数理解析研究所講究録
第 1801 巻 2012 年 93-108

教育数学の位置づけ

三重大学教育学部　　蟹江幸博

目 次

1　はじめに

現在の数学の教育に何の問題もないのなら，教育数学を唱える必要はないだろう．しかし，数学の教育に多くの問題があることは多くの人が指摘している．そ

して多種多様な改善・改良の方法が提唱され，そのどれもが決め手にはなっていない．それどころか，むしろ有害だと言われるものさえ少なくはない．

どうしてこういうことが起こるのだろうか？　それはむしろはっきりしている．それぞれが違う原理・原則に基づき，そして違う目的を持っているからである．

誰もが同じ前提に立ち，同じ有効性を持ち議論をすることで，共通の正しさを作り上げていく．そういうことで，数学は成り立っていたのではないのか，と数学者なら思う．数学者はそういうことを求めて，定義し，公理を設定し，運用可能な論理技法を限定し，数学者なら誰もが同じ命題を正しいと認め，同じ命題を成り立たないと退けてきた．しかし，数学の教育の問題に関する議論はそのようには進まない．それは，数学の教育の問題は数学ではないからである．数学を素材とする，社会の問題であり，文化の問題であり，政策の問題である．

このことに数学者は気付きにくい．数学の教育の問題も数学と同じように，正しい解があるものだと思っているのである．だから，数学の教育の問題について数学者が発言するとき，議論することで，何かしら正しい解答に近づくことができると，暗黙の仮定をしていることになる．数学者以外の，数学の教育の問題に関わる人たちは，数学者の発言を理想主義的で，現実的ではないと，最初から思うことになる．

しかし，こういうことは不幸なことである．何と言っても数学者が一番数学のことを知っている．数学の教育の問題は，多くの異なる立場によって，数学が見せる姿が異なるということを数学者が認識すれば，そして，どういう数学の側面がその議論の状況で適切なのかを数学者が認識すれば，数学者は適切なアドバイスができる筈なのである．

我々はここ数年来,「教育数学」を唱えてきた．教育数学を唱えることによって，数学者が数学の教育に正当に関与できるプラットフォームを作りたいと考えたのだ．そのためにはまず，社会一般と，数学のヘビーユーザーである専門家（自然科学，工学，経済学など）と，数学の教育に関わる人びとと，数学を生産する数学者が考えている数学が同じものであるわけではないことを認めることから始めなければならないのかも知れない．それぞれが違うものを見ていながら，同じものを語るという前提で矛盾した議論をすることが行われているように思われる．

生産者とユーザーの見方が違い，それに直接関与しない受益者が正しい概念を持っていないことは，問題が数学でないならば，むしろ当たり前の認識ではないだろうか．漠然とであるにしても，数学の無謬性や普遍性が一般的に了解されていることがあるために，却ってそのことに気付きにくくなるということはあるだろう．

特に，数学の教育の問題を考えるとき，数学者も初等中等教育現場の教師も，多

くは数学は1つであり，初等中等教育で教える数学は単に数学のレベルが高度なものでないだけであると考えているのではないだろうか？　しかし，数学は1つだという認識はむしろ新しいものなのである．ブルバキが『数学原論』を書き始めたとき，複数の数学 les mathematiques ではなく単数の数学 la mathematique であることを高らかに唱ったが，それまでの諸分野の数学の統合という意味以上のパラダイムを与えたと言えるのかも知れない．

数学は，いろいろな局面で現れ方は違っても1つのものであるというのは信仰に近い．それを信じたとしても，1つである数学も局面によって様相を変えることがあってもよいことは否定できないであろう．

このような広範な視点を要する議論をどこから始めればよいのだろうか？　歴史学者のブルクハルトが「歴史をその始まりから語り始めることは不可能である」と言っているように，何であれ糸口さえ見出すことが難しい程のことである．

ともあれ何かから始めなければならない．まず，問うことから始めることにしよう．数学者の立場で数学ではなく，数学の教育の問題を問うことは難しい．それでも，なお，問わねばならない．

