

## 理数科教員養成の中の数学教員養成カリキュラムの構成 の一例

—数学教師に必要な数学能力形成に関する学士課程カリキュラム  
編成の例—

奈良教育大学 川崎 謙一郎 (Ken-ichiroh Kawasaki)

Nara University of Education

**概要:** 本稿は, 2008 年度京都大学数理解析研究所短期共同研究「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」本プロジェクトチームにおける本年度一年間の研究の報告である. 成熟した結論には至っていないので, 本報告は中間報告となる. 本研究報告では, リンクの観点 ([川崎 2008-3] を参照) を前提に議論をする. 教員養成大学教科専門教員としての立場から, 学士課程における教員養成「数学」教育について日本の現教育システムについての問題点について考察し, 実践から得られるカリキュラムの一例を図示することによって紹介したい. これらは, 平成 17 年 4 月から理数科教員養成プログラムが奈良教育大学 (以下, 本学) で実行され, そのプログラムにおける実践例をもとにしている. 従って, 本報告はその総括を含む. 理数科教員養成プログラムは平成 19 年度で最終年度となった. その後, 新理数プロジェクトが平成 20 年度より本学でスタートしている.

**検索語:** 教育 education, 数学教育 mathematics education, 教員養成 pre-service teacher education, リンク link.

### 1. はじめに

本稿は, 2008 年度京都大学数理解析研究所短期共同研究「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」の本年度一年間の研究の報告である.

### 2. 中等教育「数学」教員養成について

[川崎 2008-3] では「数学中等教育教員養成」の目標として大きく次の側面を前提に話しを進めた. 本稿でもそれを踏襲して話しを進める.

1) 人間形成的側面. 学校教育現場で, 生徒, 保護者, 学校内教員間中で, 中等教育数学教員として「信頼」される人材を育成する.

2) 文化的・学術的側面. 人類が培ってきた「数学」という学問の一端に触れ、探求活動の大切さや素晴らしさを知っており、それを子どもたちに伝えることのできる中等教育数学教員を養成する。

「信頼」と、数学という「学問」をキーワードに使った。教育方法に関する単位数については、法的に充実していると考えるので、中等教育数学教員養成に関わる本報告では、2)の文化的・学術的側面が中心に議論されることになる。

### 3. 教育職員免許法施行規則

現行の教免法施行規則について確認しておく。

教育職員免許法施行規則(平成13年11月27日文令80)第1章第3条では、次のように規定されている(中学校・高等学校1種「数学」免許取得): 教科に関する科目については、各科目(代数, 幾何, 解析, 確率/統計, コンピュータ)各1単位以上計20単位履修する。本文では、各科目についてそれぞれに対応する数学の学問分野を、それぞれ、代数学, 幾何学, 解析学, 確率論/統計学とした。おそらく自然であると考えられる。コンピュータについては対応する学問分野を明確化できなかったもので、ここでは「コンピュータ」の言葉をそのまま使うことにする。

### 4. 「リンク」に関する考察

数学の学習者に「数学」を大切さや素晴らしさを知らしめるためにどの様にしたらよいか、いくつか議論があるであろうが、そのヒント・キーワードとして「リンク」があげられる([川崎2008-3]を参照)。「リンク~つながり~」についていくつかあげてみる(以下、「数学と」が省略されている): 1) 日常生活とのつながり, 2) 社会とのつながり, 3) 学校教育とのつながり, 4) 他分野/他領域とのつながり, 5) 最先端の科学とのつながり, 6) 教科間のつながり, 7) 生徒間で共有されているものへのつながり, など。「数学」教科については、他教科に引きずられる形で土俵を同じくして議論されがちであるが、数学の学問に携わる人達が、もう少し主体性を持って、数学独自の持つ他教科とはもう少し違った内容について、自らの土俵で議論し、社会に対して説明してゆくことが望まれる。

### 5. 基礎基本

現在、学校教育現場においては「ゆとり教育」から脱却が序々にすすんで、「基礎基本」の大切さが見直されている。リンクを考える上で大切なのが、リンクをさせる内容がなければならないということである。最近重要性が認識されている「基礎基本」である。

では、大学で教えられている数学の内容で、その基礎基本とは何だろうか。線形代数学・微分積分学は、数学教員養成教育にとっての基礎基本といて疑う数学教育関係者(例えば、数学教員免許法に沿った数学関連必修科目授業担当者などを想

