

波動方程式を用いた低周波伝播の 3 次元数値シミュレーション

Three-dimensional numerical simulation of low frequency wave propagation using wave equation

お茶の水女子大学・情報基盤センター 佐藤祐子(Yuko Sato)

IT Center, Ochanomizu University

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科 河村哲也(Tetuya Kawamura)

Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

1. 緒言

近年、風力エネルギーは最も有力な再生可能エネルギーのひとつとされており、世界の風力発電導入量は飛躍的に増加をしている。その一方で国内におけるその導入量は伸び悩んでいるが、これは主に出力変動による系統連系の問題、台風や落雷による事故の問題、騒音および低周波音問題、バードストライク等に起因しているといえる。本稿ではこれらの問題のうち、低周波音問題に着目する。日本においては風車が住宅地から比較的近いところに設置されることがあり、風車からの低周波音に関して住民から苦情が出ている^{[1],[2]}。風車による騒音については、その原因の解明、対策が進んでいるものの、低周波音については未だに明らかでないことが多く、有効な対策が見つかっていない。

音の予測の手段として、数値シミュレーションを用いることは一般的に行われているが、その手法は様々である。大別すると、音の発生と伝播を同時に直接解く方法と、音の発生と伝播を分離して解く方法があり、代表的な伝播を解く方法としては、積分方程式を用いる方法や線形オイラー方程式を用いる方法などがある。本研究では、波動方程式を差分法を用いて解くことにより数値シミュレーションを行い、低周波の伝播に関する基礎的な知見を得ることを目的とする。

2. 数値計算法

2. 1 基礎方程式

基礎方程式として波動方程式を用いる。3次元の波動方程式は、以下の通りである。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0, \quad (1)$$

ここで、 p は音圧、 c は波の伝播速度、 t は時間である。この基礎方程式を差分法により解く。時間は 2 次精度中心差分、空間は 4 次精度中心差分を用いた。

音源には、以下の式を用いる。

$$p = p_a \sin(2\pi ft), \quad (2)$$

ここで、 p_a は音波の振幅、 f は周波数である。

2. 2 境界条件

遠方境界は、B.Engquist らの吸収境界条件[3]を用いた。以下がその1次近似式である。

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \right) u \Big|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

計算は、点音源からの伝播を想定し、すべての境界を吸収境界条件にしたものと、地上にある高さ 60[m]の音源からの伝播を想定し、地面だけ固定端反射としたものの計算を行う。

3. 計算結果

波動方程式を解くことにより、各時間における音圧を求め、その値から音圧の実効値 (RMS) p_e [Pa]を得る。

$$p_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt}, \quad (4)$$

ここで、 T [s]は音圧の周期である。

また、音圧の実効値から音圧レベル(SPL) L_p [dB]を求める。

$$L_p = 20 \log p_e / p_0, \quad (5)$$

ここで、 $p_0 = 2 \times 10^{-5}$ [Pa]である。

まず、点音源からの球状拡散について調べる。計算領域は 1[km]×1[km]×1[km]、計算格子は 201×201×201 である。図 1 は、音圧レベルの等高線を表したものである。また、図 2 は、縦軸に音圧レベル[dB]、横軸に距離[m]を取り、音圧レベルの距離減衰について表している。計算結果は、境界近傍においてわずかな数値振動が見られるが、距離が 2 倍になると 6[dB]減衰するという理論値とほぼ一致している。

