

## 風食による奇岩生成過程の数値シミュレーション

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科 桑名 杏奈 (Anna KUWANA)  
秋保 美幸 (Miyuki AKIHO)  
河村 哲也 (Tetuya KAWAMURA)

Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

**概要:** トルコ・カッパドキア地方に見られる奇岩形状を再現することを目的に、岩石侵食のモデルを立てることを試みた。本研究ではデフレーション(風食の一種)の典型である砂丘に関するシミュレーションのために提案されたモデルを適用した。計算は以下の 3 ステップを繰り返す。(1) 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式で表される岩石周りの流れを MAC 法により解く。(2) 岩石表面付近の摩擦速度を計算し、砂輸送方程式より砂輸送量(摩擦速度の 3 乗に比例)を計算する。(3) 砂輸送量を「岩石侵食量」と読み替える。岩石侵食量と岩石表面から消失する砂の質量保存から、次のタイムステップでの岩石形状を求める。

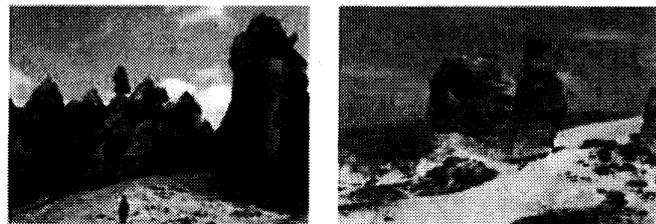
### 1. はじめに

カッパドキア(Cappadocia)は1985年に世界遺産に登録された、トルコの首都アンカラの南東に位置する岩石地帯である(Fig. 1)。海拔1,000mのアナトリア高原中央部に100km<sup>2</sup>に渡って広がるこの地帯には、Fig. 2に示すような「奇岩」が林立する。数億年前、付近の火山(Mt. Erciyes, Mt. Hasan)から噴出された火山灰から成る凝灰岩層は、その他の例えば玄武岩層などに比べて侵食を受けやすい。奇岩は、岩石種の違う地層が複雑に重なりあっている地域において、侵食の速度の違いにより生成されたと考えられている。

本研究では、カッパドキア地方の奇岩形状を再現することを目標に数値シミュレーションを行った。温度差・湿度差による風化、水や氷による侵食、水・塩類による凍結破碎、溶解・酸化などの化学的風化など、侵食に影響を与える要素は多岐に渡る。ここでは単純なモデルとして、風による侵食、特に岩石表面の粒子が飛散する現象(デフレーション)をとりあげる。デフレーションによって生成される地形の典型が、砂丘である。先行研究[1][2]は、バルハン砂丘の生成など、風による砂の動きを数値シミュレーションにより解析したものであるが、今回はそこで提案された手法を岩石の風食に応用することを試みた。



Fig.1 Geolocation of Cappadocia.



(a) Mushroom type.

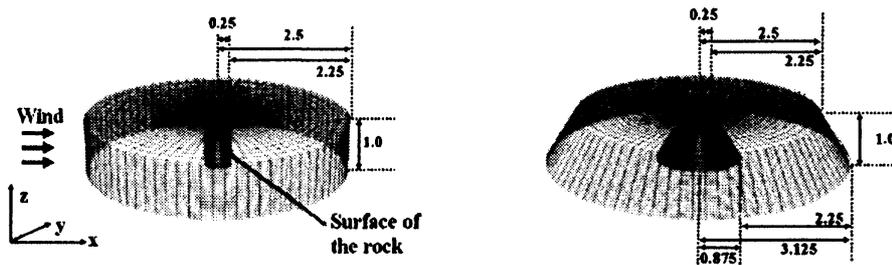
(b) Camel type.

Fig.2 Strange shaped rocks in Cappadocia.

## 2. 計算方法

### 2-1. 計算領域

Fig. 2(a) のような岩石形状を再現することを目的に, Fig.3 に示す円筒座標系の格子を用いる. 格子数は, 周方向: 半径方向: 高さ方向 = 122: 41: 26 (約 130,000 点) とした. 遠方境界の風上側 (図の左側) から一様流が流入し, 風下側 (図の右側) へ流出する. 計算領域の上下面は滑りなし壁とする. 岩石側面 (円筒座標系半径方向の一番内側の格子点) が, 岩石周りを流れる風によって削られると考える. 岩石形状の上下境界は外挿で決定した. 岩石面に沿った物理空間は侵食が進むにつれて複雑になるため, 一般座標変換を施して得られる直方体領域の計算空間にて計算を行う.



