

渦輪の衝突による粒状体表面へのパターン形成
Pattern Formation on a Granular Layer by Collision of a Vortex Ring

東京農工大学工学府・物理システム工学専攻
吉田 隼也 佐野 理 (Junya Yoshida and Osamu Sano)
Department of Applied Physics, Tokyo University of Agriculture and Technology

1. 序論

渦輪は渦の相互作用や不安定性など、多くの流体力学的に興味深い現象を内包している [1][2][3]. なかでも、渦輪と固体/流体境界との衝突は、境界面上での二次渦輪の発生や一次渦輪との相互作用など、多くの興味深い現象が報告されている [4][5]. 近年、渦輪と粒状体との衝突に関する研究も行われており、渦輪の衝突によって粒状体表面に特徴的な衝突痕が残されることが報告されている [6][7][8][9][10]. 渦輪と粒状体の相互作用は、球状物体が粒状体表面に衝突する際の後流渦輪の影響のモデルとしても研究されている [11]. ここでは、衝突痕形成のメカニズムおよびその粒状体粒径、層厚との関係を議論する.

2. 実験方法

本研究に用いた実験装置を図 1 に示す. コンピュータによって制御されたモーターでピストンを動かし、流体 (水) に撃力を与えてノズルから押し出すことにより渦輪を形成する. ピストンが押し出す流量を変化させ、形成される渦輪の並進速度を変化させることができる. また、テストセクション内の座標軸は図 2 のようにとった.

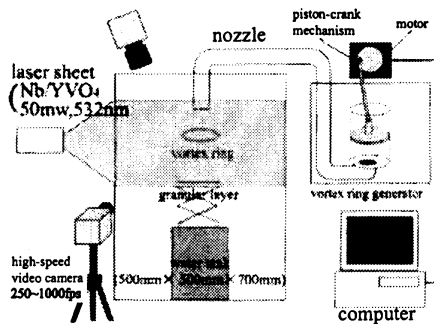


図 1: 実験装置概要図

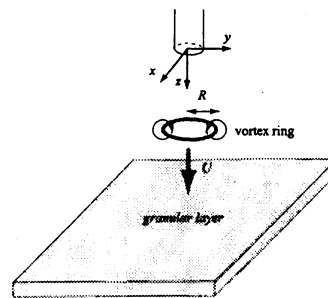


図 2: 座標軸

渦芯領域の半径 a が渦輪半径 R に比べて十分に小さい場合、渦芯周りに循環 Γ を持つ渦輪の並進速度 U に対して以下の Fraenkel-Saffman の公式が成り立つ [12][13].

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left(\log \frac{8R}{a} + A - \frac{1}{2} + O\left(\frac{a^2}{R^2}\right) \right)$$

$$A = \frac{4\pi^2}{\Gamma^2} \int_0^r r' v_\theta(r')^2 dr'$$

A は渦芯領域内の渦度分布によって定まる定数であり、渦度が一様分布の場合は Kelvin の公式 [12][13]

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left(\log \frac{8R}{a} - \frac{1}{4} + O\left(\frac{a}{R}\right) \right)$$

ガウス状分布の場合は Saffman の公式 [12]

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left(\log \frac{8R}{\sqrt{4\nu t}} - 0.558 + O\left(\frac{\nu t}{R^2}\right) \right)$$

を得る. 本研究では, PIV 法によって速度場を計測し, 循環 Γ と渦度分布を求めた.

粒状体は比重 2.03 のガラスビーズを使用し, 粒径は 0.1mm 及び 0.06mm の 2 種類を用いた. 層厚や層数によるパターン形成への影響を検証するため, 0.6mm~3mm の範囲で層厚を変化させた. ノズル先端から粒状体表面までの距離 (衝突距離) は $z = 100(\text{mm})$ とした.