ではなぜ今あらためて，数学の教育のことについて，数学者や関係する学問の研究者たちが語らなければならないのだろうか？　どういう状況があるからであり，どういうことを目指すのだろうか？

これまでも多くの数学者が数学の教育について真剣に考えてきた．代表的なものに，F. クライン [16], フロイデンタール [3], ウー [27], バス [1] などがある．

複雑な様相を示す上の問いに，数学者集団の一員として敢えて直裁に答えるとすれば，直接的には後継者たちの育成状況が不安だからであり，ひいては自分たち研究者集団の存在基盤が危うくなっているからである．数学や基礎系の学問の研究者たちが生存を許されるのは，数学研究そのものに国家が価値を見いだしているからだという錯覚には陥らぬほうがよい．

直接的に国家的利益に益する研究をする場合は分かりやすいが，基礎的な学問は，その研究そのものが直接に役に立つことはほとんどなく，その学問に対する見識を持っているとは言えない政策決定者に価値を理解してもらえることは難しい．基礎研究が多くの付随的な，また発展的な実用上の研究を刺激し，支え，豊かにすることは，実用研究に従事する人たちにとってすら十分に認識されているとは限らないし，ましてや，大学や初等・中等教育のあり方に影響を与えたり，決定することができる人たちにとっては認識もされていないことが多い．

基礎教育の大切さは，「百俵の米も、食えばたちまちなくなるが、教育にあてれば明日の一万、百万俵となる」という，明治当初の長岡藩の米百俵の故事からもよく知られている筈だったが，その故事が小泉内閣において正反対と言ってよい

くらいの引用のされ方をして以来，日本の政策担当者の念頭から基礎教育の重要性の認識が希薄になったような観がある．

昨今の教育論議の中で数学離れ・理科離れが話題になることが多い．だが，数学離れや理科離れが起こると（起こっているのだが），何が困るのだろうか．国家的体力が落ちることが一番大きな問題だろうし，数学や自然科学の研究者が健全に育成されにくくなることでもあるだろう．それぞれの問題には，また多様な様相があるだろう．

そこで行われている議論を聞いていると，それぞれが異なった根拠の上に立ち，しかも互いにそうであることを認識しないままの議論であり，それはむしろロゴスによる議論ではなく，自分の主張を相手に認めさせる弁論に過ぎないように聞こえる．正しい解決が得られる筈もなく，混乱に陥るか，いわば声の大きい方の意見が罷り通ることになる．

教育を議論することの複雑さは，議論する立場，対象，環境によって議論の立脚点すら異なることにある．

議論をする以上，それが各々の立場や価値観が何であろうと，共通の理解があってのことでなければならない．数学の教育に関する議論をする上で，議論が成り立つ考え方や環境を整備するのが第一に教育数学を構想した目的であった．

数理解析研究所で初めて数学の教育に関する研究が認められたものは，初等中等教育の数学教師の数学的能力の問題を考える共同研究であり（[5], [9] 参照），2011 年 2 月 7–10 日に数理解析研究所で開かれたこの研究集会[1]「教育数学の構築」はある意味でこの共同研究を承けたものでもある．

2 教育から数学を考える

2.1 教育の歴史と数学の教育の歴史

デューイ [2] によれば，教育とは共同体におけるコミュニケーションの形態の 1 つであり，徒弟制度や学校制度から出版までの幅広いスペクトルを持っているものが教育であると考えた方が良い．

教育が何らかのシステムを伴っているのであるかぎり，教育の歴史を振返れば，それは数学の教育の歴史でもあった．メソポタミア文明の粘土板からも，エジプト文明の，たとえばリンドパピルスのようなパピルスによる記録からも，書記（官僚・神官）の育成プログラムの中には「読み書きそろばん」がある．古代中国にも同様の記録が残っている．

[1] この研究集会の開催の経緯については，本講究録の中の [14] に簡単に述べておいた．

数学の教育の歴史が数学の歴史であると言うことはできないが，数学の歴史が数学の教育の歴史であると言うことはできる．それほど,「数学」の歴史は「数学の教育の歴史」と切り離して考えることはできない．