定)は、ほとんどいないのではないかと想像する。再び教員免許法に対応する数学各分野に戻る:代数学,幾何学,解析学および確率論/統計学,コンピュータ.純粋数学と応用数学との別で敢えて分けるとすると,「代数学,幾何学,解析学」と「確率論/統計学,コンピュータ」となるだろうか.便利なので,ここでは「代数学,幾何学,解析学」を数学第一分野,「確率論/統計学,コンピュータ」を数学第二分野と呼ぶ.学士課程教科専門内容において基礎基本を見つけてゆくとすると数学第一分野の各分野の中のその基本的な内容を,数学教員養成の基礎基本とするのがよいのではないかと想像される.

a) 数学第一分野「代数学,幾何学,解析学」の各分野において,基本的な内容を学んで,例えばその応用として数学第二分野「確率論/統計学,コンピュータ」を学ぶ.

b) 「代数学,幾何学,解析学」の各分野において,基本的な内容を学んで,相互の有機的な関係に気づいて行く.

「代数学,幾何学,解析学,確率論/統計学,コンピュータ」の各分野において,中等教育教員養成のための学士課程で学ぶべき最低限の内容について議論すべきであるという要望を以前述べた([川崎 2008-3]を参照).中学校「数学」指導要領には次の分類で内容が整理されている:1)数と式,2)図形,3)数量関係.「数学」免許法上の対応する数学の分野としては,つぎのように対応させて考えた([川崎 2008-3]を参照).1)「数と式」は代数学,2)「図形」は幾何学,3)「数量関係」は解析学(および確率論/統計学).本報告でもこの対応を考慮に入れて議論を進める.

## 6. 理数科教員養成プログラム

平成 17 年 4 月から新世代を先導する理数科教員養成のためのプログラム(文部科学省概算要求教育改善推進経費,以下,先導理数と略),平成 18 年 10 月から高大融合による理数科高校教員の養成プログラム(文部科学省教員養成 GP,以下,融合理数と略)の 2 つのプログラム(以下,理数科教員養成プログラム,そのプロジェクトを理数科教員養成プロジェクトと略)が本学で実行され,平成 20 年度をもってその最終年度を迎えた.平成 20 年度からあらたに,新理数プロジェクトが実行されている.これらのプロジェクトでは,小・中・高の理数科の内容を深く理解し,それらの積み上げを一貫して見通せる専門性を持った教員の養成を行うことを狙いとしている.異分野間の密接な交流と徹底的な少人数教育が可能な本学のポテンシャルを活かし,理科・数学の高度な専門性と優れた教育実践の力量を持った Super Science Teacher (SST) の養成をめざしている.発足の段階で,先導理数の大きな目標は,「(1)先端科学の基礎概念の理数科教育への還流」,「(2)個の認知過程のアセスメント」である.

理数科教員養成プログラムにおける各授業の実際や,プロジェクト活動内容の詳

細については、[松山 2008] を参照のこと。4 年間の実践の概略については、後掲の図 (理数科教員養成プログラムにおけるアセスメント活動の4年間の全体像) を参照のこと。先導理数のカリキュラムは3ヶ年の積み上げる形をとり、その実践の場を主に小・中学校とした。また、融合理数のカリキュラムは各学年での学内で行なうサテライトや、学外基幹高校で行なうサテライトなどによる単年度別の形態をとり、その実践の場を主に高等学校・本学とした。

補足として、理数科教員養成プロジェクトの導入 (授業科目名: 「先端科学の基礎概念」本学教養科目扱い) として、筆者が次の題目にて授業実践を行った:

○平成17年5月17日 (火曜日), 「射影直線と射影平面への誘い～線路は続くよ, どこまでも～～う～」

○平成17年5月24日 (火曜日), 「Resolution of singularity of an algebraic curve (簡単な場合の特異点の解消～ジェットコースターに乗れるかな?～)」

