

レジームスイッチングモデルを用いた  
株価リターンと流動性リスクの関係に関する実証研究

電気通信大学

伊東 賢二(Kenji Ito) 宮崎 浩一(Koichi Miyazaki) 回瀧 純治(Junji Mawaribuchi)

University of Electro-Communications

1. はじめに

株価には様々な情報が織り込まれていると考えられ、その一つとして、流動性リスクに関する情報が挙げられる。流動性リスクは、通常、株式を必要な時に妥当な価格と量で売買できないリスクと定義される。流動性リスクの増加はマーケットインパクトコスト(大量の株式売買によって生じる株価変動コスト)といった取引コストの増加として現れ、株価リターンに影響を及ぼすため、投資家は流動性リスクに注意を払う。また金融危機を契機に、流動性リスクが株価リターンに与える影響を把握する重要性は増している。

株価リターンと流動性リスクの関係に関心が高いことを反映して、回帰分析を用いた株価リターンと流動性リスクの関係性の検証が盛んに行われている。このような検証において用いられている回帰モデルは、回帰係数が検証期間を通じて一定という通常の単純な回帰モデルである。しかし、金融市場環境は、経済状況などに応じて変わりゆくものであるから、株価リターンと流動性リスクとの関係性を表す回帰係数が検証期間を通して一定とする回帰モデルは適切でない可能性がある。そのため、株価リターンと流動性リスクの関係性の変化を柔軟に捉えられる回帰モデルが必要となり、回帰係数がレジームに応じて異なる値をとることが可能なレジームスイッチングモデル (RSM)に注目が集まっている。

本研究が主に依拠する先行研究である Watanabe and Watanabe[1]では、回帰モデルにおける回帰係数が一定ではなく、その係数が2つの状態をとる RSM を用いて検証を行っている。検証結果によれば、米国市場における株価リターンと流動性リスクの関係は一定ではなく、時間の経過に伴って変化する。これは回帰係数が一定である単純な回帰モデルでは不十分であることを裏付ける結果である。Watanabe and Watanabe[1]では、株価リターンに大企業の株式(大型株)ポートフォリオリターン、小企業の株式(小型株)ポートフォリオリターン、また流動性リスクの指標に Acharya and Pedersen[2]で提案される流動性指標を用いることで、企業規模が異なるポートフォリオリターンと流動性リスクの関係を検証し、小型株と大型株の流動性リスクプレミアムの違いについて言及している。さらに先行研究では、マーケットファクターでリターンを説明する伝統的な資産評価モデル CAPM に流動性指標を加えた RSM を用いて、流動性リスクが各々のリターンに与える影響を検証している。しかし、Watanabe and Watanabe[1]では流動性指標の回帰係数において2つの状態を考慮しているのにもかかわらず、マーケットファクターの回帰係数に関しては状態に依存可能な形とはなっていない。そこで本研究では、マーケットファクターの回帰係数もレジームに応じて異なる値をとることができるような回帰モデルを導入して検証を行う。

本研究の主な貢献は以下の2点である。第一に、Watanabe and Watanabe[1]で行われていた枠組みを用いて、小型株、大型株のポートフォリオリターンと流動性リスクの関係を日本市場において検証することである。RSM を用いた研究は日本市場においては少なく、著者等が知る限りでは RSM を日本市場におけるリターンと流動性リスクの関係性の検証に適用した例は見当たらない。検証の際には、RSM の枠組みにおいて重要な概念である状態確率を考慮した回帰係数に焦点を当てる。また、米国市場の結果との差異についても触れる。第二に、マーケットファクターの回帰係数に2つの状態を考慮

した場合において、小型株と大型株のポートフォリオリターンと流動性リスクの関係性を検証することである。検証の際には、マーケットファクターの回帰係数に状態変化を考慮しない場合との比較を行う。

