

Open Book 分解から見た葉層構造と接触構造の (非)凸性と接触構造の葉層構造への収束

三松 佳彦 (中央大学・理工学部)

§0 序

滑らかな強擬凸境界には自然に接触構造が付随する。この事実が複素解析と接触構造の最も基本的な接点であろう。また、複素構造と symplectic 構造の境界に接触構造が現れるという構図は、symplectic automorphism と open book 分解を通してより高次元の接触構造の研究にも重要な鍵となっている。一方で、3次元の場合、open book 分解には葉層構造と接触構造が自然に付随し、接触構造が自然にその葉層構造へ収束する。これらの構造に対して、強擬凸性が (コ) ホモロジカルな不等式を導く。それは、(強擬)凸性の位相的な表現とも考えられる。接触構造の葉層構造への収束において、このような凸性が如何に伝播するか (しないか) も興味を引く問題となる。

本稿では以上のような葉層構造・接触構造の問題について、筆者らの研究も交えながら概説する。3次元接触構造のトポロジーの基礎については [E4], [Mi1], 3次元多様体上の葉層構造と接触構造の類似、収束については [ET], [Mi1], また、強擬凸領域などの他変数複素解析については [P], Stein 多様体の位相については [E2] などが有用な文献である。

§1 Fillable な接触構造

実 $2n - 1$ 次元多様体上に、 $\alpha \wedge (d\alpha)^{n-1}$ がどこでも 0 にならないような 1-形式 α が与えられたとき、それを接触 1-形式と呼び、 α が定める非特異超平面場 $\xi = \ker \alpha$ を接触構造と呼ぶ。4n-1 次元多様体上の接触構造の場合、接触形式の取り方に依らず $\alpha \wedge (d\alpha)^{n-1}$ が多様体の向きを定める。本稿では、3次元接触構造の場合、予め与えられた多様体の向きと同調する接触構造 (正の接触構造と呼ばれる) のみを扱うことにする。

複素 n 次元複素多様体 Ω 内の滑らかな境界を持つ pre-compact な領域 W の境界 $M = \partial W$ の近傍に、正則値 0 の逆像が丁度 $M = \phi^{-1}(0)$ であって、 $\phi^{-1}(-\infty, 0) \subset W$ となるような狭義多重劣調和関数 ϕ が存在するとき、 W を強擬凸領域又は [B2] に従い Grauert 領域といい、その境界 $M = \partial W$ を強擬凸

境界という。特に、(写像として) proper な狭義多重劣調和関数 ϕ が Ω 全体で定義されていれば、 Ω が Stein 多様体であることに他ならない。

ϕ の定義域には W の元来の概複素構造 J と両立する symplectic 構造 $\omega = -dJ^*d\phi$ が与えられる。つまり、 $g(u, v) = \omega(u, Jv)$ が J -不変な Riemann 計量を与える(このことと ϕ が狭義多重劣調和であることが同値である。これより Kähler 構造がえられた)。更に $\lambda = -J^*d\phi$ が M 上の接触形式 $\alpha = \lambda|_M$ を与える。この接触構造 ξ は概複素構造 J により $\xi = TM \cap J(TM)$ と表される。つまり、 TM 内に存在する複素線形部分束の中で最大であり、各点で複素次元が $n-1$ のものである。

逆に接触構造 (M, ξ) に対してそれを上の意味で境界とする Stein 多様体が存在するとき、 (M, ξ) を Stein fillable な接触構造であるという。また、(Stein 多様体とは限らず) Grauert 領域が存在するとき、holomorphically fillable という。

さてこのとき上に与えられた Riemann 計量による勾配ベクトル場 $Z = \nabla\phi$ は、symplectic 形式 $\omega = g(J\cdot, \cdot)$ に対して

条件 (C) : $\mathcal{L}_Z\omega = \omega$, Z は ∂W で外向き

を満たすので $\iota_Z(\omega) = \lambda$, $d\lambda = \omega$ が従う。これに注目すれば、以上の fillability が symplectic な拡張を持つことになる。