(a) A rock of circular cylindrical shape. (b) A rock of truncated circular cone shape.

Fig. 3 Computational grids.

### 2-2. 計算方法

#### 2-2-1. 岩石周りの流れ場を計算

岩石周りの流れ場を下記の基礎方程式で表現する.

$$\text{連続の式: } \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\text{非圧縮性 Navier-Stokes 方程式: } \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

[  $\nabla$ : 勾配演算子,  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ : 速度ベクトル,  $t$ : 時間,  $p$ : 圧力,  $\text{Re}$ : レイノルズ数 (=1,000) ]

式(1), (2) を, 式(3), (4) に示す MAC 法[3] を用いて解く.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3)$$

$$\nabla^2 p = -\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 - 2\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - 2\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} - 2\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{\Delta t} \quad (4)$$

時間微分は一次精度の前進差分, 非線形項以外の空間微分は二次精度の中心差分, 非線形項は十分に細かくない格子でも安定した計算が可能[4] な三次精度の上流差分(5) で近似した.

$$f \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = f \frac{-u_{i+2} + 8(u_{i+1} - u_{i-1}) + u_{i-2}}{12\Delta x} + \frac{|f|}{12} \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{\Delta x} \quad (5)$$

### 2-2-2. 表面摩擦の計算と、岩石侵食量の推定

Bagnold[5] は、風による表面摩擦速度の大きさ  $u_*$  [m/s] と砂粒の跳躍による砂輸送量  $q$  [kg/(m·s)] の間の定量的な関係式：砂輸送方程式(6) を導いた。

$$q = b_1 \frac{\rho_0}{g} u_*^3 \quad (6)$$

[  $b_1$  : 砂面形状による定数(本研究では一定),  $\rho_0$  : 空気密度 (定数),  $g$  : 重力加速度 ]

式(6) は、砂輸送量が摩擦速度の大きさの 3 乗に比例することを意味する。実際には、砂面上空の流れ場は場所によって様々な方向をもち、砂は各地点における風の強さに従った量とその風の向きに運ばれる。すなわち、砂輸送量は場所によって異なる方向と大きさをもつベクトル  $\mathbf{q}$  で表される。摩擦速度ベクトル  $\mathbf{u}_*$  は、式(8) で表される。

$$\mathbf{q} = b_1 \frac{\rho_0}{g} |\mathbf{u}_*|^2 \mathbf{u}_* \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_* = \sqrt{\nu \frac{d|\mathbf{U}|}{dn}} \frac{\mathbf{U}}{|\mathbf{U}|} \quad (8)$$

[  $\nu$  : 空気の動粘度 (定数),  $\mathbf{U}$  : 砂表面に平行な方向の速度,  $d/dn$  : 砂面に垂直な方向の微分 ]

本研究では岩石を砂の塊と仮定し、「岩石の侵食」を「岩石表面からの砂の消失」と考える。式(7) の砂輸送量ベクトルを「岩石侵食量ベクトル」と読み替えて、以下の計算に利用する。

### 2-2-3. 新しい岩石面形状の決定

Fig. 5 に示す、岩石面に沿った微小区間を考える。前節で計算した岩石侵食量ベクトルと、砂の質量保存から、式(9) が成り立つ。

$$\rho_s \frac{dh}{dt} = -\frac{dq_1}{dX} - \frac{dq_2}{dZ} \quad (9)$$

[  $\rho_s$  : 砂密度,  $h$  : 岩石面に垂直な高さ,  
( $X, Z$ ) : 岩石面に平行な局所座標,  
( $q_1, q_2$ ) : 岩石侵食量ベクトル  $\mathbf{q}$  (式(7)) の( $X, Z$ )成分 ]

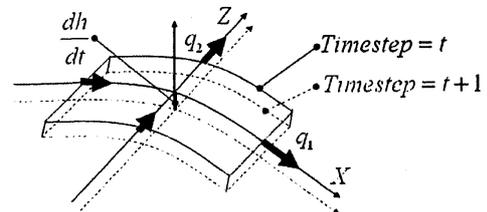


Fig. 5 Mass conservation of sand.

