数理解析研究所講究録
第 1643 巻 2009 年 148-156

複雑形状認識の問題点と対処法

東京理科大学大学院理工学研究科情報科学専攻　児玉賢史

1．　研究の経緯

『めがねや３日月のようなくぼみのある図形』に代表される複雑な２次元平面図形、さらに『浮き輪やビール瓶やヒトデのような中空個所を有する図形』に代表される複雑な３次元立体図形に対して、計算機に形状を把握させることは、難解な問題であるにも関わらず、現代の画像認識の領域ではかなりの程度まで実現されている。具体的に述べるならば、既存の画像認識システムは、円柱や球や多面体などの凸性を有する立体図形、もしくは（凹性と呼ばれるくぼんだ部分を実現するために）これらを張り合わせることによって構成される立体図形における形状認識は成功している。しかし一般に、単純形状の図形を組み合わせて表現できない立体の認識や、仮に計算機が認識できた図形の中において、新たなる観測点の位置を認識すること、即ち、観測点に存在するか内部に存在するかを把握することは、さらに困難な作業として残された問題である。

本原稿では、「くぼみやへこみなどの凹凸形状を有する画像」や「空洞や中空個所を有する画像」などの複雑形状を有する図形に対して、「任意に与えられた点が、元の図形の内部と外部のどちらに含まれるかを判定すること」を「図形の形状認識」と呼ぶことにする。そして通常広く利用されているベクトル解析的手法に加えて複素関数論的方法を紹介し、『ベクトル解析的方法が、非凸形状図形の輪郭を表す境界線から離れた点に対しては誤作動を生じる可能性があること』、さらに『複素関数論的方法が非凸形状図形の輪郭を表わす境界線近くの点に対しては計算途中でエラーを生じる可能性があること』を指摘する。

2．　複雑形状平面図形認識のための対処方法

2－1．画像認識および空間把握の方法

以下では、平面図形を対象とした解説を行う。与えられた図形に対する形状認識のためのデータを構成する作業は以下の通りである。

① 入力されたメッシュの分割幅を一辺に持つ正方形メッシュの方眼用紙を作製する。

② 対象となる図形を、上記方眼用紙の上に置く。具体的には、対象となる図形

の輪郭となる曲線を構成する点列を左回りに入力する。但し、空洞を表す内部図形の輪郭となる曲線を構成する点列は右回りに入力するものとする。

③ 方眼紙を構成する各格子点が、設置された形状の内部に存在するか外部に存在するかを判定する「空間把握作業」を行う。

なお、２個の図形の類似性を把握する作業

④ 与えられた２個の図形にに対応する上記データからそれぞれの図形に対応する内部格子点を選び出し、Hausdorff 距離を計算する。

註１．　ＡとＢを２次元平面内(もしくは３次元空間内)の境界線を含む有界な集合とする。今、$x \in A$ かつ $y \in B$ としたとき、

$$d(x, B) = \min\{ d(x, y); y \in B \}, \quad d(y, A) = \min\{ d(x, y); x \in A \},$$
$$\delta(A, B) = \max \delta \{d(x, B); x \in A\}, \quad \delta(B, A) = \max \delta \{d(y, A); y \in B\},$$
$$H(A, B) = \max\{ \delta(A, B), \ \delta(B, A) \}$$

として定義される距離を、Hausdorff の距離という。

註２．Ｃを複素平面上の閉じた曲線(もしくは折れ線)とする。さらに点 W を、閉曲線Ｃ上に存在しない複素平面上の１点としたとき、

$$\int_C 1/(z-w)\, dz$$

の値は、ＷがＣの外部に存在する場合に０となり、ＷがＣの内部に存在する場合に $2\pi i$ となる。この結果を Cauchy の積分定理という。

２－２．ベクトル解析的形状把握と複素関数論的形状把握との比較

前節の③で述べた「方眼紙を構成する格子点に対する内部外部所属判定」を複雑形状で実行するために、従来から用いられている「外積計算」による方法と、「Cauchy の積分定理」による方法の比較を行う。