境界付き compact symplectic 多様体 (W, ω) 上に条件 (C) を満たすベクトル場 Z が存在するとき、 $M = \partial W$, $\alpha = \iota_Z(\omega)|_M$ とおけば、Stein 多様体の場合と全く同様に接触構造 $(M, \xi = \ker\alpha)$ を得る ([EG], [W1], [B2])。このとき接触構造 (M, ξ) は strongly (symplectically) fillable であるといい、symplectic 多様体 W を接触構造 (M, ξ) の strong symplectic filling という。この概念は当初 Weinstein により Weinstein 予想を定式化する為の条件として提案された。その立場からは、「 W が接触型境界 (M, ξ) を持つ」ともいう。

開 symplectic 多様体 (W, ω) 上に条件 (C) を満たす完備なベクトル場 Z が存在し、かつ、任意の軌道が交わるような compact 部分集合が存在するとき、 ω は完備凸 symplectic 構造とも呼ばれる。境界つきコンパクト symplectic 多様体の場合は、大域的に定義された条件 (C) を満たすベクトル場が存在すれば、「大域的に凸」とも言われる。これらは Stein 多様体の概念の symplectic 版(の弱いもの)といえる。Morse 関数も付いている強い方は Weinstein 多様体と呼ばれ、殆ど Stein である ([E2], [EG])。

2次元トーラス T^2 の単位余接円周束 ($=T^3$) 上の標準的な Liouville 接触構造 $\ker[\cos z dx - \sin z dy]$ は holomorphically fillable であるが、 z -方向に何回か被覆を取ると、symplectically fillable ではあっても、holomorphically fillable では無いことが知られている (Eliashberg-Gromov [EG]).

§2 Open Book 分解と接触構造

境界のあるコンパクト実 m -次元多様体 Y とその境界 $L = \partial Y$ に対し、 L の近傍上恒等写像となる微分同相写像 φ が与えられると、写像トーラス $M_\varphi = Y \times [0, 2\pi] / \sim$ (但し $(\varphi(y), 0) \sim (y, 2\pi)$) と $L \times D^2$ を共通の境界 $L \times S^1$ で貼り合わせるにより $(m+1)$ -次元閉多様体 $M(\varphi) = M_\varphi \cup A \times D^2$ が得られる。得られた多様体 $M(\varphi)$ の微分同相類は φ のイソトピー類のみによる。逆に $M = M(\varphi)$ に対し以上のような分解を open book 分解 といい、 M に spinnable structure (回転可能構造) を与える、ともいう。 $L \times \{0\}$ または $L \times D^2$ の部分を 'binding', $Y \times \{\theta\}$ ($\theta \in S^1$) を 'page' ということがある。

以下、本稿では、主として有向閉3次元多様体の open book 分解を調べるが、 $Y = (W, \omega)$ が前節で述べた意味で大域的凸であるときに φ が symplectic 構造 ω を保てば、 $M(\varphi)$ 上に標準的に接触構造が定義される。3次元の場合は Y は曲面 F であるから、symplectic 構造といっても面積要素に他ならず、また有名な Moser の補題により曲面の向きを保つ写像類と面積要素を保つ写像類とは一致するので、open book 分解には標準的に接触構造が付随することになる。これを Thurston-Winkelnkemper の接触構造とよぶ ([ThW])。具体的には以下のように構成する。

$L = \partial F$ の座標を $\tau \in S^1$ とおく。 F 上には φ で不変な面積要素 da_F で、 $\int_F da_F = 2\pi$ となるものと、 F 上のベクトル場 Z で、 $\operatorname{div} Z = 1$, 境界で外向きとなるものをとっておく。また、 L の接触形式として $d\tau$ を考える。以上は、高次元の場合も、symplectic 形式 ω , 条件 (C) を満たすベクトル場 Z , 境界の接触構造 $\iota_Z \omega|_{\partial W}$ を考えればよく、何れにしても (C) とそれに続く条件を満たしている。モノドロミー φ は da_F を保存するから、 da_F は自然に写像トーラス M_φ 上に閉2-形式 da を定義する。一方、ベクトル場 Z は φ で不変では無いが $\varphi_* Z$ も同様に条件 (C) を満たし、また、{条件 (C) を満たすベクトル場 Z } が明らかに凸集合であることから、写像トーラス M_φ 上のベクトル場 X で、各ページに接し、各ページ上で条件 (C) を満たすものが存在する。そこで、 M_φ 上、および