式(7) を( $X, Z$ )成分表記したものを式(9) に代入して無次元化した式(10) より、各格子点における岩石面の高さの時間変化が計算できる。

$$\frac{d\tilde{h}}{d\tilde{t}} = -b_1 \frac{\rho_0}{\rho_s} Fr^2 \left( \frac{d\tilde{q}_1}{d\tilde{X}} - \frac{d\tilde{q}_2}{d\tilde{Z}} \right) \quad (10)$$

[  $Fr$  : フルード数,  $\sim$  : 無次元量 ]

ここで、式(11) によりパラメータ  $C$  を定義する。  $b_1, \rho_0, Fr$  は定数のため、  $C$  は  $\rho_s$  (砂密度) によって決定される。本研究では砂密度を岩石密度と読み替え、岩石密度の大きい (すなわち、パラメータ  $C$  の値が小さい) ものを侵食されにくい岩とする。

$$C = -b_1 \frac{\rho_0}{\rho_s} Fr^2 \quad (11)$$

岩石表面の凹凸の大きい部分は粗い格子では表現しにくいこと、およびそういった部分は速く侵食されると考えられることから、計算においては下記の平滑化を施している。

- ・ 各格子点における岩石面の曲率が一定値を超えたら、その格子点での岩石面高さ  $h_{i,k}$  を隣接点における岩石面高さの平均値で書き換える。(R は岩石上部半径の初期値)

- 周方向 : 
$$\text{if } \left| \frac{h_{i+1,k} - 2h_{i,k} + h_{i-1,k}}{2} \right| > 2\% \text{ of } R \text{ then } h_{i,k} \Rightarrow \frac{h_{i+1,k} + h_{i-1,k}}{2}$$

- 高さ方向 : 
$$\text{if } \left| \frac{h_{i,k+1} - 2h_{i,k} + h_{i,k-1}}{2} \right| > 10\% \text{ of } R \text{ then } h_{i,k} \Rightarrow \frac{h_{i,k+1} + h_{i,k-1}}{2}$$

- ・ ある格子点において、岩石半径が初期値 R の 40% になったら、その点では侵食を終了する。

式(10)により新しい岩石面形状が決定された後に、それに沿うように格子を作り直す。そして 2-2-1. に戻って新しい岩石周りの流れ場を計算する。これを繰り返す。ただし、岩石が侵食を受ける時間スケールは流れ場が変化する時間スケールに比べて大きいので、流れ場に関する計算(2-2-1.) 100step ごとに、岩石に関する計算(2-2-2. 2-2-3.) を 1 回行った。

### 3. 結果

#### 3-1. 岩石密度の差による侵食の違いの比較

はじめに、岩石の硬さを表す式(11)のパラメータ C の値の違いによる侵食の受け方の違いを比較する。一様な硬さをもつ 2 種類の円筒形の岩石について計算を行った(計算領域は Fig. 3 (a) に示したもの)。Fig. 6 は岩石面のシェーディング(カラーマップは岩石半径)と、高さ方向中央断面における流速ベクトルを示したものである。Fig. 6 (a), (b) いずれも、計算が始まってから 40,000step での様子であるが、パラメータ C の値が大きい(a)の方が、より侵食を受けている。