一般的に、外積計算による判定法は、「くぼみや穴などを有する形状に対する内部外部所属判定には不利」であり「複雑形状の図形では、境界線から離れた内部で判定が困難」という特徴を有する。一方、Cauchy の積分定理による判定法では、「くぼみや穴などを有する形状に対する内部外部所属判定には有利」であるが「複雑形状の図形では、境界線付近で判定が困難」という特徴を有する。以上の結果から、両判定法を組み合わせた以下の方法を採用することがもっとも有効であると考えられる。具体的アルゴリズムは以下の通りである。

① 与えられた方眼紙上の格子点を1個選ぶ。

② 内部外部の所属判定を行う前に、格子点と境界線との距離を計算し「境界線付近」と判定された場合は③へ進み、「境界線から離れている」と判定された場合は、④へ進む。

③ 境界線付近と判定された格子点に対して、外積計算を行い、内部外部の所属判定を行う。終了後⑤へ進む。

④ 境界線から離れていると判定された格子点に対して、Cauchy の経路積分を計算し、内部外部の所属判定を行う。終了後⑤へ進む。

⑤ 未調査の格子点があれば、①へ戻る。全ての格子点の調査が終了した場合には作業終了。

外積計算による判定法と Cauchy 積分定理による判定法の比較

	外積計算(V 法と呼ぶ)	Cauchy 積分定理(C 法と呼ぶ)
判定に用いられる数学的原理	境界線上の隣り合う点列から構成されるベクトルと、評価の対象となっている格子点を始点とし、境界線上の点を終点とするベクトルとの外積を計算して、その符号から内部と外部の判定を行う。	境界線上の点列の座標および、評価の対象となる格子点の座標を複素数とみなして、格子点を軸とした複素経路積分を行い、その値から内部と外部の判定を行う。
両判定法の問題点	与えられた形状とは無関係な点を「外部に存在する点」として追加入力する必要があり、その点の所在地が境界線上の点列に関する誤判定を引き起こす。	経路積分計算を無限総和公式で置き換えているため、十分細かい輪郭情報を入力する必要がある。
両判定法が得意とする形状	凸形状有する図形に対応	曲線を輪郭に持つ任意複雑形状に対応
誤判定を引き起こす可能性の高い格子点の存在領域	境界線から離れて内部に存在する格子点	境界線付近に存在する格子点

上記の比較結果からも分かるように、境界線付近の領域では外積計算による方法が有効であることが分かり、境界線を離れた領域では積分定理による方法

が有効であることが分かる。このような理由で、方眼紙を構成する全ての格子点に関して、まず「境界線との距離関係」を判定した後、「境界線付近と判断された格子点」に対しては、V 法を適用し、「境界線から離れていると判断された格子点」に対しては、C 法を適用するのが良いと思われる。

２－３．内部外部所属判定に基づく形状再生の具体的計算例

以下では、くぼみを持つドーナツ型形状において、「コーシーの積分定理を用いた判定法よりも外積を用いた判定法を優先して用いる条件」として、「内部外部所属を判定すべき点と与えられた図形の境界線との距離が、方眼紙を構成する各格子の辺と同じ長さ以下になった場合（図１参照）」と「内部外部所属を判定すべき点と与えられた図形の境界線との距離が、方眼紙を構成する各格子の辺の２倍の長さ以下になった場合（図２参照）」を用いた実験を試みた。その結果、予想されたとおり、後半の条件を採用した場合は、明らかに外部であるにも関わらず、内部と判定された点が存在することが確認された。