$R = D^2 \times L = \{(r, \theta, \tau); r \leq 1\}$ 上で各々

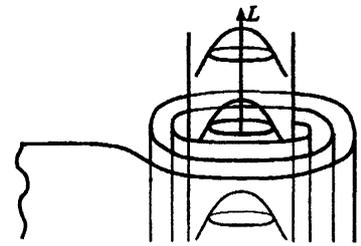
$$\alpha_\varepsilon|_{M_\varphi} = d\theta + \varepsilon \iota_X da, \quad \alpha_\varepsilon|_R = r^2 d\theta + \varepsilon d\tau,$$

とおく。 M_φ と R を貼り合わせるときに $X = -\frac{\partial}{\partial r}$ となるように注意すると α_ε もうまく貼り合わさり、 $0 < \varepsilon \ll 1$ なら正の接触構造を定めることが分かる。高次元の場合も全く同様に接触構造が得られる。接触構造の一般論から、このようにして得られる接触構造 ξ_φ のイソトピー類(従って同型類)はモノドロミー φ のみよることが容易に分かる。

定理 2.1 (Giroux, Ibort-Presas-Martinez) 閉多様体上の接触構造はある open book 分解に付随する Thurston-Winkelnkemper の接触構造に同型である。3次元の場合、イソトピックな接触構造を与える二つの open book 分解は、positive Hopf plumbing という操作による変形で互いにうつりあう。

従って、原理的には接触構造の研究はモノドロミー $\varphi: F \rightarrow F$ の研究に帰着するとも考えられる。また、任意の有向閉3次元多様体は open book 分解を許容することを注意しておく。

3次元の open book 分解には、やはり標準的なやり方で、回転可能葉層と呼ばれる葉層構造 \mathcal{F}_φ が付随する。 M_φ 上では各ページを概ね葉とするのだが、 R の近くではそれを R に巻きつくようにする。また R においては標準的な Reeb 成分を $\frac{\partial}{\partial r}$ 方向に「山」が来るように置くことにする。以上を図により示す。



Spinnable Foliation \mathcal{F}_φ

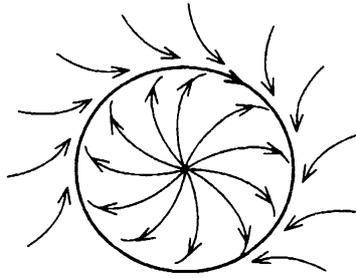
命題 2.2 M_φ 上で ξ_φ と \mathcal{F}_φ を然るべく配置すると、双方の交叉により定義される特異ベクトル場 X' が生成する流れにより、接触構造 ξ_φ は葉層構造 \mathcal{F}_φ に収束する。([Mi1, Mi2, Mi3, m²] 等参照。)

ここで X' は M_φ の内部ではほぼ X に一致する。また、 R 上では、軸上に湧出点を持ち、境界の T^2 に巻きつくようなベクトル場となっている。

葉層構造 \mathcal{F}_φ の方が open book 分解をより鮮明に反映しているが、接触構造 ξ_φ の方が多様体 $M = M_\varphi$ そのものにより近いようにも思われる。

§3 Tight 性と不等式

3次元多様体上の接触構造と葉層構造についてより位相的な「凸性」について紹介する。3次元多様体 M 上の接触構造 ξ が over twisted(過旋) (略して OT) であるとは、 ξ_D が周期軌道を持つような埋め込まれた 2-disk D (以後、OT-disk と言う) が存在することであり、そうでないとき tight であるという。ここで ξ_D は $\xi \cap D$ が D 上に定める特異ベクトル場を表す。