○平成18年5月16日 (火曜日) 「定規とコンパスによる四則演算の拡張～ギリシア3大作図問題, そして究極の対称性へ～」

○平成18年5月23日 (火曜日) 「折り紙の代数～ギリシア作図問題を折り紙で解く～」

○平成19年6月26日 (火曜日) 「素数の魅力・不思議発見～生物学・生態学に見て取れる数理: 素数ゼミの登場～」

## 7. 教育目標の分類

学校教育で現れている, 教育目標の分類として, 日本では次の観点で分類されている。これらは, 以下の分類は, 数学教育が持つ文化的学術的側面を中心に捉えていると考えられる。1) 数学的な見方・考え方 (抽象, 演繹, 適用 など), 2) 感心・意欲・態度 (意欲, 追求, 参加など), 3) 表現・処理 (計算, 測定, 作図など), 4) 知識・理解 (用語, 概念, 原理など)。

### 7.1. 教育目標の分類を踏まえた中等教育数学教員が持っているべき素養

これらの目標の分類を踏襲すると, 学校教育の現場で評価する側の中等教育教員もその素養を持っている必要があるといえる。もちろん, 本稿執筆者を含め, 教員免許「数学」認定授業科目を担当するすべての大学の教員にも求められると考えられる。

これらを踏まえ, 中等教育数学教員が求められる素養をもう少し具体的に以下に記述してみたい。

- 1) 数学の内容を知っており, 自分の言葉で数学の内容を説明できる (知識・理解)。
- 2) 数学の学問的, 学術的創造体験を有する (感心・意欲・態度)。
- 3) 好奇心旺盛で, 新しい数学の分野にチャレンジできる (感心・意欲・態度)。

数学教育が持つ人間形成的側面から捉えると次のようなこともあげられようか。

- 4) 生徒と数学を通して (関して) コミュニケーションできる (表現・処理)。
- 5) 生徒の発想の芽を大切にできる。

他にも考えられるかもしれない ([丹羽・松岡 2009] の第 4 節を参照)。また、内容として「何をどこまで」学士課程教員養成で教授すべきなのかという問題も残る。本稿では、数学教科専門履修経路についてその一例を実践の観点から図示したい。

## 7.2. リンクの観点を踏まえた実践案

第 4 節で紹介したリンクの観点で言えば、学士課程低学年 (1, 2 年次) で専門孤立的にその分野の基礎基本を、学士課程高学年 (3, 4 年次) で各分野の内容が横断的に学習できるようなカリキュラムを整備してゆく方法が 1 つ考えられる。横断的な学習には、リンクの概念が登場してくる。また、横断的な学習には、学士課程高学年でのゼミナールも重要な位置をしめよう。また、単位化されていない授業時間以外でも、学生間で議論できる環境整備が大切であると考えられる。また、ゼミを 1 つに限定せず、他分野でも参加でき、複数のゼミに参加できる環境を整える必要もある。学士課程初年度で孤立無縁的に学生が学習し、学士課程高学年でそれらにつながりが実感できるカリキュラムは 1 つの案としてあげられる。後掲の図 (先導理数 SST 認定に向けての数学教科専門科目履修マップ, その一例) は、先導理数プログラム必修科目を中心軸にすえて、数学教科専門科目については、低学年時に免許法上規定されそれぞれに対応した数学の各分野 (代数学・幾何学・解析学・確率論/統計学・コンピュータ) の内容について孤立無縁的に学ぶことを意識している。このような方法については、否定的な意見があろうかとは思ふ。この形式の中にいかにリンクの概念を導入していくか今後の課題である。その際には、学ぶべき内容の精査も必要となるが、それも含めて多くの課題が残っている。

## 8. 中等教育数学, 教育職員免許法上必要履修単位数

第 3 節で、教育職員免許法施行規則を紹介した。そこでは、各科目 (代数, 幾何, 解析, 確率/統計, コンピュータ) 各 1 単位以上計 20 単位履修するとある。

筆者は代数学教科専門教員として教員養成大学に席を置く。理数科教員養成プロジェクトを通して実践を行い、プロジェクトの数学関係者間の結論としては、数学免許法上数学教科専門科目計 20 単位履修では、最低限の数字としても少なすぎるのではないかということであった。この単位数さえ満たせば各大学で自由にリキュラムを編成してよいとなっているらしいが、明文化されておらず、この法律を根拠に、数学教科専門科目ほぼ 20 単位履修で学士課程を修了し、数学の教員免許状が付与される大学があるという実情がある。実践をもとに言えば、以上の各科目に加え演習科目 (例えば、代数学演習, 幾何学演習, 解析学演習, 確率論/統計学演習, コンピュータ演習) を教育職員免許法施行規則教科に関する科目に盛り込むべきであ