図１．格子を構成する辺と同じ長さの場合

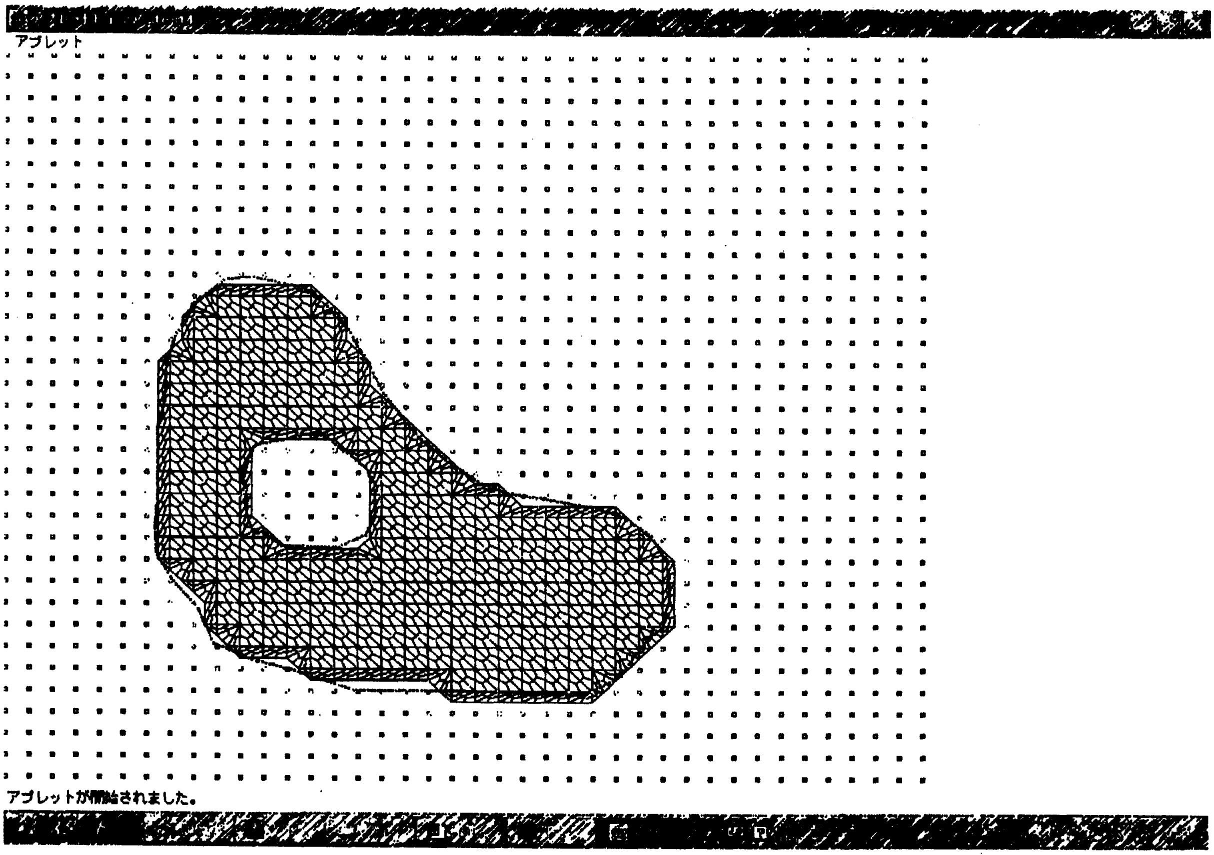


図２．格子を構成する辺の２倍の長さの場合

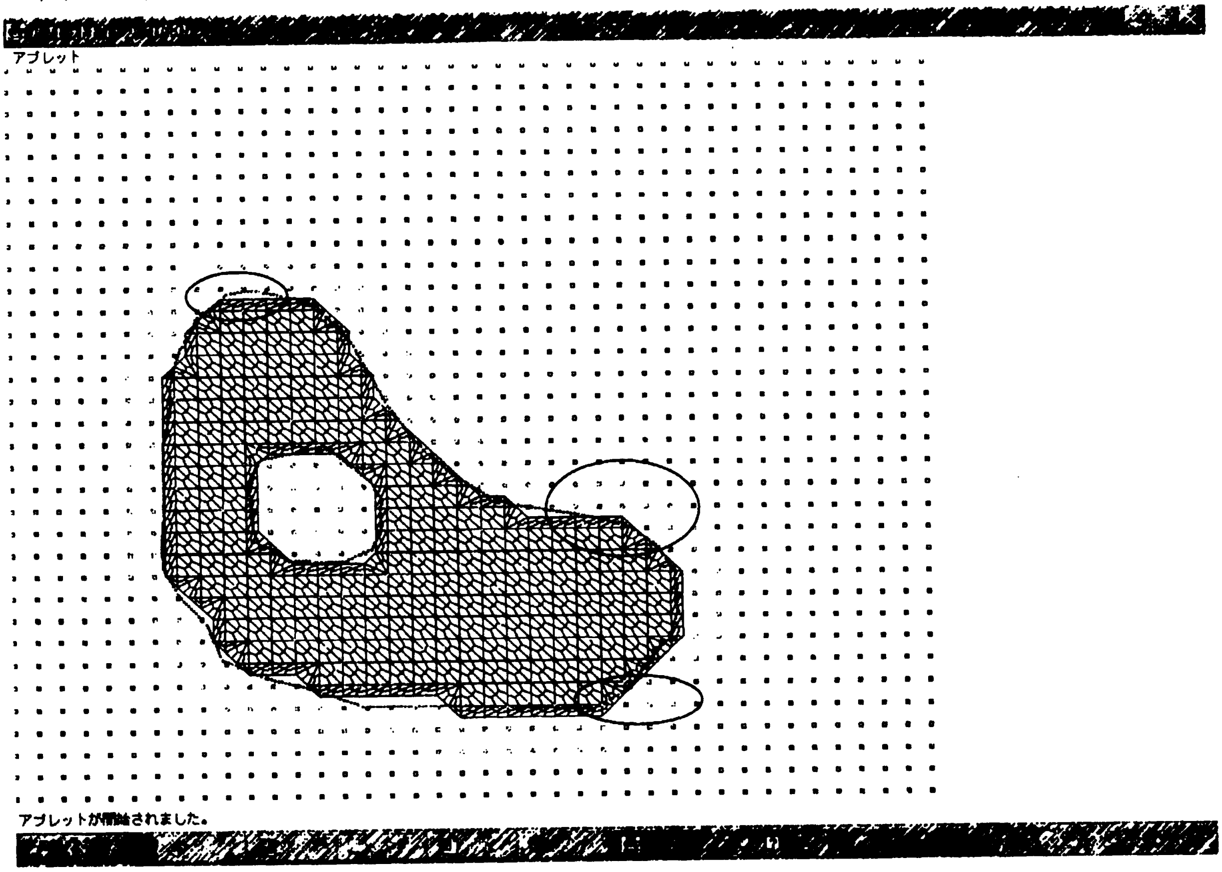


図１と図 2 では、外部に所属する格子点を□で表示し、内部に所属する格子点を■で表示している。両図を比較した場合、楕円で囲まれた３個所の格子点が、本来外部と判定されるべきであるにも関わらず、内部と判定されてしまっていることが確認される。

３．　両判定法の問題点と対処法

３－１．Cauchy 積分法の問題点

Cauchy 積分定理による判定法は、内部外部判定調査の対象となる点が、境界線を構成する点列と非常に接近する場合、除算に伴うオーバーフローを引きお起こす可能性がある。したがって、この方法を境界線近くの点に用いることは好ましくないといえる。

３－２．ベクトル外積法の問題点：

問題点その１：境界線を構成する点列の中の一つと内部外部調査対象となる点が十分接近しているに場合に、ベクトル外積法で、内点と外点の誤判定を

引き起こす例への対処。

問題点その２：ベクトルの外積計算で０という値を得た場合の内部点と外部点の判別に関する対処。

３－３．ベクトル外積法の改良版

既存の方法では、調査対象点 p と 輪郭を構成する２点 z(k) と z(k+1) の合計３点を用いて行っていたが、調査対象点 p と輪郭を構成する３点 z(k-1) と z(k) と z(k+1) の合計４点を用いて行うことにする。今回の方法により、上記２個の問題点は統一的に解決できる。