Over Twisted Disk D

接触構造に横断的な結び目に沿う Lutz twist という操作を施すと、新たに over twisted な接触構造を得る。横断的な結び目は、「どこにでも」存在するので、over twisted な接触構造はすぐに得られる。tight のほうが無駄の無いよい構造であって、凸性を持つと考えられる。

これらの概念は Bennequin [B1] により導入され、次に述べる Bennequin の主定理は接触トポロジーの幕開けとみなされている。

定理 3.3 (Bennequin の主定理, [B1]) S^3 上の標準的接触構造 ξ_0 は tight である。

ここで \mathbb{C}^2 の単位球体 W を強擬凸領域と考えて得られるのが ξ_0 である。幾何的には、Hopf fibration: $S^3 \rightarrow S^2$ に直交する平面場といっても良い。一般に接触構造の tight 性を示すのは難しい。

一方、OT 接触構造については、Eliashberg による次の驚くべき結果がある。

定理 3.4 (Eliashberg, [E1]) 任意の有向閉 3次元多様体 M に対して包含写像

$$\{M \text{ 上の OT 接触平面場} \} \hookrightarrow \{M \text{ 上の平面場} \}$$

は弱ホモトピー同値である。

この主張は「OT 接触構造の集合は h -原理 に従う」と表現されることもある。Gray の安定性定理と併せると、閉多様体上の OT 接触構造の isotopy 分類問題は平面場のホモトピー分類、つまりホモトピー集合 $[M; S^2]$ の計算に帰着してしまうのである。

一方、3次元多様体上の余次元 1 葉層構造に対しては、「Reeb 成分を持たない」という性質が、しばしば接触構造の tight 性と対比される。然しながら、接触構造の場合と違って 4次元の構造とは直接には余り結びついていない。

定理 3.5 (Eliashberg-Gromov, [E3, G]) fillable な接触構造は tight である。

証明は、正則円板の Bishop 族 ([Bi]) の議論を擬正則曲線の理論に乗せて使うことにより得られる。

次に、tight な接触構造や Reeb 成分を持たない葉層構造が満たす不等式を紹介する。

有向閉 3 次元多様体 M 上の余次元 1 有向葉層構造 \mathcal{F} が Reeb 成分を持たないとする。また、種数 $g > 0$ の有向閉曲面 $e\Sigma$ が M に埋め込まれているとする。このとき Thurston は次の不等式を示した。

定理 3.6 (Thurston の絶対不等式 [Th])

$$|\langle e(T\mathcal{F}), [\Sigma] \rangle| \leq |\chi(\Sigma)| = 2g - 2.$$

ここで、 $e(\cdot)$ と $\chi(\cdot)$ は Euler 類、及び Euler 標数を表す。

次に Σ が \mathcal{F} に正に横断的な有向結び目 (又は絡み目) $L = \partial\Sigma$ を (向きもこめて) 境界とする Seifert 曲面である場合を考える。 Σ は 1 次元のホモトピー型を持つので、 $T\mathcal{F}|_{\Sigma}$ は自明化 X を持つ。このとき、 L^X として L を $X|_L$ の方向に少しシフトした絡み目を表し、linking 数 $\text{lk}(L, L^X)$ を考える。この量は、 $T\mathcal{F}|_L$ を L に沿って $T\mathcal{F} \cap T\Sigma$ により自明化を与えておいた場合の相対的 Euler 数 $-\langle e(T\mathcal{F}), [\Sigma, L] \rangle$ にも一致する。やはり Reeb 成分が無いという条件の下に、Thurston は次の不等式も示した。

定理 3.7 (Thurston の相対不等式, [Th]) $\text{lk}(L, L^X) \leq -\chi(\Sigma)$.