本論文の構成は、以下の通りである。次章では、リターンと流動性指標を構築したのちに、株価リターンと流動性リスクの関係性の変化を捉えられるRSMについて説明する。3章では分析結果とその考察を与える。最終節では、まとめと結語を付す。

## 2. 流動性指標とレジームスイッチングモデル(RSM)

本研究はRSMを用いて、株価リターンと流動性リスクの関係について検証する。2.1節ではポートフォリオリターンの構築法について述べ、2.2節では本研究で用いる流動性指標について述べる。2.3節では流動性の指標に対する感応度が状態変化する回帰型のRSMについて紹介する。

### 2.1 ポートフォリオのリターン

検証で用いるポートフォリオのリターンは、個別株式特有な要因を取り除きつつ、流動性リスクの異なる株式のリターンを得るために、時価総額別のポートフォリオから生成される。まず、月次で株式の時価総額別に4分位に分け、下位25%に分類される個別株のリターン（小型株のリターンに関する構成要素）、上位25%に分類される個別株のリターン（大型株のリターンに関する構成要素）を観測する。そして、それぞれ時価総額で加重平均を取ることで、小型株のリターン $r_{S,t}$ と大型株のリターン $r_{L,t}$ を構築する。ここで $t$ は時点、 $S$ は小型株(Small)、 $L$ は大型株(Large)を表わす。

### 2.2 流動性指標(LIQ)

本研究は、Acharya and Pedersen [2]が提唱する流動性指標を用いる。この流動性指標は市場全体の流動性を測る指標であり、市場全体の時価総額のトレンドの影響を調整している点、過去の情報から予測できない流動性の変化を流動性指標と捉えている点がAmihud [3]の非流動性指標ILLIQと異なる。

まずAmihud [3]の指標は、単位売買代金当たりの個別株式の日次リターン $|r_{n,d,t}|/Volume_{n,d,t}$ でマーケットインパクトコストを捉えている。市場全体の流動性リスクAPRIMは、ILLIQの市場全体平均として式(1)で定義される。

$$APRIM_t = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} \left\{ \frac{1}{D_{n,t}} \sum_{d=1}^{D_{n,t}} \frac{|r_{n,d,t}|}{Volume_{n,d,t}} \right\} \times 10^8 \quad (1)$$

ここで、 $r_{n,d,t}$ ; 第 $t$ 月 $d$ 日における株式 $n$ の日次リターン、 $Volume_{n,d,t}$ ; 第 $t$ 月 $d$ 日における株式 $n$ の売買代金、 $D_{n,t}$ ; 第 $t$ 月における株式 $n$ の約定が成立した営業日数、 $N_t$ ; 第 $t$ 月における市場全体の株式銘柄数とする。

Acharya and Pedersen [2]では、市場全体の流動性指標としてAPRIMを直接用いるのではなく、以下の2つのステップを経由して指標を構築する。まず $APRIM_t$ の市場全体の時価総額のトレンドを調整する。それは市場全体の時価総額が増加すると、 $Volume$ が増加し、 $APRIM$ が減少する傾向があるためである。ここでは時点 $t-1$ と時点1の市場全体の時価総額の比 $mcp_{t-1}/mcp_1$ で $APRIM_t$ の値を調整する。次に、過去の情報から予測できない流動性の変化を捉える。具体的には、時価総額のトレンドを調整した $APRIM_t$ の時系列データを自己回帰モデルに適応した際の攪乱項(イノベーション)の異符号を流動性指標 $LIQ_t$ と定義している。

$$\left( \frac{mcp_{t-1}}{mcp_1} APRIM_t \right) = \alpha + \beta_1 \left( \frac{mcp_{t-1}}{mcp_1} APRIM_{t-1} \right) + \beta_2 \left( \frac{mcp_{t-1}}{mcp_1} APRIM_{t-2} \right) + (-LIQ_t) \quad (2)$$

ここで  $mcp_{t-1}$ ; 第  $t-1$  月における市場全体の時価総額,  $\alpha$ ;  $AR(2)$  における定数項,  $\beta_1$ ;  $AR(2)$  における 1 次の回帰係数,  $\beta_2$ ;  $AR(2)$  における 2 次の回帰係数とする.