<u>３－３－０．</u>仮定：入力された点列を z(0), z(1), ・・zn(=z0) とする。このデータをもとに、ベクトル外積法を用いるか、コーシー積分法を用いるかを識別する臨界値（＝形状を構成する点列の相異なる２点間最小距離）を計算した。今、判定されるべき点を p として、z(k) と p との距離が臨界値以下であると仮定する。

<u>３－３－１．</u>z(k-1), z(k), z(k+1) の３点が、この順番で左回りに三角形を構成している場合：（図３－１を参照して下さい。）

①．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が０以上、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が０以上ならば、内部と判定。

②．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が０以上、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が負ならば、外部と判定。

③．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が負、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が０以上ならば、外部と判定。

④．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が負、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が負ならば、外部と判定。

<u>３－３－２．</u>z(k-1), z(k), z(k+1) の３点が、この順番で右回りに三角形を構成している場合：（図３－２を参照して下さい。）

⑤．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が０以上、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が０以上ならば、内部と判定。

．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が０以上、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が負ならば、内部と判定。

．ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が負、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が０以上ならば、内部と判定。

⑧. ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値が負、かつベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が負ならば、外部と判定。

３－３－３．z(k-1), z(k), z(k+1) の３点が、三角形を構成しない場合

（つまり、３点が同一直線上に存在する場合、図３－３を参照して下さい。）：

⑨. ベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が０以上ならば、内部と判定。

⑩. ベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値が負ならば、外部と判定。

なお、上記判定法では、『ベクトル p z(k) と ベクトル z(k) z(k+1)の外積の値』の代わりに、『ベクトル p z(k-1) と ベクトル z(k-1) z(k)の外積の値』を用いることも可能である。