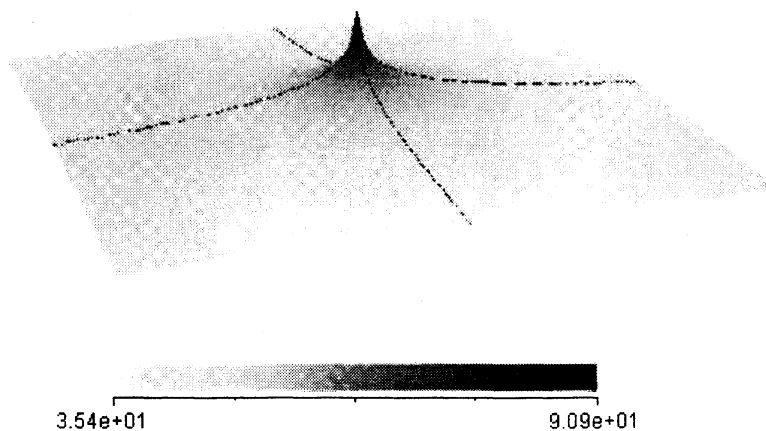


Fig. 1 the Contour of SPL

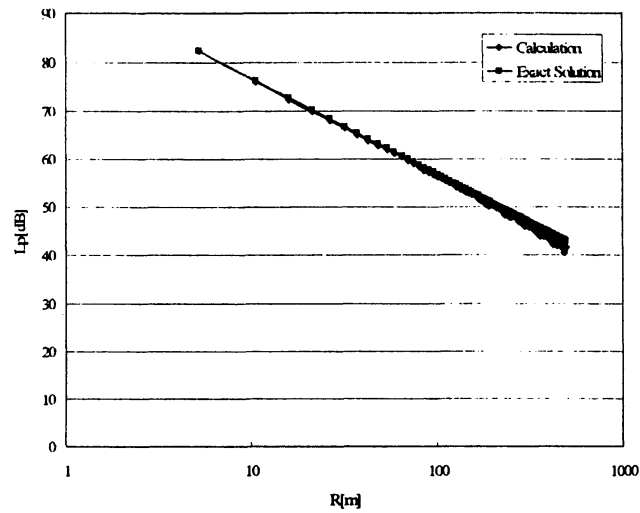


Fig. 2 SPL decrease with distance

次に、地上高さ 60[m]に音源を置いた時(図 3)の音波の伝播について計算を行う。

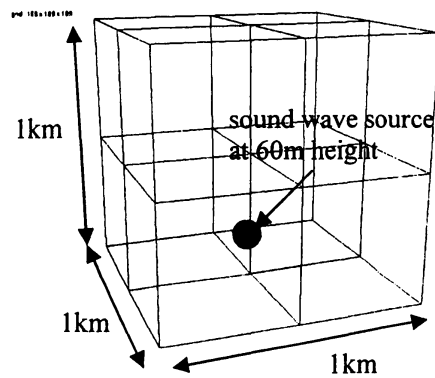
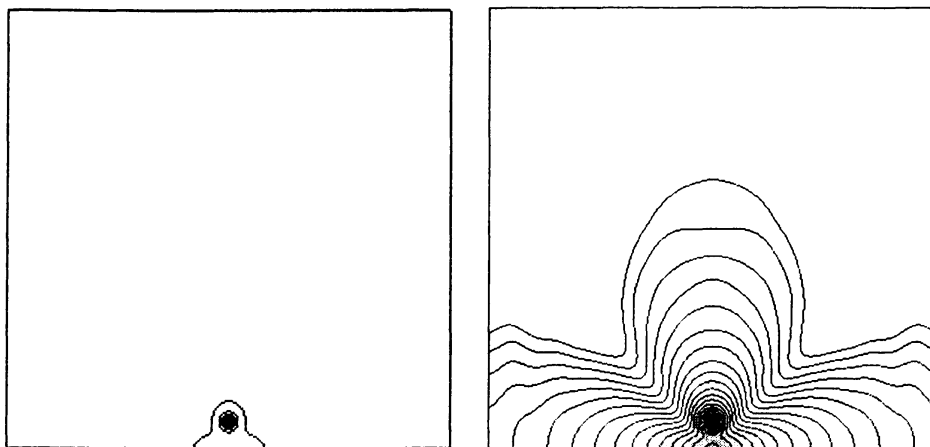
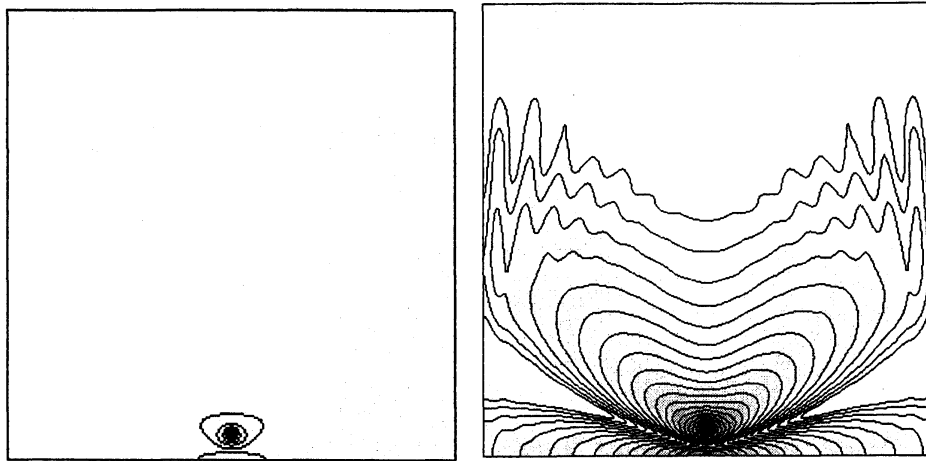