### 2. 3 レジームスイッチングモデルモデル(RSM)

本節では, まず 2 種類の株価リターン  $r_t$  を流動性指標  $LIQ_t$  で説明する回帰型の RSM を紹介する. 式(3)は, 回帰型の RSM であり, パラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$  が 2 通りの値をもつ点が単純な回帰モデルと大きく異なる点である. 式(3)のモデルをモデル M0 とする.

モデル M0 ;

$$\left( r_t - \mathbf{1} \cdot r_t^f \right) = \alpha_{s_t} + \beta_{s_t}^{LIQ} LIQ_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$r_t = \begin{pmatrix} r_{S,t} \\ r_{L,t} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{s_t} = \begin{pmatrix} \alpha_{S,s_t} \\ \alpha_{L,s_t} \end{pmatrix}, \quad \beta_{s_t}^{LIQ} = \begin{pmatrix} \beta_{S,s_t}^{LIQ} \\ \beta_{L,s_t}^{LIQ} \end{pmatrix},$$

$$\varepsilon_t | s_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{S,t} | s_t \\ \varepsilon_{L,t} | s_t \end{pmatrix} \sim N(\mathbf{0}, \Omega_{s_t}), \quad \Omega_{s_t} = \begin{pmatrix} \sigma_{S,s_t}^2 & \rho_{s_t} \sigma_{S,s_t} \sigma_{L,s_t} \\ \rho_{s_t} \sigma_{S,s_t} \sigma_{L,s_t} & \sigma_{L,s_t}^2 \end{pmatrix}$$

ここで  $r_t$ ; 株価リターン,  $r_t^f$ ; 無リスク金利,  $\mathbf{1}$ ; 要素 1 で 2 行の列ベクトル,  $LIQ_t$ ; 流動性指標,  $S$ ; 小型株,  $L$ ; 大型株,  $\alpha$ ; 定数項,  $\beta^{LIQ}$ ; 回帰係数(以下, 流動性ベータ),  $\varepsilon_t$ ; 誤差項,  $\Omega$ ; 誤差項の分散共分散行列,  $\sigma$ ; 誤差項の標準偏差,  $\rho$ ; 誤差項の相関係数.  $s_t$ ; 時点  $t$  において 1 か 2 の 2 通りの状態(状態 1, 状態 2)をとる, 観測されない変数(潜在変数)である.

本モデルは, 流動性ベータ  $\beta_{s_t}^{LIQ}$  が潜在変数  $s_t$  に依存して  $\beta_1^{LIQ}$  と  $\beta_2^{LIQ}$  の 2 通りの状態をとる ( $\beta_1^{LIQ} > \beta_2^{LIQ}$ ). また, 定数項, 誤差項の標準偏差も潜在変数に依存して, 2 通りの状態をとる. このように RSM は, 流動性ベータ等のパラメータのとり状態がマルコフ連鎖の推移確率行列に従い推移するモデルである. 本モデルは, 小型株と大型株のリターンに対する誤差項に 2 変量正規分布を仮定しており, 流動性ベータの状態変化するタイミングが小型株, 大型株でそれぞれ同一であり, すべての時点において同じ状態をとる. もし各々の誤差項に独立な正規分布を仮定すれば, 検証したい小型株, 大型株のリターンにおける流動性リスクの違いがベータの大きさの違いのみならず, 状態推移の仕方にも反映される. 本研究では誤差項に 2 変量正規分布を仮定することで, 状態の推移の仕方ではなく, ベータの大きさの違いとして流動性リスクの違いを捉えることができる.

また, M0 にマーケットファクター  $MKT_t$  (市場ポートフォリオの無リスク金利からの超過リターン)を加え, マーケットファクターの回帰係数  $\beta^{MKT}$  (以下, マーケットベータ)が状態に依存しないモデルを M1 とし式(4)に示す. モデル M1 の誤差項はモデル M0 と同様である.