3. 結果

3.1. 渦輪の特性

PIV 法から得られた速度場を図 3 に示す. また, $r^* = (y - y_c)/D$, $\omega^* = \omega/(U/D)$ として無次元化した渦度分布は図 4 のようになった. ここで y_c は渦芯の y 座標, D はノズル内径 (23.6mm) である.

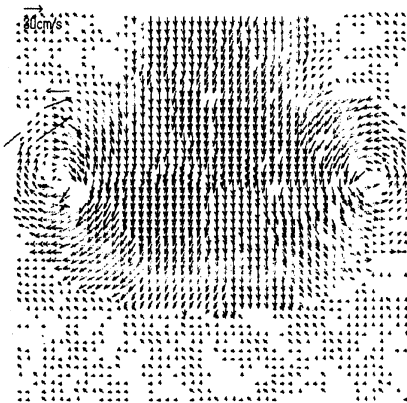


図 3: 渦輪の速度分布

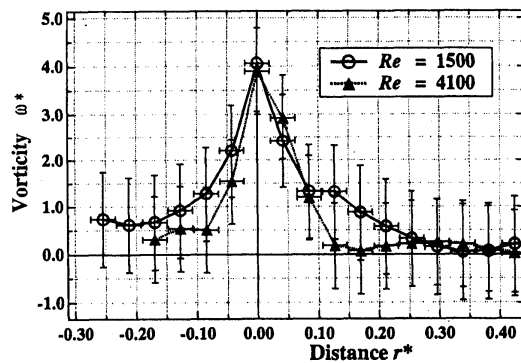
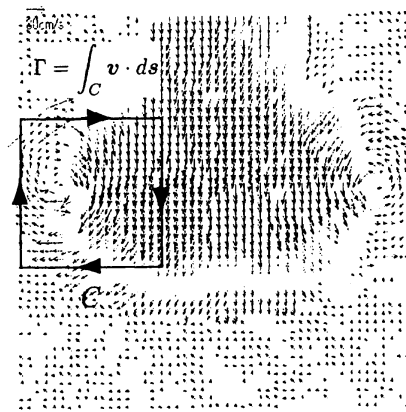


図 4: 無次元渦度分布

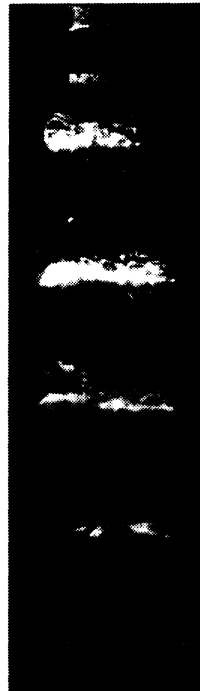
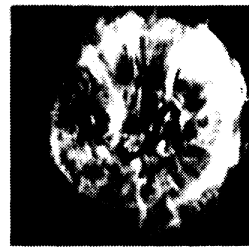
図 4 より, 渦度分布をガウス分布とみなし, 渦芯半径 a をガウス関数の半値幅として定義すると, a は渦輪半径 R の 1/10 程度となる. ここから, 本研究に用いる渦輪はガウス核を持つ細い渦輪として扱うことができると考えられる. 本研究で用いた渦輪のパラメータを表 1 に示す. 各値はいずれも $z = 50(\text{mm})$ における測定値である. 渦度の極大・極小値を与える点を渦芯の位置とみなし, 両者の距離から渦輪の直径 $2R$, その移動速度から並進速度 U を計算した. また, 循環 Γ は, 図 5 のような経路 C 上での速度の線積分を取ることで求めた.