我々は、Reeb 成分のある場合、特に回転可能葉層に対してこれらの不等式を調べる。

また、これらの不等式は全くそっくりの形で葉層構造 \mathcal{F} を接触構造 ξ に取り替え、埋め込まれた曲面、または、有向横断絡み目とその Seifert 曲面に関する仮定は一切変えずに定式化され、Thurston-Bennequin の不等式 と呼ばれる。

定理 3.8

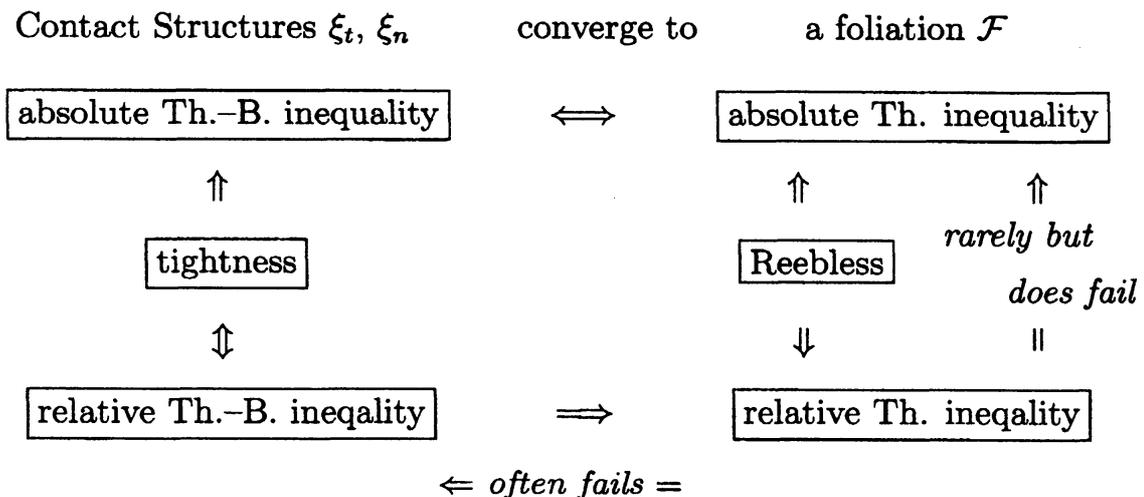
- 1) (Bennequin, [B1]) Thurston-Bennequin の相対不等式が成り立てば、接触構造は tight である。
- 2) (Eliashberg, Giroux, [E4, Gi1], Elimination Lemma) 逆に、tight であれば Thurston-Bennequin の相対不等式、絶対不等式の双方が成り立つ。

よって、接触構造の場合、tight 性と不等式の関係は簡明である。特に、相対不等式が成り立つ接触構造に対しては絶対不等式も成り立つことが分かるが、実はそれは直接は証明できず、上にあるように Elimination Lemma を使って一度 tight 性に戻る必要がある。

この辺の事情は葉層構造においてはより複雑で、面倒が引き起こされる。多くの場合、Thurston の不等式で相対版の方が絶対版より強いと思われるが、厳密には逆のこともあり、双方はとりあえず独立であるとしか言いようが無い。絶対不等式が崩れるのに相対不等式が成立する葉層構造として知られているものは今のところ極めて少ないが、全貌は未だにつかめていない。これを分類することは、有意義な問題として今後に残されている。

更にこれらの状況を、接触構造の列 $\{\xi_n\}$, 又は 1-径数族族 $\{\xi_t\}$ がある葉層構造 \mathcal{F} に収束している場合に不等式の成否がどのように伝播するかを調べてみる。一般論としては次のような図式を得る。

3.9 図式



上の図式で、絶対不等式同士が同値となることは、収束においては双方がベクトル束として同型であることから、ほぼ自明である。一方、相対不等式については、一般の収束においては接触構造の方が強くなる。葉層構造に横断的な絡み目は、十分近い接触構造に対しても横断的となる。これにより図式下辺の「左から右」がえられる。しかし、この役割を葉層構造と接触構造で入れ替えることは無理なので「右から左」が成立しなくなる。実際、tight な接触構造を与える open book 分解を取ると、それを Lutz twist した OT 接触構造を元と同じ回転可能葉