モデル M1 ;

$$\left( r_t - \mathbf{1} \cdot r_t^f \right) = \alpha_{s_t} + \beta_{s_t}^{LIQ} LIQ_t + \beta^{MKT} MKT_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$r_t = \begin{pmatrix} r_{S,t} \\ r_{L,t} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{s_t} = \begin{pmatrix} \alpha_{S,s_t} \\ \alpha_{L,s_t} \end{pmatrix}, \quad \beta_{s_t}^{LIQ} = \begin{pmatrix} \beta_{S,s_t}^{LIQ} \\ \beta_{L,s_t}^{LIQ} \end{pmatrix}, \quad \beta^{MKT} = \begin{pmatrix} \beta_S^{MKT} \\ \beta_L^{MKT} \end{pmatrix}.$$

さらに、先行研究モデル M1 との比較のためにマーケットベータ  $\beta_{s_t}^{MKT}$  が 2 つの状態をとり、流動性ベータと同じ状態に依存することが可能なモデルを M2 とし、式(5)に示す。モデル M2 の誤差項はモデル M0 と同様である。

モデル M2 ;

$$(\mathbf{r}_t - \mathbf{1} \cdot r_t^f) = \alpha_{s_t} + \beta_{s_t}^{LIQ} LIQ_t + \beta_{s_t}^{MKT} MKT_t + \varepsilon_t \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_t = \begin{pmatrix} r_{S,t} \\ r_{L,t} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{s_t} = \begin{pmatrix} \alpha_{S,s_t} \\ \alpha_{L,s_t} \end{pmatrix}, \quad \beta_{s_t}^{LIQ} = \begin{pmatrix} \beta_{S,s_t}^{LIQ} \\ \beta_{L,s_t}^{LIQ} \end{pmatrix}, \quad \beta_{s_t}^{MKT} = \begin{pmatrix} \beta_{S,s_t}^{MKT} \\ \beta_{L,s_t}^{MKT} \end{pmatrix}$$

なお、本研究では推移確率として推定期間通して一定である斉時的な推移確率を採用する。検証では Watanabe and Watanabe[1] にならい、取引量の指標に従う時変的な推移確率を用いて実証を行ったが、モデルに有意な差が認められなかったからである。斉時的な推移確率の詳細は Hamilton[5] を参照されたい。

### 3. 実証分析

#### 3. 1 データと分析モデル設定、分析の目的

実証分析に用いるデータは、東証一部の日次の株価の終値、調整後終値、出来高、月次の TOPIX、無担保コールレート翌日物、年次の発行済み株式枚数である。データ・分析期間は 2001 年 9 月から 2010 年 8 月の 9 年間である。レジームスイッチングモデル(RSM)のパラメータ推定の際には、EM アルゴリズムを用いる。詳細は Ishijima[6] を参照されたい。

検証に用いる RSM は以下の 3 つである。

モデル M0 : 流動性指標  $LIQ_t$  のみを説明変数とし、流動性ベータに 2 つの状態を仮定するモデル

モデル M1 : モデル M0 の説明変数にマーケットファクターを加え、流動性ベータに 2 つの状態を仮定し、マーケットベータに状態変化を仮定しないモデル

モデル M2 : モデル M0 の説明変数にマーケットファクターを加え、流動性ベータとマーケットベータにそれぞれ 2 つの状態を仮定し、流動性ベータとマーケットベータが同時に状態変化するモデル

また、実証分析の目的は以下の 2 つである。

- ・ 第一に、RSM を用いて小型株(S)と大型株(L)のリターンと流動性指標の関係性を検討する。ここでは、流動性指標のみでリターンを説明するモデル(M0)を検証対象とする。また、米国市場の実証分析結果との差異についても簡単に触れる。
- ・ 第二に、説明変数としてマーケットファクターを加えたうえで、小型株(S)と大型株(L)のリターンと流動性指標の関係性を検討する。検証対象は、マーケットベータの状態変化を考慮しないモデル(M1)、マーケットベータに 2 つの状態を考慮したモデル(M2)であり、モデル M0 の推定結果との比較分析を行う。