るといふ結論にいたった。すると、数学教員養成としては法的に、およそ計 40 単位は、必要であろうということになる(第 10 節を参照)。現行の教員免許法が施行される前は、各演習(1 単位)を含め、計 40 単位であった。「ゆとり教育」が叫ばれ、平成 10 年度に学校教育内容が 3 割り削減された。今回、指導要領が改正され、内容が充実されるに伴い、もしあれば教育職員免許法改定がなされる際には、約計 40 単位必修を法的に整備されることが求められることは妥当ではないかと考えられる。

### 9. 理数科教員養成プログラム実践から得られた結論

以下は、数学だけでなく、理科を含めた理数科教員養成についてのプログラムについて考察したときのものである。理数科教員養成プログラム実行準備のため 1 年間議論をおこない、本学にて概算要求が通りプログラム運営が行われた。その議論の中で、理科を含めた理数科教員養成のカリキュラムは一体どのようにしたらよいかといった議論があった。大きなところでは、次の 2 択の議論があった。理数科教員養成のカリキュラムは

- (i) 時系列/履修経路にそった積み上げ方式か？
- (ii) 切符集めのような授業単位収集方式か？

1 年間議論の結論が (i) の「時系列/履修経路にそった積み上げ方式であるべきである」であった。

理学部等の研究者養成学部のように、多岐にわたった多くの教科専門科目があり学生の知識として足りないところを自分で補ってゆく切符集めとするようなカリキュラムよりは、教員養成としては、限られてしまっている教科専門科目について時系列/履修経路をあらかじめ学生に提示して、分野間の関係を明らかにして、それにそった形の積み上げ方式がよいのではないかという結論であった。数学は、積み上げ教科の最たるものと考えられる。最近、社会とのつながりや他領域とのつながりが叫ばれて、それに呼応する形で、学士課程で数学を教える数学関係者が説明責任を求められているが、(学校教育での算数・数学の内容も含めて) 数学の内容の枠内で各分野間のつながり等について、その議論が飛んでいるようである。学士課程で学ぶ数学の内容について、いきなり実生活等と結びつきを求められたり、要求されたりするのは無理がある。セメスター制度となりそれ以前に比べると教員個人レベルで数学の内容をつなげてあげるのは難しいのではないかと想像される。すると、科目間/授業間の内容的なつながりを少し「大きなところ」で作成することが大切になる。たとえば線形代数で習った「線形独立の概念」が微分方程式の解を求めるときに出てくる、ユークリッド幾何/射影幾何では、アフィン変換/射影変換などとして「行列」の形で出てくる。クラメル公式は、高等学校でならった連

立方程式を(やみくもに解くのではなく)組織立てて解くのに非常に使い勝手がよい,等. 数学教員養成のカリキュラムの構成については, 大学で習う数学教員の卵である学生が, 数学の内容で成功体験を(大きな成功体験でなくてもよいが)たくさん積むという観点で考えたい. 本プロジェクトを通して, リンク概念を仮定すると, 逆に「各分野をつなげるための各分野の内容/単元は何か」という観点で考えてみる価値あるのではないかという発想にいたった. 本稿では, カリキュラム図案の作成については, 時系列/履修経路にそった積み上げ方式として4年間のカリキュラム案を例示する(後掲の図(先導理数 SST 認定に向けての数学教科専門科目履修マップ, その一例)を参照のこと). それらの詳細については, 本年度内で具体的な内容が提示できるところまで短期共同研究プロジェクトにおける本チームの活動が進行しなかった. また, 実践の観点から必要性としてリンクの観点をあげた. 本年度1年間各教員養成大学のシラバス調査, データの整理等を行ったが, 1年間のプロジェクトだけではリンクの観点による数学各分野のそれぞれの内容に関する具体案まで精査できなかった. 来年度に向けて, 後掲の図(先導理数 SST 認定に向けての数学教科専門科目履修マップ, その一例)の横のつながりについても考察してゆきたい. 今後の課題が多く残った.

## 10. まとめ

本共同研究本プロジェクトの今後の議論のたたき台として1つの案を以下に提示する. 理数科教員養成プロジェクトの実践を踏まえて, 1年の間, 各大学のシラバス等のいくつかの調査をしながら本共同研究に関して考察した.