人類は，古代から，正の有理数とその演算を用いて，作暦・土木・建築・徴税・交易・生産管理等の領域で生じた様々な問題を解決するために，多くの公式や技法を開発してきた．これらのものを“原数学的な公式や技法”と呼ぶことにしよう．

“原数学的な公式や技法”の雑然とした集積は，学的な営みとしての「数学」とは異なる．何らかの意味で学的な営みを持って初めて「数学」と呼ばれることになる．

もちろん,「数学」という名称と意味は，時代と地域によって様々である．古代で言えば，ヘレニズム世界ではマテマティケー，中国では算術，インドではガニタ等々の言葉で呼ばれ，その内容も形態も思想も同じではない．

近代西欧を例にとると，科学史家のマイケル・マホーニー [18] によれば，16 世紀から 17 世紀にかけてのヨーロッパで現在の数学 (mathematics) に相当すると思われる分野は 6 種類のカテゴリーに分類される．それぞれの分野に従事する人々を，彼は，the classical geometers（古典幾何学者）, the cossist algebraists（コス代数学者）, the applied mathematicians（応用数学者）, the mystics（神秘主義者）, the artists and artisans（芸術家と職人）, the analysts（解析学者） と名づけている．当時，彼らがこういう名称で呼ばれていたというわけではない．16, 17 世紀においては，mathematician(mathematicus) という言葉自体が，中世でと同じように，今で言う astrologer（占星術師）もしくは astronomer（天文学者）を意味していた．

18 世紀後半のラグランジュですら，自分のことを数学者とは呼ばず，幾何学者と呼んでいたことはよく知られている．

2.2　数学教育と教育数学と

「教育数学とは何か」という問いに正確に答えるには，まだしばらく時間がかかりそうだ．今は，暫定的に,「数学を教育的な観点から眺めることにより，数学と教育に関する様々な知見を得ること，および，そうした知見を数学や教育の実践に役立てることを目的とする営み」の総称といった漠然とした定義で満足しておくことにしたい．

ところで，数学の教育に関する分野は，普通，数学教育という名で呼ばれる．それをなぜ今，教育数学という言葉を使うのかと言えば，そこには数学教育という言葉を使うことが適当ではない理由がなければならない．

数学教育[2]で問題とされることは，出来上がっている数学の一部を切り取って（何らかの制約により内容が限定される），それをどう教えるべきか，どう教えるのが有効か，また効果的かを考えるものであると言えるだろう．

教育数学は教育という視座を通して数学を見るというものである．提示すべき数学の在り方もまた問題にすることになる．伝える数学が，社会にどのような影響を与えるか，また逆にどのような影響を受けるかをも視野に入れるものである．

「一つの数学」の周りにある，社会的，歴史的，人間的環境についても考える範囲とするものとして想定している．

歴史的に見ると数学は必ずしも1つものだとは言いにくいが，ブルバキ以降，個人的な好みの問題を別にすれば，少なくとも数学者の意識の中では一つの数学というイメージが大きくなっている．

教育という視点を重視する上で，一つの数学というイメージは視点を拘束する方向に働くことには注意した方が良い．

3　教育数学的考察の試み

3.1　数学の新分野生成に関わる教育数学の役割

3.1.1　教育を意識化することから生じる新分野

教育を意識することで，数学者の側の考え方に何が生じるのだろうか．

先にも挙げたように，デューイは，「教育」の定義を“ 言葉の本来の意味におけるコミュニケーション”としたが，この意味におけるコミュニケーション（つまり教育）の特質として，コミュニケーションの受け手だけでなく，送り手も変化を蒙ることを指摘している（デューイ [2], p.18）．

つまり，教育を意識することは，教える側に，教える内容に現われる概念の明晰化や体系化への志向を生じさせることになる．その結果，しばしば教える側は，それまで自分が扱っていた概念の曖昧さや，体系化するために欠如しているものに気づかされる．そして，そうした欠陥を補う作業が，しばしば，新しい数学の領域を生み出すことになる．