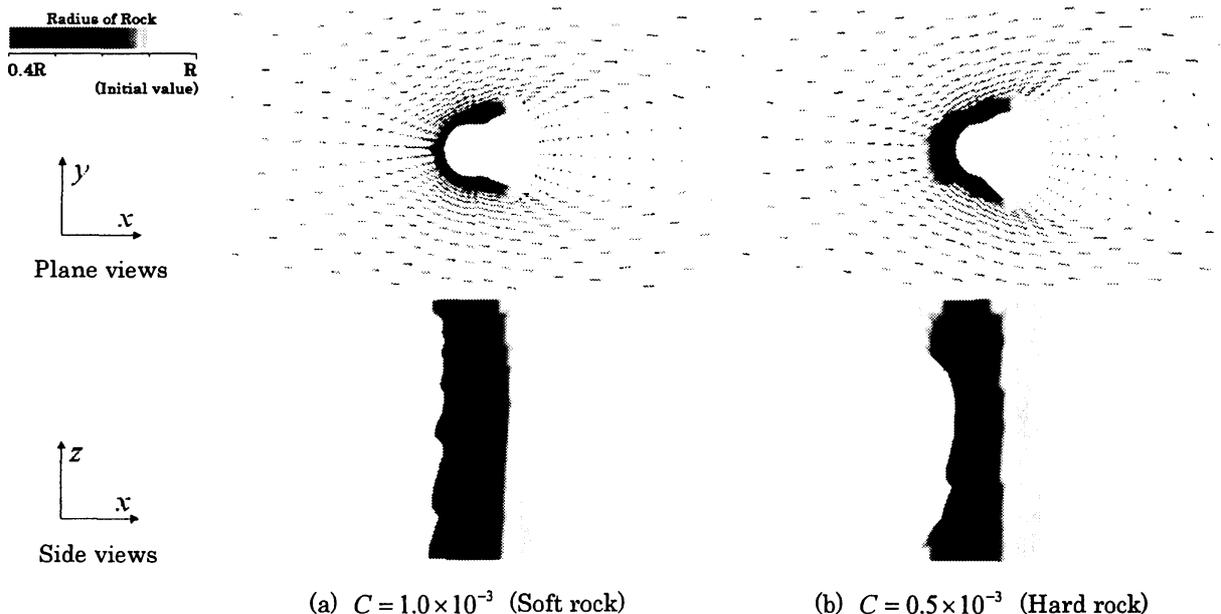


Fig. 6 Flow fields and the surface of the rocks of simple circular cylindrical shape.

### 3-2. 奇岩形状の再現

トルコ・カッパドキア地方に実際に見られる3種の奇岩形状の再現を目標に、計算を行った。Fig. 7 に目標とした奇岩の写真と、計算に用いた岩石密度の異なる3層から成る岩石、および10,000stepでの計算結果を示す。パラメータCの値はいずれの岩石も LayerA:  $C = 0.5 \times 10^{-3}$ , LayerB:  $C = 0.5 \times 10^{-2}$ , LayerC:  $C = 0.5 \times 10^{-4}$  と設定しており、大きい値をもつ LayerB が、強い侵食を受けている。