図３－１．３点が左回り

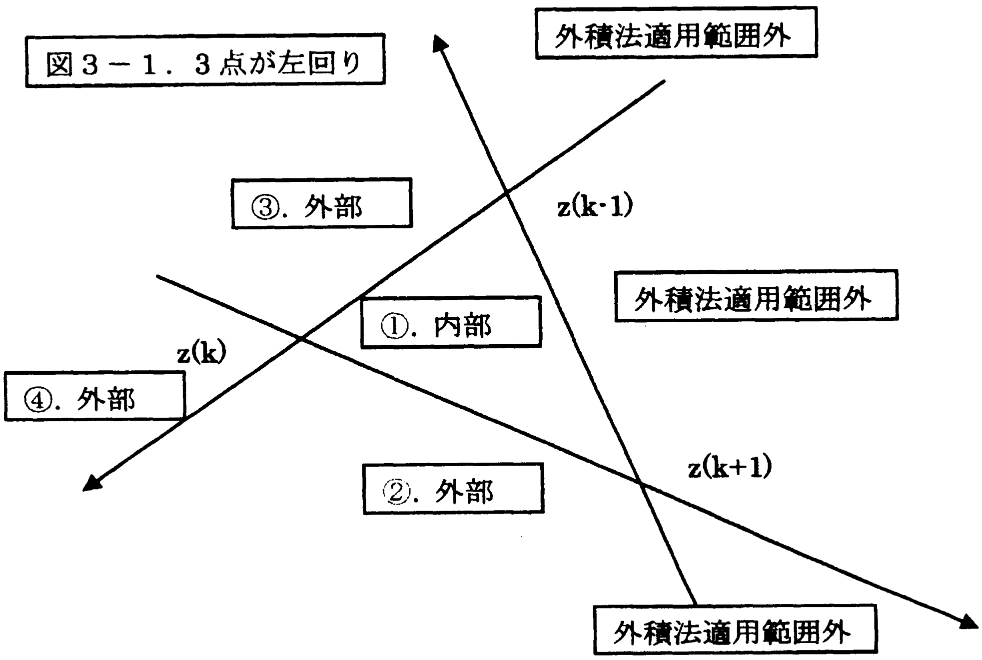


図３－２．３点が右回り

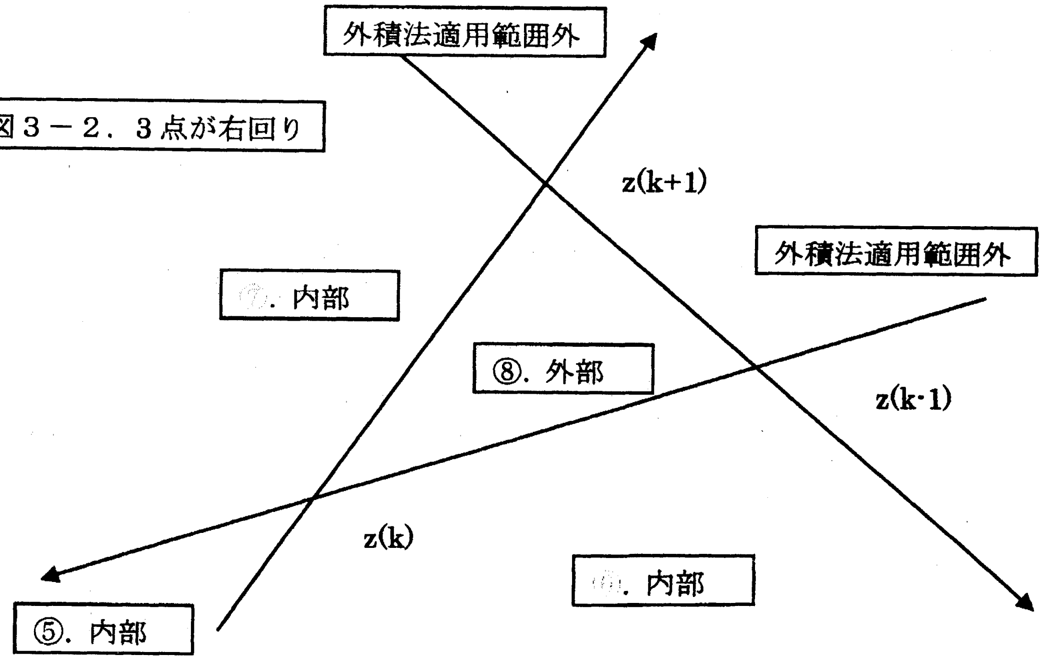


図３－３．
３点が同一直線上

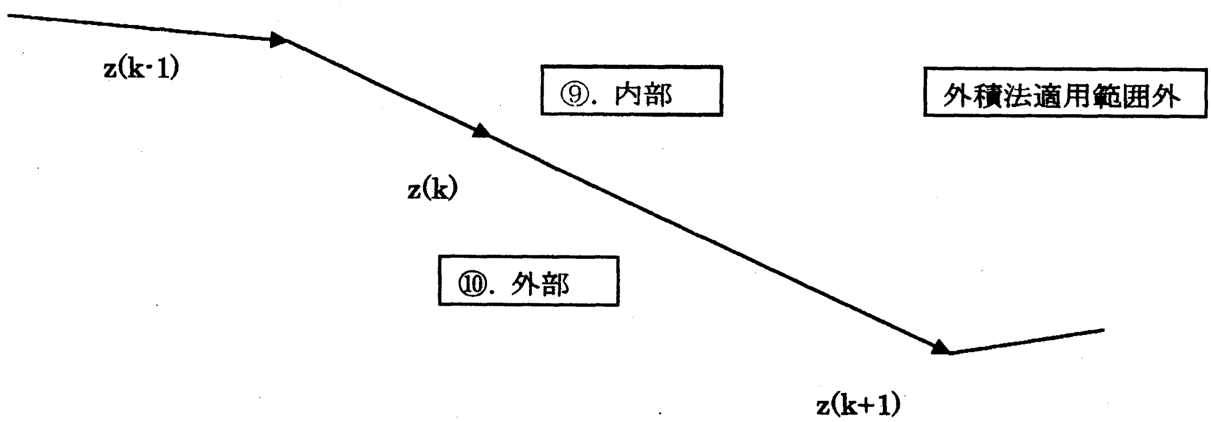
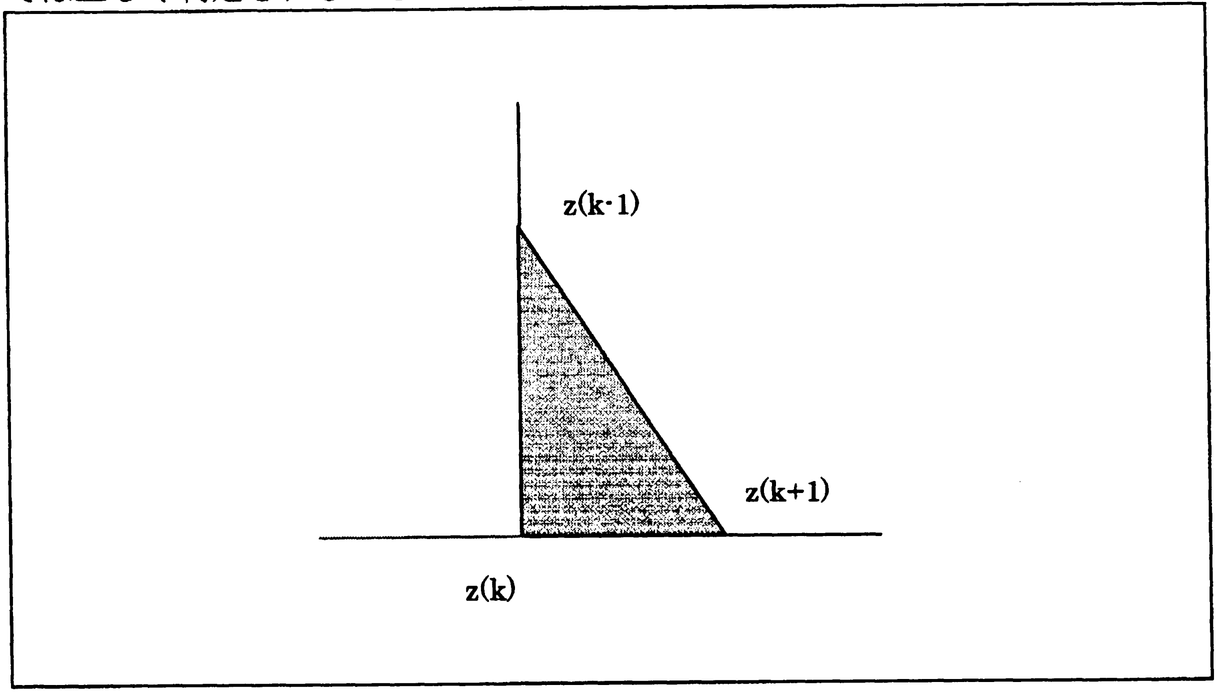


図３－４．改良版が既存の問題点を解決していることを示す図

下記図において z(k) から出発して水平方向左向きに延びる半直線上の点は、全て従来の３点による判定法では内部と判定されてしまっていた。ちなみに今回の方法

では正しく判定されることになる。



謝辞
京都大学数理解析研究所共同研究集会「非線形解析学と凸解析学の研究」の研究代表者として講演の機会を与えてくださいました東京工業大学の高橋渉先生に、感謝の念を申し述べます。また、筆者の原稿作成に際して御指導賜りました東京理科大学の明石重男先生にも御礼申し上げます。

参考文献

[1]. 高橋渉, 非線形・凸解析学入門, 横浜図書, 2005 年.
[2]. 明石重男, 現代数学への展望, 横浜図書,
[3]. 斎藤恒雄, 画像処理アルゴリズム, 近代科学社, 1993 年.