数学史上「微積分の厳密化」と呼ばれる作業が進む中で，ラグランジュが軍事アカデミーで，ワイエルシュトラスがベルリン大学で，そしてデデキントがホッ

[2]数学教育に対応する英語は mathematical education というものと mathematics education というものがある．前者はまだ守備範囲の広い用語だが，後者は学校教育における数学の教育という意味にとって良く，数学教育という分野として了解されているのはこちらの方である．

ホシューレでと，それぞれの講壇で微積分学（まだ無限小解析というべきか）を講じていたことの意味合いは軽いものではないだろう．

3.1.2 F. クラインの見解における教育の役割の対象化

フェリックス・クラインは，1872 年のエアランゲン大学教授就任講演において，数学の新しい分野の生成に関する自身の見解を述べている（[6], [21]）．クラインの主張を図式的に表せば，数学という学問は「（クラインの意味での）応用数学 ⇒ 純粋数学」と生成発展するということになる．ここでいう,「(クラインの意味での）応用数学」とは，数学以外のしかるべき領域において，その領域の用語を用いてはいるが，扱う内実はその分野の文脈を離れてしまい,「数学」となっているもののことである．そして，この“ 応用数学 ”は，内実だけでなく用語も出自の領域から解放されたとき,「純粋数学」に転じることになる．

クラインの見解では，教育の役割は，数学以外の他の領域を専攻する学生が，学生時代に“ 数学 ”を学習することで，“ 数学的な考え方を内在化[3] ”させることにあるという．

したがって，先の「応用数学 ⇒ 純粋数学」という，数学の新分野創出の機構は，次の世代が教育を受けることで「（クラインの意味での）応用数学[4]」を生み出す基盤を作り出し得るのである．そういう意味で，スパイラル型の図式「 ··· ⇒ 応用数学 ⇒ 純粋数学 ⇒ 教育 ⇒ 応用数学 ⇒ ··· 」に敷衍することができることになる．

さて，上述の図式で，“ 教育 ”の果たす役割の重要性は明らかであるが，クライン自身は，教師や学習者の無意識的な努力を想定しているだけである．この，数学の新しい分野を生み出す重要な鍵の一つである“ 教育 ”を意識化することの利得は明らかであろうし，それはまた，教育数学の担うべき役割でもあるだろう．

教育数学を構想する最初の試み [8] において，算術系数学と原論系数学という類型を考えたが,「数学」の成立において，算術系数学は“ 原数学的な公式や技法 ”を取り扱いやすい形の提示の仕方に留めたものとも，原論系に昇華できずに残されたものとも言うことができるだろうし，比較的初心者が学習しやすい教科書としてまとまりやすいものという捉え方ができるかも知れない．そして，上のスパイラルの,「純粋数学」と「教育」の間に「原論系数学」が挟まるなどして，スパイラルが回転・上昇し始めていって現在に至るという図式を描くことも可能かもしれない．

---

[3]クライン自身は，“ 形式陶冶 ”という言葉を用いているが，現在の文脈に合わせて言い直した．
[4]他領域における新しい数学の潜在的適用といっても良いだろう．

3.2 マックス・ヴェーバーに倣って

教育はすこぶる人間的なものなので，学問であるとすれば，自然科学であるというより人文科学に属することになるだろう．

しかし，人文科学というものは，論じる人の価値観によって真っ向から対立する議論になりがちなもので，議論を通し協同して何かを建設するという方向にはむかい難い．

19世紀にマックス・ヴェーバーが出て，経済学，社会学，国家学という分野を厳密科学とするための努力を行った．少なくとも，そういう領域で，学問がなしうることを，自然科学と並び得るほどの学問として成立するための規範ということ考えた．

そこで議論に用いるべき概念は理念型というべきものであり，話者の価値観に影響を受けない議論をするための価値自由の考え方を提唱した．

そこで言われる理念型はいわば極限概念であって，現実にあるものを表す概念ではない．

しかし，教育に関して行われている議論は，現実にはないものをあたかも現実のものとして議論することが多く，そこから（意図はしていないかもしれないが）欺瞞が生まれてくる．

