	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
投資信託 C	403.03	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
現金	421.58	1.02	5067.70	5066.75	10092.96	148.16

4.2. 売買コストを考慮する場合

表 5: LPM モデル (L1) での各投資量

	0	1	2	3	4	5
株式 A	0.09	16.00	12.77	12.82	0.23	0.15
株式 B	5.41	17.45	15.06	6400.73	2300.78	8778.92
株式 C	1189.90	1204.01	15.63	2068.12	4.60	1496.26
転換社債	0.89	21.99	0.00	4.19	7.77	3.81
債券	8785.42	4139.07	9172.48	1639.71	6940.65	0.07
投資信託 A	0.05	0.94	0.94	1.59	56.79	0.19
投資信託 B	2.44	114.81	5.96	6.03	8.70	0.26
投資信託 C	5.19	4433.42	4.49	10.90	21.67	0.22
現金	0.61	31.86	173.73	217.74	137.07	205.45

表 6: CVaR モデル (C1) での各投資量 ($\beta = 0.99$)

	0	1	2	3	4	5
株式 A	0.00	0.00	36.76	0.00	0.01	1.25
株式 B	0.00	18.53	0.00	1.24	0.92	3.96
株式 C	8.18	0.11	0.00	0.26	0.05	0.22
転換社債	7.03	21.56	0.00	2.03	1.93	3.53
債券	6092.15	1380.99	3337.23	4520.52	7631.23	7430.12
投資信託 A	448.72	316.96	5427.63	1415.72	166.42	235.37
投資信託 B	0.00	8123.58	104.92	2033.49	160.25	181.35
投資信託 C	0.00	0.00	313.62	913.96	458.74	190.45
現金	3429.10	60.14	82.63	86.41	131.71	170.37

4.3. 富の推移とリスク

表 7: 各時点における富と最終時点でのリスク

	初期富	期中富					最終富	リスク
	0	1	2	3	4	5	6	
(L0)	10,000.00	9,985.54	10,147.10	10,071.68	10,367.15	10,387.63	11,103.12	0.00
(C0)	10,000.00	10,159.25	10,237.12	10,312.11	10,384.92	10,370.41	11,000.00	0.00
(L1)	10,000.00	10,170.40	10,415.23	10,850.81	11,059.08	11,326.69	11,249.62	0.00
(C1)	10,000.00	10,123.97	10,053.05	9,898.98	9,931.91	10,072.18	11,006.21	0.00

5. おわりに

本研究では，株式や債券，投資信託といった危険資産の資産配分問題について，実務上の性質を持った売買コストを考慮したシミュレーション型多期間資産配分モデルを提案した.

数値実験において，売買コストの有無による投資量と各時点での富とリスクの比較を実験の目的として行なったが，売買コストを含まないモデルでは収益率の高い危険資産に投資量が偏り，ある時点から次の時点への流動性が大きく，現実には考えにくい結果となった．しかし，売買コストを導入することによって必要以上に流動することなく，売買コストを考慮しない場合に比べて，LPM モデル・CVaR モデルともに売買コストを考慮した方が最終富が大きいという結果を得た.

一方で，売買コストを危険資産の取引額別に設定することは，実際の取引を反映しているという利点があるが，制約式が大幅に増加して問題が大規模になるという欠点も持つ．さらには，売買コストを考慮することでモデルが非線形となるため，実際に計算して問題を解くのが困難になるといった面もある．これらの問題点を解決することを，今後の課題としたい.

参考文献

[1] Rockafellar, R. T., Uryasev, S., Optimization of Conditional Value-at-Risk, *The Journal of Risk*, Vol.2, No.3, pp.1-21, (2000).

[2] 枇々木 規雄, 戦略的資産配分問題に対する多期間確率計画モデル, 慶應義塾大学理工学部管理工学科テクニカルレポート, No.99002, (1999).

[3] 吉田 佳代, 多期間ポートフォリオについての研究, 秋田県立大学平成 19 年度卒業論文, (2008).

[4] 今野 浩, 理財工学 I, 日科技連, (1995).

[5] 今野 浩, 理財工学 II, 日科技連, (1998).

[6] 枇々木 規雄, 金融工学と最適化, 朝倉書店, (2001).

[7] 野村證券 (2008 年 8 月現在), http://www.nomura.co.jp/

[8] ニッセイアセットマネジメント (2008 年 8 月現在), http://www.nam.co.jp/

[9] 日興債券パフォーマンスインデックス (2008 年 8 月現在), http://www.nikko-fi.co.jp/Nindex/bond/index.html