

数理現象の記述方法について——微分方程式から力学系へ

東京大学・生産技術研究所・最先端数理モデル連携研究センター

高橋陽一郎 (Yoichiro Takahashi)

Center for Innovative Mathematical Modelling, IAS, University of Tokyo

はじめに

提唱されている「教育数学の構築」においてまず念頭におかれているのは大学の教養教育や専門基礎教育であろう。その課題はまず、そこでの教育内容、教育方法、そしてその入り口である入学試験、さらには高大接続と中等教育の問題であろう。また、直接の出口である専門教育との接続を意識される方々もおられることであろう。

しかし、昨年 2010 年より、数学の周辺分野の研究者たち(指導的な役割の方々から研究員(PD)や院生等の若手研究者まで)と常時接触している立場になってみると*、少し異なった側面が見えてくる。これまで親しんできた「数学を創る人々」や「数学を教える人々」の世界から、「数学を使う人々」の世界に軸足を移してみると、その先の課題が強く意識されてくる。

数学教育の本当の出口は、その教育を受けた人たちが将来何をなすかである。少し言葉を補えば、数学自身や諸科学、科学技術その他の世界に進んだ学生たちが新たな課題に行き当たったときに、必要となる準備(readiness)が培われているか否かであろう。

数学においては 100 年前の論文を読むこともそれほど稀ではない。したがって一概に否定的な意味でいうわけではないが、数学の周辺分野(正しくは、数学から見て周辺と見える諸分野)において指導的な役割を果たしている方々の提唱されている手法を見て、つい、

「その手法は数学としては 20 年前(ときには 30 年前)のものです。」と言ってしまうことがある。

これらの「数学を使う人々」の多くは、基礎方程式が確立した分野における“解析的”なあるいは数値的な研究に携わるか、または、基礎方程式はわから

ずとも、数理モデル化を構築することにより現象を解明、あるいは、課題を解決しようとする研究者である。そして、その数理モデルは、伝統的には微分方程式が用いられてきたが、近年とみに、力学系モデル、とくに離散力学系が多用されるようになってきている。

以下は、不完全なもので心苦しいが、研究会当日の講演用に作成したメモの再録である。周辺諸分野から教育数学に期待される可能性のあるものの例示とお考えいただきたい。

なお、タイトル「微分方程式から力学系へ」は、広がりという意味のものであって、決して移行を意味するものではない。

* * * * *

1. ニュートン以来、微分方程式は数理現象を記述する最も強力な道具である。物理現象を記述する微分方程式を発見もしくは導出し、それを解き、解析することは、伝統的な自然科学や工学の発展に寄与するとともに、数学自身に新たな題材を提供し、より豊かなものにする駆動力であり、その発展を促してきた。

20世紀の終わり近くなると、コンピュータの「進化」とも相俟って、研究対象となる数理現象は広がり、一方で、基礎方程式が確立した対象に対する大規模な数値計算なシミュレーション手法が開発されるとともに、他方で、例えば生命科学や脳神経科学などのように、基礎方程式（と呼ぶべきものが存在するか否かさえ）も知られていないような対象に対してもよりソフトな記述方法が開発され、道具として用いられ始めている。その最たるものが力学系描像による記述方法、すなわち、力学系によるモデル化と解析である。

このような傾向は一般論としてはかなり認知され始めており、また、個人的には約20年前の数年間「非線形数理」と称した講義を開設し、新たな方向性にも対応できるような専門基礎教育を試みた時期があった。（このように書くと少々大袈裟であり、1学期間で行えた実際の講義内容は、非線形現象の解析を念頭において、常微分方程式論の基礎の復習と補充をし、平面上の力学系を中心に力学系理論の初歩を紹介する程度のものであった。）

その後ほぼ15年を経て、最近、たとえばネットワークや脳神経科学などの研究者と接する機会も多くなり、まだ限られた範囲とはいえ、2010年度仁科賞受賞者金子邦彦氏周辺の研究も含めて、力学系描像に基づく解析がかなり普及し、活用されていることが認知されてきた。講演では、このような動向に関して見聞したこと、および感じていることを述べたい。

2. 離散力学系で捉える

・測地線の方程式

H.Poincare 1890/J.Hadamard 1898, G.D.Birkhoff 1912, H.M.Morse 1921
 recurrent geodesic Morse 列 : 1221 2112 2112 1221 ...

*余談 : 千日手ルール改正 1983 同順 3 復⇒同形 4 復/チェス 同形 3 復

・電気回路

C.Shannon 1935 (Also, V.Shestakov at Moscow) Boole 代数で捉える

・カオス力学系

位相・測度論的エントロピー、Lyapunov 指数、双曲型アトラクタ、

・ネットワーク (グラフ) 上の力学系

・雑音誘導現象

・その他 :

Analogue/Digital 変換器 β 変換の利用 Renyi, Parry, Ito-T.
 recurrence map
 etc.

*脚注 : 筆者が現在関係している研究プロジェクト等 (いずれも略称)

科学研究費補助金 基盤 C 「点過程」 (研究代表者 高橋陽一郎)

科学研究費補助金 新学術領域 「ヘテロ脳」 (研究代表者 津田一郎)

FIRST 最先端プロジェクト 「数理モデル」 (中心研究者 合原一幸)

国際高等研究所・研究プロジェクト 「数学の発掘」 (研究代表者 高橋陽一郎)