理念型を考えることの重要性は，むしろ，現実にはないものであることを意識することにあるのかもしれない．

こう言ってしまうと，ありもしないことで現実に有効な議論ができるのかという非難を受けることになるかもしれないが，それを真っ向から論破できるほどにヴェーバーの試みを理解しているわけではない．取り敢えず今は，そういう非難に対して，白川静の「寓話でしか真実は語れない」という言葉で応えておくしかない．

数学を業としている身に取って，マックス・ヴェーバーに倣うということは難しく，身につけるには時間が掛かり，生硬な物言いになることは否定できない．しかし，マックス・ヴェーバーを理解すること自体が目的なのではない．

彼に倣って，多様な価値観が交錯する分野で何がしかの学問的作業を，良心を持って行うということを試みたいと思うだけである．

ヴェーバー [26] によれば，学問の役割は次のようなものであり，万能の神託を授けるものではない．

> 学問を行う前提として，目的は所与であるとする．(目的の設定自体は，学問の役割ではないということである.) そして，与えられた「所与」の目的を実現するための「手段」について，技術的評価などを行

ない，行為者の意思決定のための“助言”をすることが，学問の役割である．

学問にそれ以上のことができるわけではなく，できると思うことは傲慢であると規定することで，しっかりと（人文科学系の）学問の役割と意義を主張してるのだと，考えることができよう．価値から自由であれという彼の主張に接した時の新鮮さは忘れられない．

さて，彼に倣って，価値自由の議論ができるために，理念型を取りださねばならないが，理念型を取りだすことは易しいことではなく，それ自体が最大のと言っていいほどの課題となる．

雛形でもいいからそういう議論を知りたいと探しては見たが，我々に納得できるような形で，理念型を用い，価値自由の立場で展開された議論を見つけることができなかった．実際には，M. ヴェーバー自身ですら完全にはなし遂げているとは言えないように見える．展開する前に急死したからなのか，あまりに理想的すぎて現実に行えないものなのだからなのか，分からない．

それでは倣いようがないではないかと言われるかもしれない．我々は密かに，教育数学でこそ，納得できる水準で，理念型を用い，価値自由の立場で議論が展開できないかと考えている．

3.3　教育数学での類型の例

システムとしての教育は，学問というより政策に対比させた方が良く，何をどう教育するかという問題は政策決定と対比できる（それを端的に表わしているのが指導要領ということができる[5]）．そこでウェーバーに倣ってみようということなのだが，理念型というまでには昇華できていないし，ウェーバーすらできていないことを倣うことでできるわけはないかも知れない．それでも，その雛形，もしくは原型のようなものとしての類型を，教育に直接関わる部分で考えてみた．

このように対象を切り分けることで，教育数学の地図作りをしてみることには，十分な厳密性はないとしても，ある程度の意味はあるだろうと考えている．今は試み程度であることをお許しいただきたい．

1. 教育システムとして（個人的な意味でも，教育組織としても）．

    (a) 単線教育

[5]そうしたテーマでの議論は [12] で試みてみた．

(b) 複線教育

2. 教育の目的.

(a) 完成教育

●ルネサンス以前のイタリアのアバクス学校，江戸時代の寺子屋など.

現在の日本の小学校や中学校ももともとは完成教育という位置づけだった.

(b) 準備教育

●現在の日本では高等学校でも完成教育とはみなされないだろう．本来予備校は準備教育を目的とするが，高校での教育との差異をどういう観点で議論するか.

●大学の共通教育における数学.

学部における数学の教育は，理学部数学科では準備教育だが，工学部などでは完成教育を目指すのだろうか？

3. 教育を実施する際の形態

(a) 私的教育

●古代ギリシャからローマにかけての，アカデメイアやリュケイオンに代表されるある指導理念に基づいた学塾．また，支配階級が自分たちとそれを支える人事育成のための私的な学校，塾，家庭内教育.