Fig. 3 Computational domain

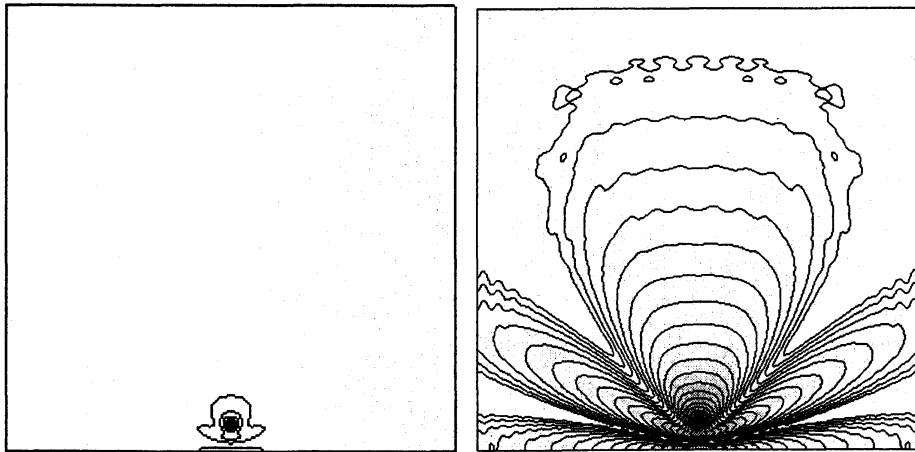
図 4 は、それぞれ周波数 2, 4, 6, 8[Hz]の音波の実効値の音圧(左)および音圧レベル分布(右)の等高線を示す。



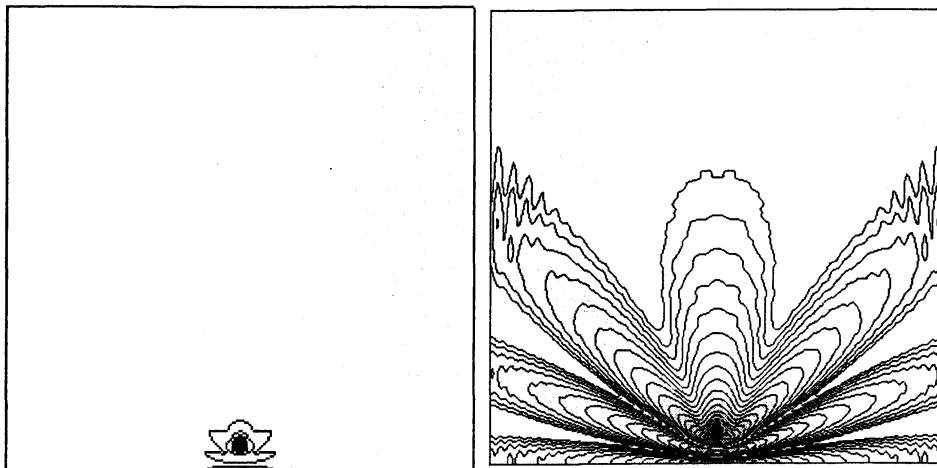
(a) 2Hz



(b) 4Hz



(c) 6Hz



(d) 8Hz

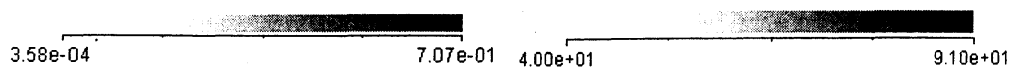


Fig. 4 RMS of sound pressure and SPL contours in vertical cross section

音圧の実効値および音圧レベルは、周波数が高くなるにつれ、複数の極が形成された。また、周波数が高くなると、SPLの低い値において、数値振動が見られた。

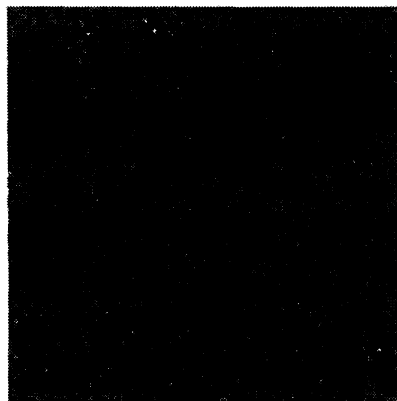
図5は、4[Hz]における音圧の時間変化を示す。図中右は音源の高さにおける音圧分布のグラフである。