### 10. 1. 数学教員免許法の整備

平成10年度の指導要領改訂時, 学校教育算数・数学教科内容が3割削減された. そしてそれと同時期に免許法が改訂され, 教科専門科目が20単位となった. 平成20年度にあらたに指導要領が改正され, 学校教育算数・数学教科内容が充実された. それらの経緯を鑑みると, 免許法教科専門科目の単位数が見直される必要がある. 免許法上演習科目の必要性についても, 理数科教員養成プロジェクトに関わる数学教員養成の実践をもとに考えられことを第8節で述べた. 以下, あくまでも一案であるが, 免許法が改正される際の参考案として掲げる:

線形代数(新規)2単位・同演習1単位以上, 微分積分(新規)2単位・同演習1単位以上, 計12単位履修,

代数2単位・同演習1単位以上, 幾何2単位・同演習1単位以上, 解析2単位・同演習1単位以上, 確率/統計2単位・同演習1単位以上, コンピュータ2単位・同演習1単位以上, 計30単位履修, 合計42単位履修する.

ここで, 新規に線形代数と微分積分をあげた. 現行の規則では, 線形代数の内容は代数学にあたる授業で, 微分積分の内容は解析学にあたる授業で行わざるを得な

い大学がある実情を踏まえて新規に立てるのがよいのではないかという理由からである。たとえば、線形代数の内容は、代数学の内容というよりは、数学の各分野の基礎的な内容と考えられる。

#### 10. 2. 教育職員免許法上の分野に合わせた教科書名

現行では、高等学校の教科書は現在、数学 I, 数学 II, 数学 III, 数学 A, 数学 B, 数学 C, 数学基礎, 等の名前である。一方, 法的な根拠というものを表に出すと, 教育職員免許法上の各分野: 代数学, 幾何学, 解析学, 確率論/統計学, コンピュータに合わせた教科書名が自然である。今回の指導要領改訂に伴って, 教科書が改訂される際に, 次の教科書名の別で作成されるものではないかということも 1 案としてあげておく: 数学基礎, 数学 I, 数学 II, 基礎代数, 基礎幾何, 基礎解析, 微分積分, 確率論/統計学, など。このあたりに関しても, 今後, 議論が行われることを期待する。

#### 10. 3. 教育職員免許法認定教員の資格

少なくとも, 教員免許「数学」を認定している各大学の教育職員免許法認定教員について, その資格を明確にしておく必要がある。各教科の免許を認定する授業担当教員は, 各免許に関わる数学各分野(「代数学, 幾何学, 解析学, 確率論/統計学, コンピュータ」)の専門家であるのが自然であるし, そのようであれば説明責任が果たせない。例えば, 数学各分野に関わる免許認定必修授業担当教員は, 数学各分野の関わる業績で博士の学位を取得した専任教員が担当するのが自然ではなからうか。長期的展望を持って各分野の専門家が学士課程教員養成教育にあたるべきと考える。任期付きの教員ではなく専任教員が責任を持って教育にあたるべきであると考え。数学教員を排出している教員養成をになう大学, 少なくとも教員免許認定授業科目を開講している大学は, 責任ある態度をとらなければならない。数学の各分野に関わる免許を認定できる授業担当教員は, 数学の各分野の関わる業績で博士の学位を取得した専任教員が担当するように法的に整備されることが望まれる。

## 参考文献

- [川崎 2008] 「理数科高校教員の養成のためのアセスメント実践」川崎 謙一郎・伊藤直治・河上 哲・市原 一裕・石田正樹・藤井智康・和田稔隆・松山豊樹, 奈良教育大学教育実践総合センター紀要, 奈良教育大学教育実践総合センター, 第 17 号, 275-282, 2008.3

[川崎 2008-2] 「理数科教員養成のためのプログラム実践報告～1つのアセスメント実践の報告～」川崎 謙一郎, 2008 年 数学教育学会 春季年会発表論文集.

[川崎 2008-3] 「数学教育における『リンク』に関する1つの考察～教員養成大学教科専門教員として感ずること～」川崎 謙一郎, 2008 年 数学教育学会 春季年会発表論文集.

[松山 2008] 「新世紀の理数科教育システムの開発～先導理数, 融合理数 GP, そして新理数へ～」松山豊樹, 奈良教育大学教育実践総合センター紀要, 奈良教育大学教育実践総合センター, 第 17 号, 137-144, 2008.3.