表 1. 渦輪のパラメータ

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
$\Gamma(\text{mm}^2/\text{s})$	2800 ± 200	3600 ± 300	6000 ± 200	6700 ± 300	8200 ± 400
$U(\text{mm}/\text{s})$	45 ± 7	67 ± 12	92 ± 8	117 ± 12	130 ± 12
$R(\text{mm})$	18 ± 1	19 ± 1	19 ± 1	21 ± 1	20 ± 1
$Re(= 2UR/\nu)$	1500	2000	2800	3500	4100

図 5: 循環 Γ の積分経路

3.2. 渦輪の不安定性

図 6: 渦輪の不安定化過程 ($Re = 4100$)図 7: $Re = 4100$, $z=100\text{mm}$ での渦輪図 8: $Re = 4100$, $z=200\text{mm}$ での渦輪

渦輪は形成直後は円形を維持しているが、時間経過と共に周方向に波状の変形が現れ、振幅が増加していく(図6~8)。このような渦輪の不安定性は古くから実験的・理論的な研究が数多くなされており、渦芯まわりのひずみ流れによる不安定化 (Widnall Instability)[14][15][16] や渦芯の曲率による不安定化 (Curvature Instability)[17] などが報告されている。本研究で用いる渦輪は、 $z \simeq 100(\text{mm})(z/D \simeq 4)$ ではほぼ円形を維持しているが、 $z \simeq 200(\text{mm})(z/D \simeq 8)$ では波状変形が現れている(図6~8)。

3.3 衝突後の渦輪の変形

粒状体表面への衝突後の渦輪の挙動を図9に示す。粒状体表面に衝突した渦輪(一次渦輪)は、半径を拡大しつつ、逆向きの循環を持つ二次渦輪を形成する。二次渦輪は、一次渦輪の作りだす誘導速度により、波状に変形しつつ一次渦輪の内部に引き込まれていく。また、三次渦輪の形成も確認されたが、すぐに減衰しており、一次渦輪や二次渦輪への影響は確認できなかった。