●私塾，家庭教師，寺子屋，カルチャーセンター

●出版による啓蒙，通信教育，E-スクール

(b) 公教育

ある地域社会において，すべての構成員に対する義務教育

ある地域社会において，それを担持すべき者を育成するために広く門戸を開放した教育システム

地域社会の大小によって，かなり違ったものになる.

●古代ギリシャの本土以外の都市にはアゴラにギュムナシンがあり，本土ギリシャでと同じ教育を受けさせた.

●江戸時代の藩校

●フランス革命期のコンドルセの構想

(c) ギルド的教育

●古代メソポタミアやエジプトの官僚（書記）教育

特権階級（支配統治を実質的に担う層）としての書記・神官などの再生産

●アレクサンドリアのムセイオンやバクダッドの知恵の館

図書館という形を取り，情報収集の中心であり，研究所のスタイルを取りつつ，教育も行った．

●修道院や神学校，医師教育，法律家養成：その発展として中世の大学が生まれた（代表的なものは神学系ではパリのソルボンヌやイギリスのオックスフォード，医学系は南イタリアのサレルノ大学，ローマ法と教会法で有名になったボローニャ大学）

これが直接に，現代の大学での研究者育成につながっている．

4. 教育の対象

(a) 個人

私塾，家庭教師，教科書や啓蒙書の著者

(b) 集団

国家　　官僚育成　　藩校，

地域社会

職能集団　　　コレッジョ・ロマーノ

地域職能集団　アバクス学校，寺子屋

5. 実際の教育現場（教室で）での姿勢

(a) 目の前の個に対するもの

(b) 何らかの共同体の組織発展のもの

4　最初の課題

やるべきことは沢山あるが，どこから手を付ければ良いのだろうか．今までにやってきたこと（[5]~[15]）は，鉱脈のありかを探して探索の針をあちこちへ突き刺して歩くようなものだったが，そろそろ腰を据えて本格的な作業に取り掛からないといけない．そんな心境であった．この RIMS 研究集会での連日の討論を経る

ことで，教育数学の構築のために最初に取り組むべき課題が，ぼんやりとだが見えてきたような気がしている．この見えてきた最初の課題についての紹介で，本稿の締めくくりとさせて頂くとしよう．

4.1 数学について語る言語

様々な分野の数学のユーザーが集まって話し合いをしようとすると，“言葉の違い”が問題になる．考えてみれば当たり前のことなのだが，この RIMS 研究集会で，あらためてそのことを実感することになった．

分野によって使われる言葉が違うことがあるという問題があるが，これは，まだ分かりやすい問題のようだ．同じ言葉が，別の分野で別の意味で使われていることがある．いわば，同音異義語である．これは，厄介だ．お互い，何かおかしいと思いながら，それでも何となく話が続いていったりする．研究集会の午後のディスカッションで何度かそういう場面に遭遇した．遭遇していながら，実はしばらくは，違和感を感じながらも，それを認識できなかった．互いに敵意を持っていない集まりであっても起こるのである．実に問題である．そう感じた．

2.2 節の最後で，教育という視点を重視する上では，一つの数学というイメージは視点を拘束する方向に働くことを注意した．「一つの数学」のイメージの是非はともかく，この例が示しているのは，教育を含むコミュニケーションの視点から見て「数学を語る言語は一つではない」ということが確かにあるということである．数学の世界でも，バベルの塔を建てることはできていない．

いま仮に，この「数学について語る言葉」(「数学的に語る言葉」と言った方が良いかもしれないが）のことを,「数学言語」と呼ぶことにしよう．よく「数学は言語だ」という言い方をされることがあるが，その言語と我々の数学言語とは意味が違っている．ウェルギリウスの詩もローマ法典もラテン語で語られるものだが，詩や法典をラテン語であるとは言わない，ということである．

数学言語が数学に含まれるものなのか，数学言語で語られるものが数学なのか，ということは今は問題としないでおく．教育の観点から数学を見るとき，第一に問題になるのが，数学言語であると言っているだけである．日本語を知らずに日本文化について論じ，フランス語を知らずにフランスの法制度を評するといった，本末転倒なことをしないようにしなければいけないだろう．