層構造に収束させることが出来、上の図の下辺の右から左が成り立たない例となる ([Mi1, Mi3] 参照)。

然しながら、命題 2.2 にあるように open book 分解に付随する接触構造 ξ_φ が直接回転可能葉層 \mathcal{F}_φ に収束する場合は、次節に “Bennequin’s Isotopy Lemma” として述べるように収束の状況が良く、「右から左」が成り立つ。これには、[km³] において Thurston の絶対不等式が崩れるモノドロミーのクラスを系統的に調べた結果があり、それが動機となっている。つまり、図式の左側（接触構造のサイド）を経由することにより、回転可能葉層に対しては、Thurston の相対不等式は絶対不等式よりも強いことが証明されるのである。

§4 Bennequin’s Isotopy Lemma

3次元多様体 $M = M(\varphi)$ の open book 分解 φ のもとで接触構造 ξ_φ のイソトピー族が付随する回転可能葉層 \mathcal{F}_φ に収束する (命題 2.2) が、これは次の意味でよい収束である。

定理 4.10 (Bennequin’s Isotopy Lemma, [km³, m²], [Mi3]) ξ_φ と \mathcal{F}_φ を $M(\varphi)$ 上に然るべく配置しておくこと、 ξ_φ に正に横断的な絡み目は、横断的な絡み目の中だけでイソトピー変形させることにより、 \mathcal{F}_φ にも正に横断的となるようにできる。

Bennequin は同様の事実を S^3 上の標準的接触構造 ξ_0 と所謂 Reeb 葉層の間で成立することを示した。このケースは open book 分解としては最も単純な、 D^2 上の恒等写像をモノドロミー φ とする場合に相当する。Bennequin の証明を一般の open book 分解に書き直せばよいのであるが、観念的には自明にも見えるが、技術的には比較的面倒である。その詳細については、[km³], [m²] 及び [Mi3] を参照のこと。

系 4.11 有向閉3次元多様体の open book 分解に付随する接触構造の葉層構造への収束の場合、図式 3.9 の下辺は右から左へが成り立つ。即ち、回転可能葉層について Thurston の相対不等式が成立すれば、接触構造について Thurston-Bennequin の相対不等式が成立する。また、回転可能葉層については、Thurston の相対不等式が成立すれば、絶対不等式も成立する。

Bennequin’s Isotopy Lemma と付随する系は、open book 分解の binder R (つまり葉層の方では Reeb 成分) を境界の T^2 で別の向きに張り合わせた、所謂 “Dehn filling” の場合にも、接触構造も標準的に定義され、その上で Isotopy Lemma も成り立つことが [Mi3] で得られている。

§5 モノドロミーと凸性

Open book 分解が与えられたとき、付随する接触構造 ξ_φ が Stein fillable であるかどうかは、実はモノドロミー φ の言葉で次のように記述できることが分かっている。

定理 5.12 (Loi-Piergallini, [LP]) ξ_φ が Stein fillable であるためには、モノドロミー φ が正 (右とも言う) の Dehn twist の積で表されることが必要十分である。

正の Dehn twist は Lefschetz fibration などのモノドロミーとして現れるものとして知られている。例えば特異曲面 $z_1 z_2 = 0$ の周りで regular fibres $z_1 z_2 = \varepsilon e^{i\theta}$ を $0 \leq \theta \leq 2\pi$ と動かしてみると、実際に正の Dehn twist がモノドロミーとして現れることが見て取れる。この定理の証明は非常に複雑で深いものである。コンパクトな Stein 曲面が $D^4 = D^2 \times D^2$ 上の形の良い分岐被覆として得られることを意味している。

tight 性についても Honda-Kazez-Matić により open book 分解のモノドロミーの言葉で必要十分条件が記述されているが、若干表現が複雑であり、一つ接触構造に対して一つの open book で tight 性を保証することは難しい。

定理 5.13 (Honda-Kazez-Matić, [HKM]) 接触構造 ξ が tight であるためには、それを与える総ての open book 分解のモノドロミーがすべて right veering という性質を満たすことが必要十分である。

参考文献

- [B1] D. Bennequin, *Entrelacements et équations de Pfaff*, Astérisque, 107-108 (1983), 83-161.
- [B2] D. Bennequin, *Topologie symplectique, convexité holomorphe, et structures de contact, d'après Y.Eliashberg, D.McDuff, et al*, Séminaire BOURBAKI, n° 725 (1989-90).
- [Bi] E. Bishop, *Differentiable manifolds in complex euclidean space*, Duke Math. J., 32 (1965), 1-22.