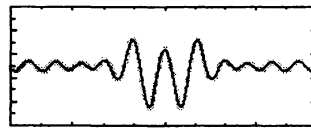
time : 5.04399



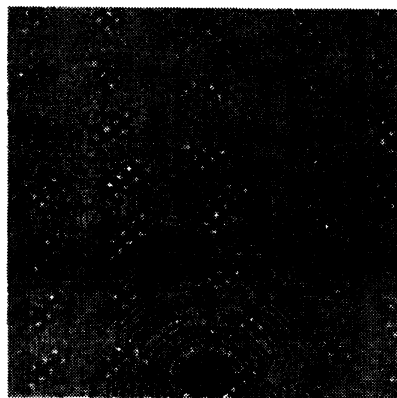
step : 6860



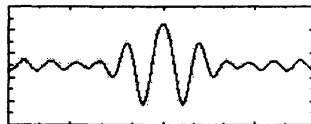
time : 5.07340



step : 6900



time : 5.10281



step : 6940

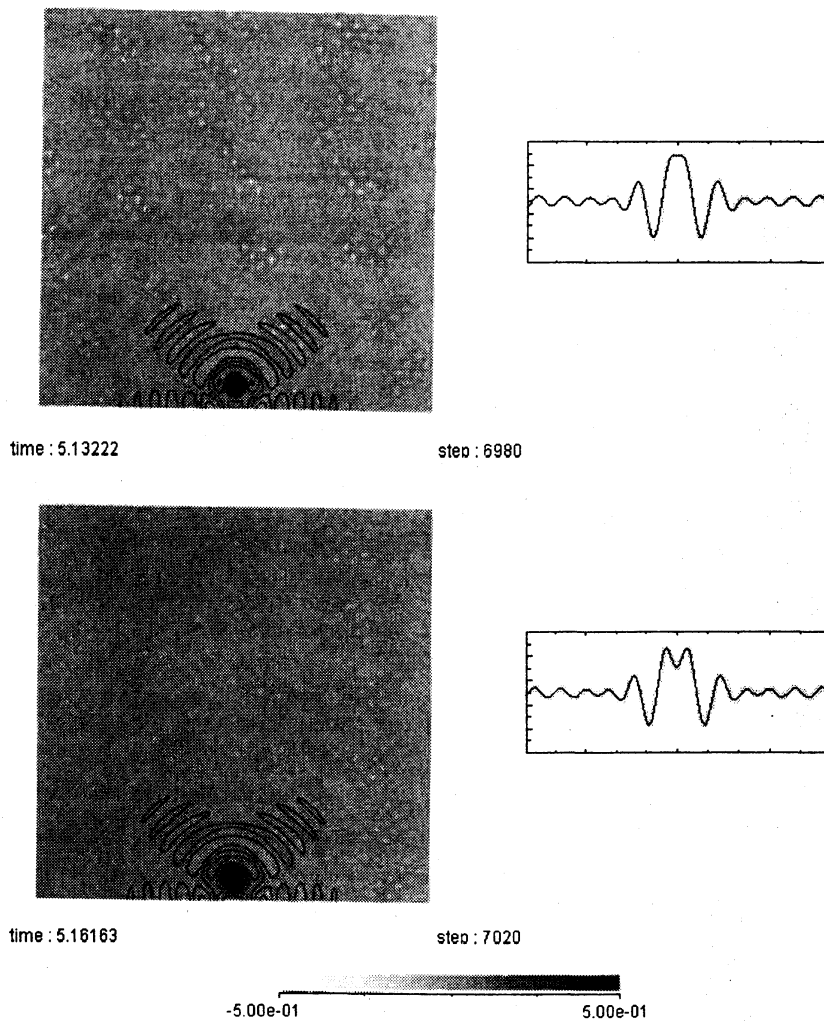


Fig. 5 Time history of sound pressure contours in vertical cross section

4. まとめ

本研究では、10Hz以下の低周波伝播の3次元数値シミュレーションを波動方程式を数値的に解くことにより行った。今後は、差分の高精度化や、より現実の風車の状況に近い計算等を行う予定である。

参考文献

- [1] 朝日新聞, 2009年1月18日朝刊, “風車の近く、体に不調 音が原因?頭痛や不眠”, (2009)
- [2] 朝日新聞, 2009年12月17日朝刊, “「風車で体調不良」苦情相次ぐ 環境省、風力発電の全稼働施設を調査へ”, (2009)
- [3] B.Engquist and A. Majda, "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves ", Math. Comp., 31, (1977), pp.629-651
- [4] 佐藤, 河村 “波動方程式を用いた回転翼から発生する音波伝播の数値シミュレーション”, 数理解析研究所講究録, No.1697, (2010), pp.179-184