#### 3. 2 株価リターンと流動性リスクとの関係に関する検証

本節では、流動性指標のみで小型株(S)、大型株(L)のリターンを説明するモデル M0 において、株価リターンと流動性リスクの関係性を検証する。その際、状態確率を考慮した流動性ベータの時系列推移に焦点を当てる。図 1, 2 は、推定された小型株、大型株それぞれ 2 つの流動性ベータに状態確率でウェイト付けした流動性ベータの時系列推移を表している。

図 1, 2 からモデル M0 における小型株と大型株の流動性ベータの時系列推移について検討する。図 1 を見ると小型株の流動性ベータの平均は 0.80 であり、1.3 と 0.4 の間を推移していると分かる。一方

で、図2を見ると大型株の流動性ベータは0.52付近で推移していることが分かる。これらの結果から、小型株の流動性ベータが概ね高い水準で日々大きく変化していることが分かる。小型株の流動性ベータが大型株のものより大きくなった理由としては、小型株の取引高が一般に大型株よりも少ないため、同じ量を取引する際に株価に与えるインパクトが大型株よりも大きいことが考えられる。また、小型株の流動性ベータが日々大きく変化した理由としては、小型株では流動性リスクの状態に応じて取りうる2通りの流動性ベータの値が大きく異なることによる。つまり、小型株では、流動性リスクの水準如何によって株価に与えるインパクトが大きく異なるのである。これは、小型株のみならず、大型株においても流動性ベータが日々大きく変動する米国市場とは異なる結果である。

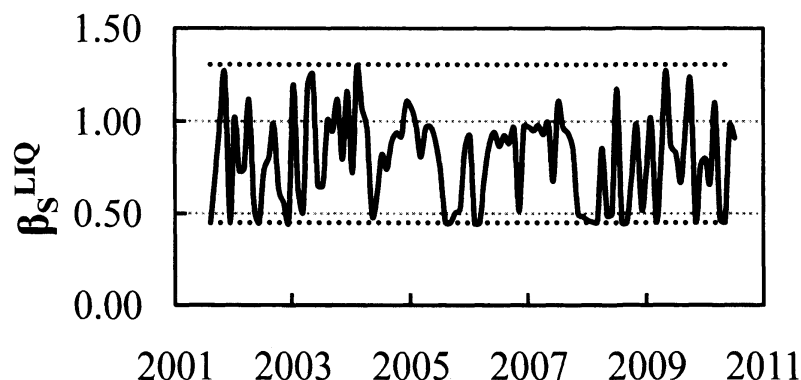


図1：小型株の流動性ベータの時系列推移

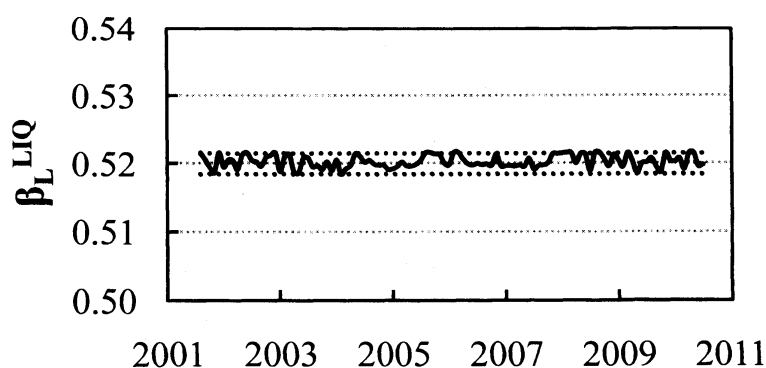


図2：大型株の流動性ベータの時系列推移

### 3. 3 マーケットリスクを考慮したうえでの、株価リターンと流動性リスクの関係の検証

本節では、マーケットリスクを考慮するために説明変数にマーケットファクターを加えたモデルM1, M2を用いて、小型株(S)、大型株(L)の株式リターンと流動性リスクの関係性を検証する。その際、3.2節のモデルM0の結果と比較検証を行う。