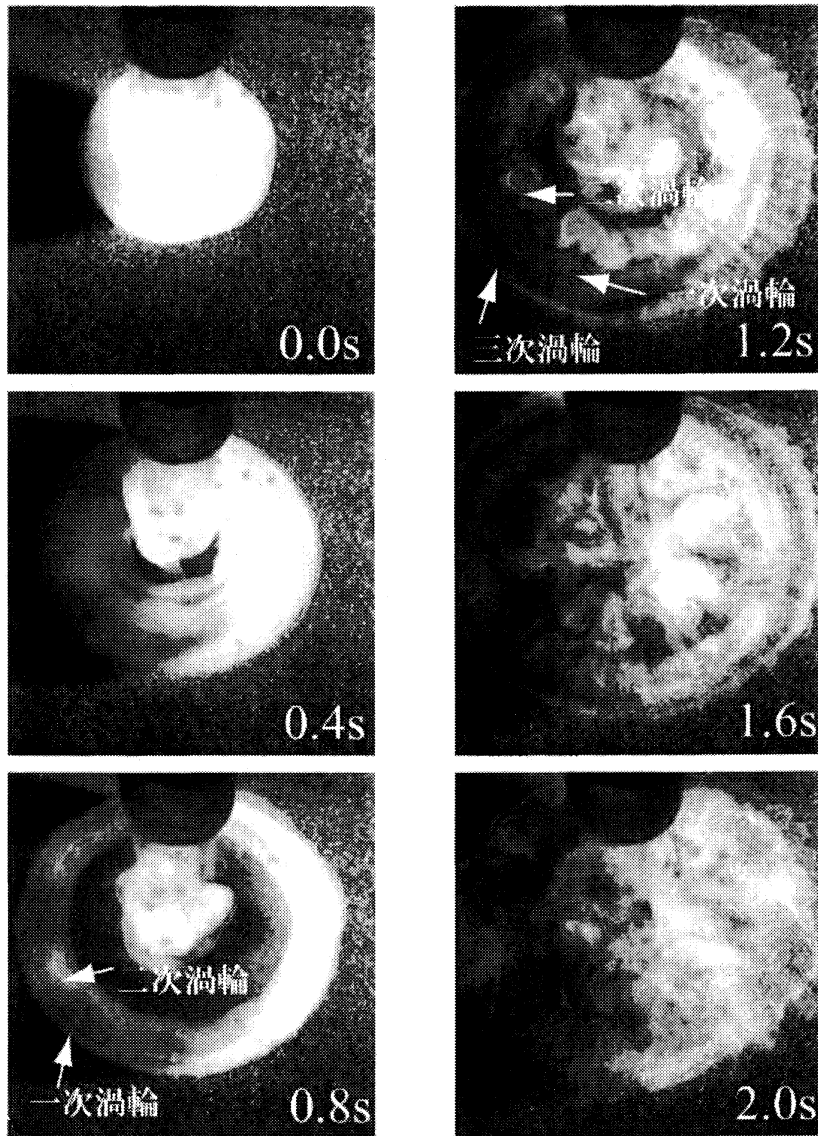


図9: 衝突後の渦輪の挙動 ($Re = 1500$)

3.4. 衝突痕形成領域

図 10, 11 に衝突痕の例を示す. ここで, 円状のクレーターの外周部に形成された狭く深い痕を *dimple*, 中央部から放射状に伸びる浅く長い痕を *groove* と定義する. 今回の実験条件では, 渦輪の Re 数, 粒状体層の状態に対応して (a) 衝突痕無し, (b) *dimple* 有り, *groove* 無し (図 10), (c) *dimple* 有り, *groove* 有り (図 11) の 3 種類が確認された.

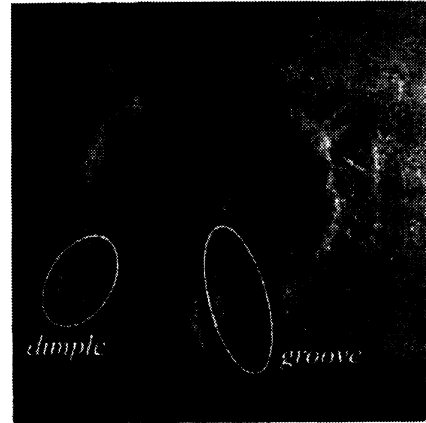
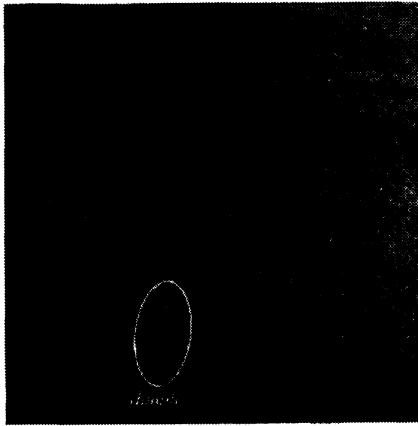


図 10: 衝突痕 (*dimple* 有り, *groove* 無し) 図 11: 衝突痕 (*dimple* 有り, *groove* 有り)

本研究では, 0.1mm および 0.06mm の 2 種類のガラスビーズを用い, 層厚 h を 0.6mm ~ 3mm と変化させ, 異なる層数 ($N = h/d$) の粒状体層で実験を行った. 各粒径での衝突痕発生領域を図 12, 13 に示す.

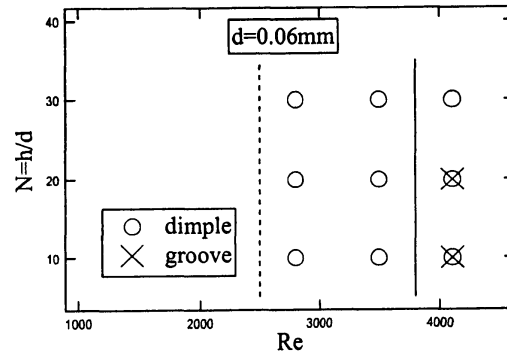
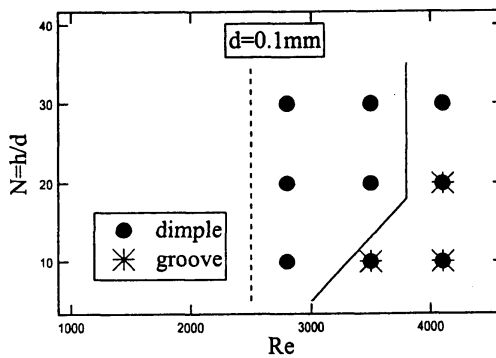