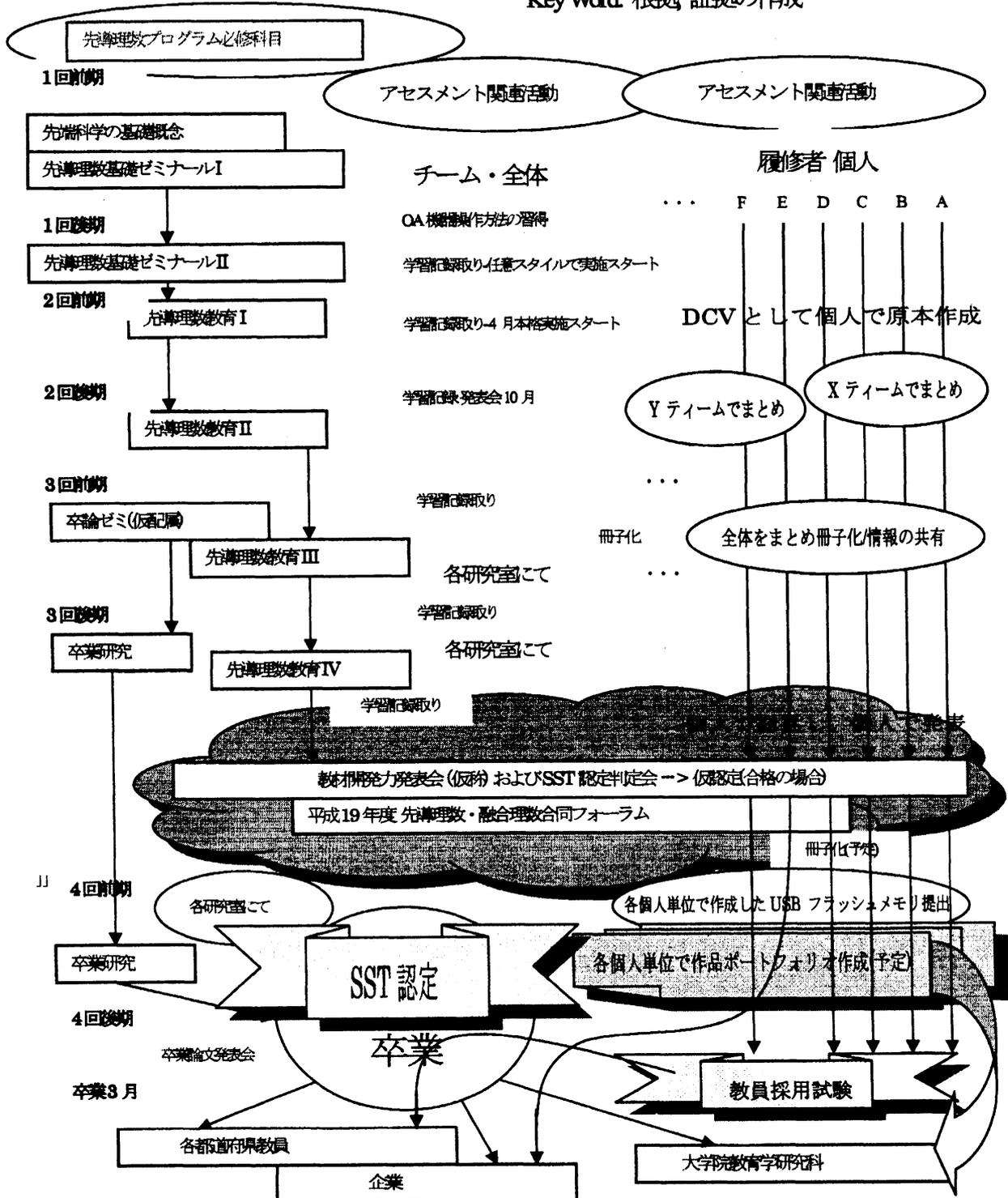
[丹羽・松岡 2009] 「教員養成学部の「数学」教科専門科目カリキュラムの現状把握と理想モデル案に向けた調査検討の構想」丹羽雅彦・松岡隆, 本報告書.

理数科教員養成プログラムにおけるアセスメント活動の4年間の全体像

学生に向けて説明・公表した資料

平成19年10月17日(水)、於：奈良教育大学 情報館 3階 実習室

Key Word: 根拠, 証拠の作成



先導理数SST認定に向けての数学教科専門科目履修マップ, その一例