- [E1] Y. Eliashberg, *Classification of over twisted contact structure on three manifolds*, Invent. Math., **98-3** (1989), 623-637.
- [E2] Y. Eliashberg, *Topological characterization of Stein Manifolds of dimension > 2* , International J. Math., **1** (1990), 19-46.
- [E3] Y. Eliashberg, *Filling by holomorphic discs and its applications*, Geometry of Low-Dimensional Manifolds: 2, London Math. Soc. Lect. Note ser., **151**, Cambridge Univ. Press, (1990), 45-67.
- [E4] Y. Eliashberg, *Contact 3-manifolds twenty years since J. Martinet's work*, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, **42-1-2** (1991), 165-192.
- [EG] Y. Eliashberg & M. Gromov, *Convex symplectic manifolds*, Proc. Sympos. Pure Math. A.M.S., **52-2** (1991), 135-162.
- [ET] Y. Eliashberg & W. Thurston, *Confoliations*, A.M.S. University Lecture Series, **13** (1998).
- [Gi] E. Giroux, *Convexité en topologie de contact*, Comment. Math. Helvetici., **66** (1991), 637-677.
- [G] M. Gromov, *Pseudo-holomorphic curves in symplectic manifolds*, Invent. Math., **82** (1985), 307-347.
- [HKM] K. Honda, W. Kazez & G. Matić, *Right-veering diffeomorphisms of compact surfaces with boundary I*, Invent. Math. **169**(2007), 427-449.
- [km³] H. Kodama, Y. Mitsumatsu, S. Miyoshi & A. Mori, *On Thurston's inequality for spinnable foliations*, preprint, to appear in the Proceedings of PAULFEST, Contemporary Math., A. M. S..
- [LP] A. Loi & R. Piergallini, *Compact Stein surfaces with boundary as branched covers of B^4* , Invent. Math. **143**(2001), 325-348.
- [Mi1] 三松 佳彦, 「3次元接触構造のトポロジー」, 数学メモアール第1巻, 日本数学会, (2001).

- [Mi2] **Y. Mitsumatsu**, *Convergence of contact structure to foliations*, Foliations 2005 ; Proc. International Conf. Lodz, Poland, ed. by P. Walczak *et al*, World Scientific, (2006), 353-365.
- [Mi3] **Y. Mitsumatsu**, *On Bennequin's isotopy lemma and Thurston's inequality*, to appear in Proc. International Colloq. Diff. Geom. VIII.
- [m²] **Y. Mitsumatsu & A. Mori**, *On Bennequin's isotopy lemma*, Appendix to [Mi2], Foliations 2005 ; Proc. International Conf. Lodz, Poland, ed. by P. Walczak *et al*, World Scientific, (2006), 365-371.
- [P] **Th. Paternell**, *Pseudoconvexity, the Levi problem and vanishing theorems*, Encyclopaedia of Mathematical Sciences, **74**, Several complex Variables VII, Chapter VIII, Springer-Verlag, Berlin, (1994).
- [Th] **W. P. Thurston**, *Norm for Homology of 3-manifolds*, Memoirs A.M.S., **339** (1986), 99 -130.
- [ThW] **W. Thurston & E. Winkelnkemper**, *On the existence of contact forms*, Proc. A.M.S., **52** (1975), 345-347.
- [W] **A. Weinstein**, *On the hypotheses of Rabinowitz's periodic orbit theorems*, J. Diff. Eq., **33** (1979), 353-358.

Yoshihiko MITSUMATSU,
e-mail : yoshi@math.chuo-u.ac.jp
Department of Mathematics, Chuo University,
1-13-27 Kasuga Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8551, Japan