図 12: 衝突痕発生領域 ($d = 0.1\text{mm}$)

図 13: 衝突痕発生領域 ($d = 0.06\text{mm}$)

$d = 0.1\text{mm}$, $d = 0.06\text{mm}$ の双方とも, $Re \leq 2000$ では衝突痕の形成は見られなかった. 一方, $d = 0.1\text{mm}$, $N = 10$ の場合のみ $Re = 3500$ で *groove* が確認されたが, それ以外の全ての場合において *groove* の発生は $Re = 4100$ の場合のみであった.

3.5 衝突痕形成過程

a) groove の形成

$Re \geq 2000$ の場合、衝突後の一次渦輪は半径を拡大する際に粒状体表面を掘削していき、円状のクレーターを形成する。図 14 は $Re = 4100, z = 100(\text{mm}), h = 2(\text{mm}), d = 0.1(\text{mm})$ の場合での掘削深さの時間変化を透過光強度によって求めたものである。一次渦輪が不安定化した場合、粒状体表面の掘削状態に偏りが生じ、中央部から放射状に延びる浅く長い痕 (groove) が形成される (図 16)。

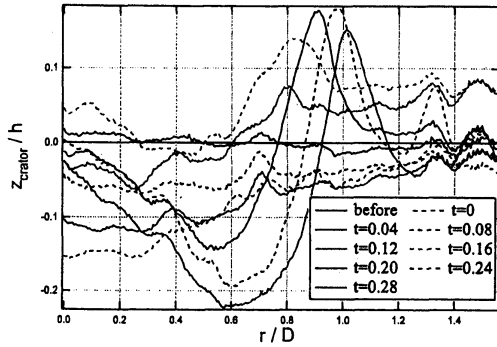


図 14: 掘削深さの時間変化

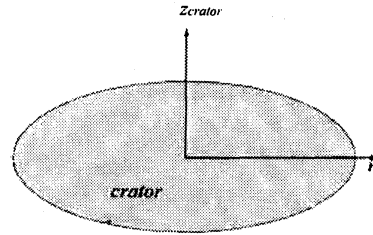


図 15: クレーターの座標軸

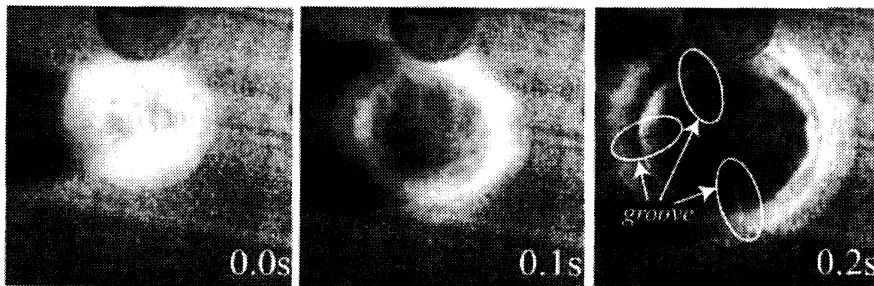


図 16: groove の形成過程

b) dimple の形成

一次渦輪内部に巻き込まれていった二次渦輪は、ヘアピン状に変形していき、頂点部分が粒状体表面に接触すると、接触点周辺部を狭く深く掘削していく。その結果、衝突痕外周部に dimple が形成される (図 17,18)。