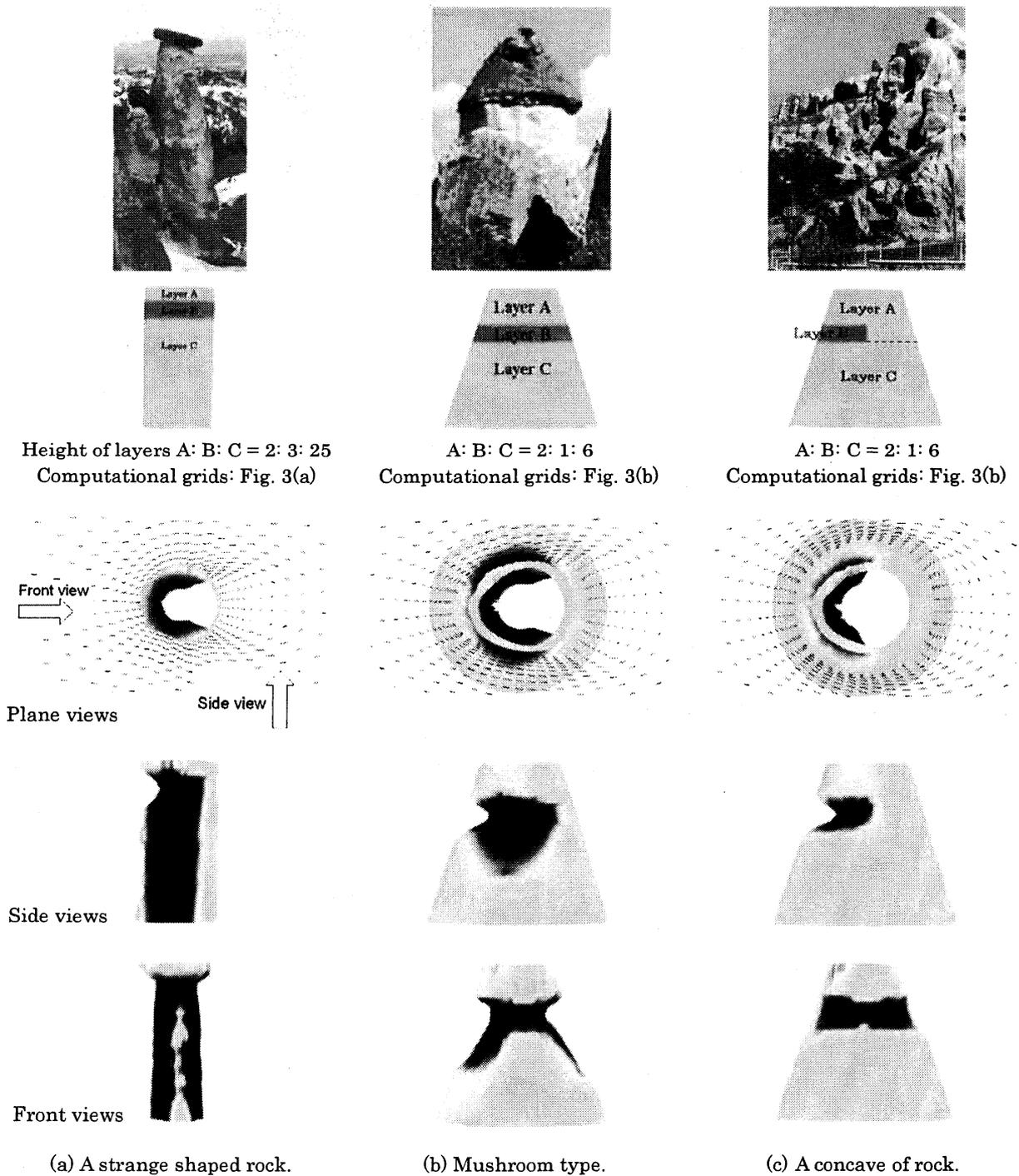


Fig. 7 Reproduction of strange shaped rocks.

### 3-3. 円筒型系奇岩の体積比較

Fig.8 は、円筒型岩石(Fig.3(a))から侵食を始めた 3 種類の岩石の体積の時間変化である。岩石表面が一様でない「Strange 1」が早く削られ始めること、一度削られ始めれば全体が柔らかい岩(Soft)の方が侵食を受けやすいことが観察される。

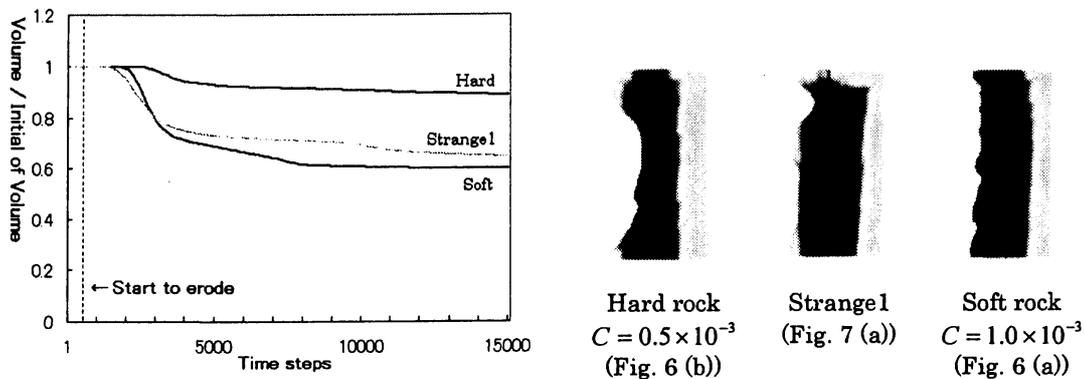


Fig. 8 Volume of the rocks

### 4. まとめ

岩石を砂の塊と仮定し、「岩石の侵食」を「岩石表面の砂の消失」と考えることにより、砂輸送量ベクトルを岩石侵食量ベクトルと読み替えて、単純なモデルにおける岩石風食の過程を計算した。岩石の硬さと層の構造の違いにより、カップドキア地方にある奇岩の形状をある程度再現できた。今後は今回の単純なモデルを、より現実に則した形に修正していく予定である。

### 参考文献

- [1] M. Kan, "Application of numerical simulation to some environmental problems in arid land", Dissertation, Ochanomizu University (2000).
- [2] R. Zhang, M. Kan and T. Kawamura, "Numerical study of the formation of transverse dunes and linear dunes", Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 74 No.2 (2005) pp.599-604
- [3] F. H. Harlow and J. E. Welch, "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface", The Physics of Fluids, Vol. 8, No. 12 (1965), pp.109-116.
- [4] T. Kawamura and K. Kuwahara, "Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness", AIAA Paper 84-0340 (1984).
- [5] R.A.Bagnold, "The movement of desert sand", Proc. Roy. Soc. A157 (1936), pp594-620.