図3, 5はモデルM1, M2における小型株と大型株の流動性ベータの時系列推移、図4, 6はモデルM1, M2における小型株と大型株のマーケットベータの時系列推移、図7はモデルM1, M2における小型株の流動性ベータの時系列推移を表したものである。

まず、モデルM1の流動性ベータの時系列推移を表す図3を見ると、大型株の流動性ベータは平均0.01であり、0付近を推移しているのに対して、小型株の流動性ベータの平均は0.28であり、0.1~0.7の間で日々大きく変化していることが分かる。モデルM0の小型株と大型株の流動性ベータの水準(図1,

2)と比較すると、分析期間を通して、共に0.5程度低くなっていることが分かる。モデルM1において、大型株の流動性リスクに対する感応度が非常に小さい。また図4のマーケットベータを見ると、小型株、大型株のマーケットベータは、それぞれ0.77、0.99であることが分かる。これらの結果から、まず大型株の流動性ベータは平均0.01と非常に小さく、マーケットベータの値が0.99と小型株よりも大きいことが分かる。これより、モデルM0の大型株の流動性ベータはその大部分が、マーケットファクターで概ね説明可能である見せかけの流動性リスクプレミアムであった可能性が高い。それに対して、小型株の流動性ベータの値は平均0.28であり、マーケットファクターを加えた場合においても比較的高い水準である。このことから、日本市場においては、小型株の流動性リスクプレミアムが大型株のものよりも極めて大きいことが伺える。