4.2　数学言語は言語か

しかし翻って，この数学言語とはどういうものであるのか，またあるべきなのかと考えれば，それだけで既に大問題であることが分かってくる．が，避けて通ることはできない．

近代言語学の父と呼ばれるソシュールが行った言語学や記号論の基礎付け（[23]~[25]など）は我々の試みに大きな示唆を与えてくれる．彼の最大の後継者と呼ばれることのあるデンマークの言語学者ルイ・イェルムスレウが主著である『言語理論の確立をめぐって』で述べていることは興味深い．

イェルムスレウは，言語[6]の定義と，言語であるかどうかを判定するための分割派生単位テストというものを提案し，「人々が好んで言語と呼んでいるかなりの数の構造については，分割派生単位テストが肯定的結果を持つ（つまり言語ではない)」であろうと言い，さらに「数学や論理学のいわゆる記号体系... が，こういう観点から見るとき，言語として定義されるべきであるのか，あるいはそうでないのかの決定は，いろいろな分野の専門家に任せなければならない」と述べている([4],pp..130–131)．(ここで彼が記号体系の一種と呼んでいる「数学」は,「数学言語」と言うべきだろう[7].)

ここで，注意しておいてもらわないといけないことがある．この数学言語というものは,「数式で物事を表現する」といったタイプのものだけではなく，日常言語というか，自然言語も含んだ意味での“言語”であることだ．誤解を恐れず簡単な例を挙げれば,「２＋３＝５」だけでなく，これを「２足す３は５」と言ったり,「２に３を足すと５」と言ったり,「２に３を加えると５」と言ったり，ときには「２と３で５」と言うかもしれない等々といったことも含めて,「数学について語るための言語」として考えているのである．

イェルムスレウの主張は，こうした一般的な意味での「数学言語」についてしっかりと議論するためには，言語学的な議論であってもなのだが，専門家，つまり数学者の寄与が必要だと言っている，と解釈することができる．

初等教育における数学の教育は，内容においては古代から連綿と受け継がれてきた算術系数学の現代的衣更えであり，教育方法についてはこれまで，数学自身の論理よりも発達心理学的側面からのアプローチの方が重視されてきた．そのためか，数学者が初等教育での数学に関与することには何かしらの遠慮があったし，数学的な主張が効力を発揮する場面は現れにくかったようである．そういう意味

[6]言語という日本語は適切でないかもしれない．原語はデンマーク語の sprog である．英語では，language の多義性を嫌って，semiotic と（著者公認で）訳されている．

[7]父親のヨハネス・イェルムスレウは“イェルムスレウ変換”で名のある幾何学者だったので，一般の文化系の学者よりは数学に対する認識は深いものがあるのだろうが.

で，数学言語というものを考えることは，初等教育での数学に関する数学者の貢献の新しい切り口になることが期待できないだろうかと考えている．

4.3 教育数学構築のための最初の課題

教育数学構築のための最初の課題は，数学言語の研究であると言える．

例えば，数学言語の言語学的な構造の研究が必要であろう．それは記号論的なといった方がよいかもしれない．言語学の「語族」の概念を持ち込めないかといった課題もある．持ち込めれば，数学言語の形態論的な分類も可能になって，例えば,「オイラー流の無限小解析とワイエルシュトラス的な微積分学との違いは，膠着語と屈折語の違いにあたる」といった議論が出来るかもしれない．

しかし，語族といった概念が人種差別と結びつきやすい危険性を秘めているように，数学言語の類型を考えるときには注意がいるかもしれない.（かつて，ユダヤ的数学とアーリア的数学の優劣などということが論じられていた時代もあった.）そうした危険に陥らないためのガイドラインとして，類型を理念型まで高めたヴェーバーの仕事の心を真似てみることがあり，そうした枠組が教育数学の中で確立するようにすることもまた教育数学の課題となるだろう．

参考文献

[1] Bass, H. : *Mathematics, Mathematicians, and Mathematics Education*, Bulletin (New Series) of The American Mathematical Society, vol.42 (2005), No.4, 417-430.