図 17: ヘアピン渦の形成

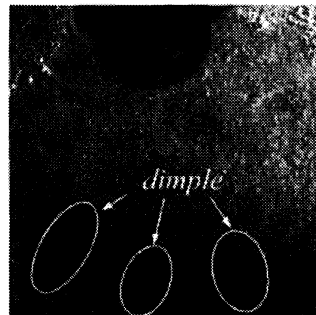


図 18: dimple の形成

4. 考察

4.1 渦輪の不安定性と衝突痕形成過程

結果 3.4 より、渦輪の衝突によって形成される二種類の衝突痕は、*dimple* が一次渦輪との相互作用による二次渦輪の波状変形、*groove* が衝突時の一次渦輪の不安定性によって形成されると考えられる。また、結果 3.2 より、粒状体表面が存在しない場合、 $z = 100(\text{mm})(R/z \simeq 4)$ において一次渦輪は安定であることから、 $Re = 4100$ で生じる一次渦輪の不安定化は粒状体表面との接近・衝突がその原因であると考えられる。

4.2 衝突痕発生領域

結果 3.3 より、 $d = 0.1(\text{mm}), h = 1\text{mm}$ の場合のみ、他の場合に比べて小さい Re 数 ($Re = 3500$) で *groove* が発生した。この要因としては、粒状体層厚が薄いため、粒状体層の下にある固体壁の影響により、 $Re = 3500$ で一次渦輪が不安定化した可能性がある。また、粒径 $0.06(\text{mm})$ の場合、層数 10 の場合において $Re = 3500$ では *groove* の発生がみられなかった。これは、粒子が小さいために流れに対して動かされやすく、一次渦輪の不安定化を抑制した可能性がある。

5. 今後の展望

渦輪衝突後の粒状体表面の掘削深さや衝突痕半径の時間変化を、 Re 数や粒径、層厚、層数を変化させた場合について検証することで、より詳細な粒状体表面の変位を解明することができると思われる。また、渦輪が粒状体表面に誘起する流れ場を解析することで、Bagnold による砂輸送量式 [18] を適用できる可能性がある。

参考文献

- [1] K.Shariff : Ann.Rev.Fluid Mech.**24** (1992) 235-279.
- [2] T.Maxworthy : J.Fluid Mech.**81** (1977) 465-495.
- [3] I.S.Sullivan,J.J.Niemera,R.E.Hershberger,D.Bolster,R.J.Donnely :
J.Fluid Mech**69** (2008) 319-347.
- [4] J.D.A.Walker and C.R.Smith : J.Fluid.Mech.**181** (1987) 99-140.
- [5] Y.Oshima : Natural.Sci.Rep,Ochanomizu Univ.**24** (1973) 61-68.
- [6] 古屋隆善, 佐野 理 : 数理解析研究所講究録 **1413** (2005) 112-121.
- [7] 伊東 木, 佐野 理 : 数理解析研究所講究録 **1539** (2007) 100-108.
- [8] Sano,O. Furuya,T. and Ito,B : IUTAMSymposium 150 Years of Vortex Dynam-
ics,(Oct.2008,Lyngby,Denmark).
- [9] Munro.,R.,Brthke,N. and Dalziel,S.B : Phys.Fluids,**21** (2009) 046601-1-16.
- [10] N.Masuda,J.Yoshida,Ito.B,T.Furuya, and O.Sano : Submitted to J.Fluid Mech.
- [11] I.Eames. and S.B.Dalziel : J.Fluid Mech.**403** (2000) 305-328.
- [12] P.G.Saffman : Stud in Appl, Math.**49** (2005) 371-380.
- [13] D.G.Akhmetov : "Vortex Rings"(Springer , 2010).
- [14] S.E.Widnall and J.P.Sullivan : Proc.R.Soc.Lond.**A332** (1973) 335-353.
- [15] S.E.Widnall : Ann.Rev.Fluid.Mech.**7** (1975) 141-165.
- [16] P.G.Saffman : J.Fluid.Mech.**84** (1978).625-639.
- [17] Y.Fukumoto and Y.Hattori : J.Fluid.Mech.,**526** (2005) 77-115.
- [18] R.A.Bagnold : Proc.R.Soc.Lond.**A157** (2005) 594-606.