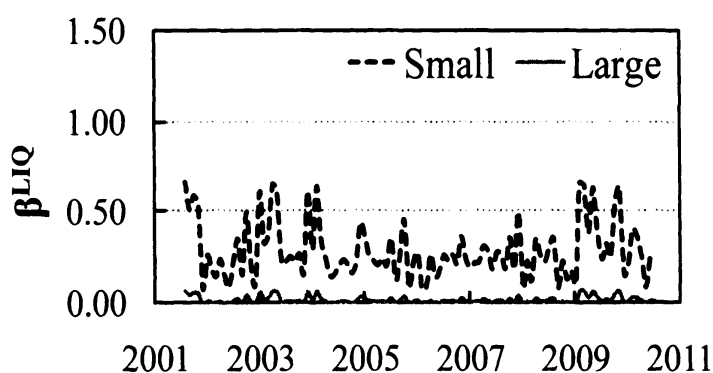


図3：モデルM1の流動性ベータの時系列推移

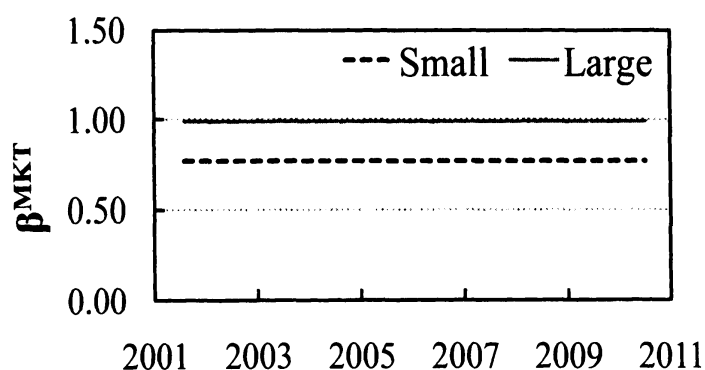


図4：モデルM1のマーケットベータの時系列推移

次に、モデルM2の検証結果について検討する。モデルM2は、本研究で提案するモデルであり、マーケットベータに関しても2つの状態をとる点がモデルM1とは異なる。図5の流動性ベータの時系列を見ると、モデルM1の流動性ベータの時系列推移(図3)と概ね同じ傾向が見られる。また図6のマーケットベータの時系列を見ると、モデルM1とは違い、各々のマーケットベータに若干変動が見られる。これはマーケットベータに関しても、回帰係数の状態が1つでは不十分であり、マーケットリスクが株価リターンへ与える影響の大きさもマーケットリスクの状態に依存することを示す結果となった。小型株の流動性ベータについて焦点を当てて、モデルM1とM2の結果を比較する。モデルM1とM2の小型株の流動性ベータの時系列推移を合わせてグラフ化した図7を見ると、モデルM2に

おいてモデル M1 よりも流動性ベータの値が大きい時期があることが分かる。この違いは、マーケットベータが2つの状態に依存できるような本モデル化によって、マーケットリスクが株価に与える影響をモデル M1 よりも柔軟に除去したうえで、流動性リスクプレミアムを検出することが可能となったために生じたものと考えられる。