[2] J. デューイ『民主主義と教育 (上)』（松野安男訳）岩波書店 (1975).

[3] Freudenthal, H. :*Major Problems of Mathematics Education*, Educational Studies in Mathematics 12 (1981) 133-150.

[4] ルイ・イェルムスレウ 『言語理論の確立をめぐって』（竹内孝次訳） 岩波書店 (1985).

[5] 蟹江幸博『数学教育における数学者の役割–RIMS 共同研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1657(2009), 1–22.

[6] 蟹江幸博，佐波学『エアランゲン就任講演にみるクラインの数学観について—試論—』三重大学教育学部研究紀要，第 60 巻，教育科学 (2009), 219–236.

[7] 蟹江幸博，佐波学 『数学と教育の協同–ハイマン・バスの挑戦–』数理解析研究所講究録 1657(2009), 23–73.

[8] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学序説–古代における教育と数学の類型–』三重大学教育学部研究紀要，第 61 巻，教育科学 (2010), 187–218.

[9] 蟹江幸博 『教師教育における数学者の役割 II–RIMS 共同研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1711(2010), 1–11.

[10] 蟹江幸博，佐波学 『数学教師に必要な数学能力とは何か—戦前における数学教師養成の一断面—』数理解析研究所講究録 1711(2010), 12–48.

[11] 蟹江幸博，佐波学『「専門基礎としての数学」とは何か—教育数学の必要性—』数理解析研究所講究録 1711(2010), 49–88.

[12] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学の方法論的基礎（I）』 三重大学教育学部紀要，第 62 巻， 教育科学, (2011), 115–134.

[13] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学の諸相 (I)　数学の多様性』三重大学教育学部研究紀要，第 63 巻，教育科学 (2012), 335–352.

[14] 蟹江幸博 『RIMS 研究集会「教育数学の構築」—開催の経緯について—』本数理解析研究所講究録に収録.

[15] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学から見た「算術條目及教授法」』to appear in 数理解析研究所講究録.

[16] ペリー／クライン 『数学教育改革論』（丸山哲郎訳）明治図書出版株式会社 (1972).

[17] F.Klein『高い立場からみた初等数学 1–4』 (遠山啓　監訳) 東京図書 (1959/1960/1961/1961).

[18] Mahoney, M. S. :*The Mathematical Career of Pierre de Fermat 1601–1665* (2nd edition), Princeton University Press (1994).

[19] 『ペリー，ムーア数学教育論』(鍋島信太郎訳) 岩波文庫（昭和 11 年）.

[20] Rowe D.E., :*Note: A Forgotten Chapter in the History of Felix Klein's Erlanger Programm*, Historia Mathematica, 10, (1983) 448-457.

[21] —— : *Felix Klein's "Erlanger Antrittsrede", a Transcription with English Translation and Commentary*, Historia Mathematica, 12(1985) 123-141.

[22] 佐波学 『Hans Freudenthal と Hyman Bass の数学教育について』福井シンポジウム (2009.1)

[23] Saussure, F. : *Cours de linguistique générale*, (edition critique préparée par Mauro, T. D.), Paris : Payot (1972)

[24] フェルディナン・ド・ソシュール『一般言語学第二回講義』(小松英輔編, 相原奈津江・秋津伶訳・注) エディット・パルク (1997).

[25] フェルディナン・ド・ソシュール『ソシュール一般言語学講義―コンスタンタンのノート―』(影浦峡, 田中久美子訳) 東京大学出版会 (2007) *3éme Cours de Linguistique Générale*, noted by Maurice Constantin(1910).

[26] マックス・ヴェーバー 『社会科学と社会政策にかかわる認識の「客観性」』(富永祐治, 立野保男訳, 折原浩補訳) 岩波文庫 白 209-2、岩波書店 (1998).

[27] H.Wu: *The mathematician and the mathematics education reform*, Notices of the American Mathematical Society, 43(1996), 1531-1537.