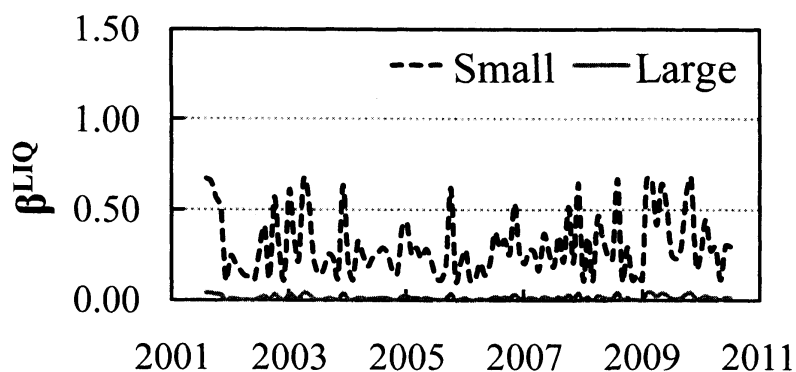


図5：モデル M2 の流動性ベータの時系列推移

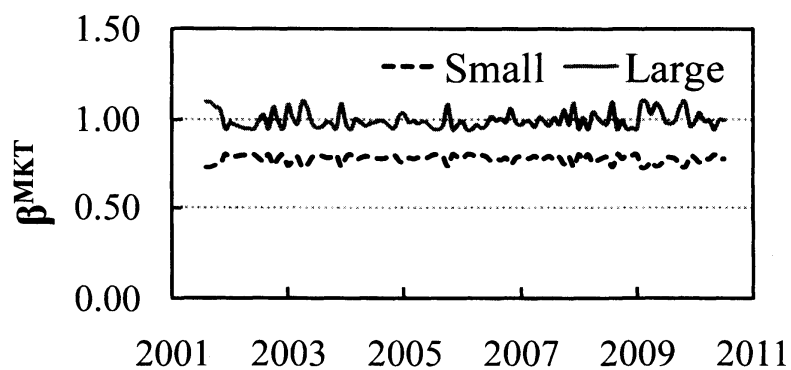


図6：モデル M2 のマーケットベータの時系列推移

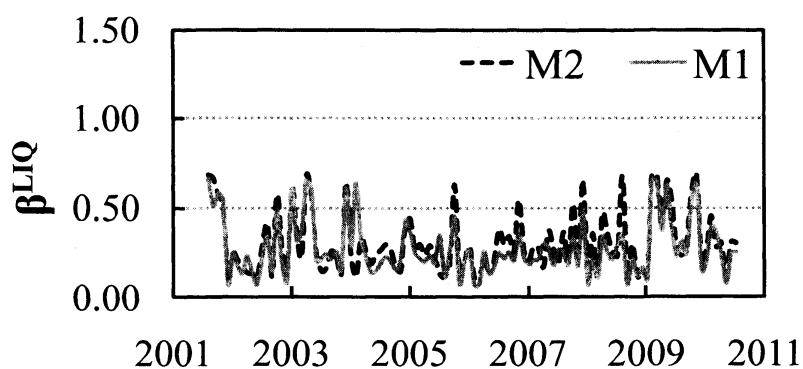


図7：モデル M1, M2 における小型株の流動性ベータの時系列推移

#### 4. まとめと結語

本研究は流動性リスクが小型株ポートフォリオや大型株ポートフォリオのリターンに与える影響についてレジームスイッチングモデル(RSM)を用いて検証した。

第一に、Watanabe and Watanabe[1]と同じモデルを仮定して、日本市場において検証したところ、同モデルは日本においても株価リターンと流動性リスクの関係性の変化を概ね説明可能であることが分かった。実証分析結果から、米国市場と同様に日本市場においても、流動性リスクが小型株のリターンへ与えるインパクトは流動性リスクの状態に依存することが確認された。但し、流動性リスクが大型株のリターンへ与えるインパクトは流動性リスクの状態にそれほど依存しない点で米国市場とは異なる結果を得た。

第二に、本研究では、マーケットリスクが株価リターンに与える影響を除去したうえで、流動性リスクが株価リターンへ与える影響（流動性リスクプレミアムの大きさ）を検証した。実証結果から、小型株においては、マーケットファクターによる影響を除去したうえでも（マーケットファクターを説明変数に加えた場合においても）、流動性リスクが株価リターンに与える影響は残り（流動性ベータは比較的大きい）、また、流動性リスクの状態によってその影響度も大きく異なる（状態に応じて流動性ベータの大きさが異なる）こととなった。しかし、大型株に関しては、マーケットファクターによる影響を除去した場合には（マーケットファクターを説明変数に加えた場合には）、流動性リスクが株価リターンに与える影響は殆ど消え去り（流動性ベータは0に近い）、株価リターンは殆どがマーケットリスクで説明されることが分かった。これらの結果は、本研究で提案するマーケットベータが状態に依存する形のモデル化において、より一層顕著に現れた。

#### 謝辞

本研究に関して科学研究費補助金(基盤研究(C)22510143)の助成を受けている。

#### 参考文献

- [1] Watanabe, A, and Watanabe, M. *The Review of Financial Studies*, 21(2008)2449-87.
- [2] Acharya, V. V., and L. H. Pedersen. *Journal of Financial Economics*, 77(2005)375-410.
- [3] Amihud, Y. *Journal of Financial Markets*, 5(2002)31-56.
- [4] Eckbo, E.B., and O. Norli. Working Paper, Dartmouth College, 2002.
- [5] Hamilton, J. D. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994.
- [6] Ishijima, H. Working Paper Series, Waseda University Institute of Finance, WIF-05-005(2005)19-31.
- [7] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B(Methodological)*, 39(1997)1-38.
- [8] Chordia, T., R., Roll, and A. Subrahmanyam. *Journal of Financial Economics*, 56(2000)3-28.
- [9] Cochrane, J. H. *Aseet Pricing: (Revised)*. Princeton University Press, 2005.
- [10] Diebold, F.X., Lee, J.-H. and Weinbach, G. *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration (Advanced Texts in Econometrics)*. Oxford University Press, 1994.
- [11] Fama, E. F., and K. R. French. *Journal of Political Economy*, 47(1992)427-65.
- [12] Fama, E. F., and J. D. Macbeth. *Journal of Financial*, 81(1973)607-36.
- [13] Hamilton, J. D. *Econometrica*, 57(1989)357-87.
- [14] Huberman, G., and D. Halka. *Journal of Financial Research*, 24(2001)161-78.
- [15] Pastor, L., and R. F. Stambaugh. *Journal of Political Economy*, 111(2003)642-85.