

# ブラインド等化と独立成分分析

小田弘良 (Hiroyoshi Oda) 塚田 真 (Makoto Tsukada)  
東邦大学 理学部 (Faculty of Science, Toho University)

## はじめに

ブラインド等化(Blind Equalization)と独立成分分析(Independent Component Analysis)は、どちらも入力を観測せずに、未知システムの出力だけから入力を復元する問題であるが、情報理論的にも関数解析的にも興味深いと思われるので、話題を提供する意味で発表したいと思う。

## 1 ブランド等化

図 1 に示すように、ブラインド等化は、未知線形システムの入力を観測せずに、出力だけから、未知線形システムの逆システムを推定し、入力を復元する問題である。入力は確率過程で、後に示すように、非ガウス性の同一分布に従う独立系列(Independent Identically Distributed、略して IID)でなければならないが、波形が観測できないという意味で未知である。未知入力を  $a_k$ 、出力を  $y_k$ 、復元された出力を  $z_k$  とすると、いずれも確率過程である。未知線形システムを  $h_k$ 、推定された逆システムを  $w_k$  とすると、いずれも確定システムである。入出力関係は、MA モデルで

$$y_k = \sum_i h_i a_{k-i} \tag{1}$$

$$z_k = \sum_j w_j y_{k-j} \tag{2}$$

で表わすことにする。 $a_k$  は観測できず、未知システム  $h_k$  を通過して歪みを受け、出力  $y_k$  だけが観測でき、 $y_k$  のみから  $h_k$  の逆システム  $w_k$  を何らかの方法で推定し、その出力  $z_k$  を生成して、 $a_k$  に一致させようとするのがブラインド等化である。このような問題は、通信や地震学の分野で現われた。通信の場合で述べると、図 2 に示すように、送信信号  $a_k$  は情報であるから観測できないとすると (送信信号はスクランブラーを通して IID であると考え)、伝送路  $h_k$  も未知である場合、受信信号  $y_k$  のみから、逆システムである等化器をうまく調整し、その出力である等化出力  $z_k$  が  $a_k$  に一致するようにして、 $a_k$  を復元する必要がある。(実際には、受信側に既知のテスト信号を送って等化しておく場合が多い。)

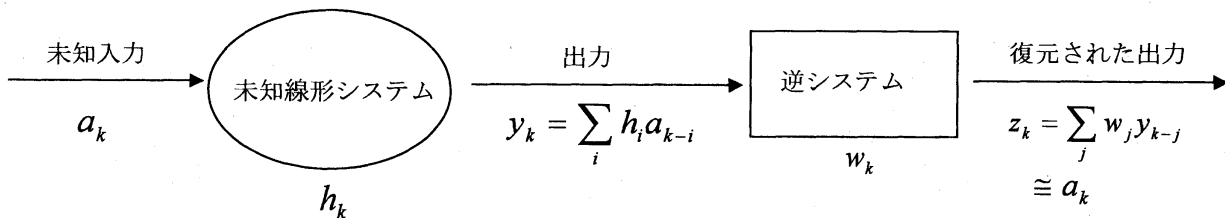


図 1 ブランド等化のモデル

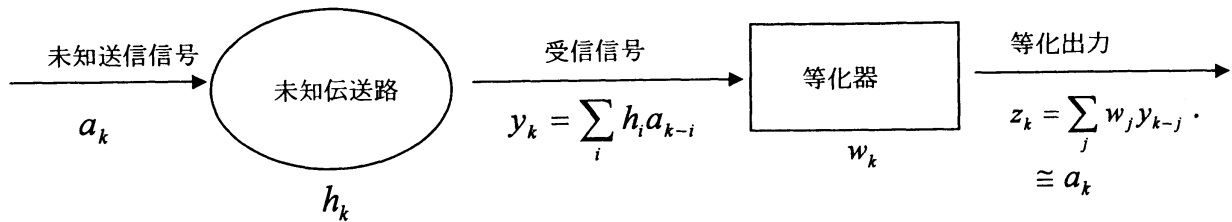


図2 情報伝送システム

以下では、主に通信における用語を用いながら説明していくことにする。簡単な未知伝送路として、 $h_0=1, h_1=\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) の場合を考えて、

$$y_k = a_k + \alpha a_{k-1} \quad (3)$$

のとき、未知伝送路  $h_k$  の  $z$  変換

$$H(z^{-1}) = \sum h_i z^{-i} = 1 + \alpha z^{-1} \quad (4)$$

を考えて、逆システム

$$W(z^{-1}) = \frac{1}{H(z^{-1})} = \frac{1}{1 + \alpha z^{-1}} \quad (5)$$

をテーラー展開すればわかるように

$$z_k = y_k - \alpha y_{k-1} + \alpha^2 y_{k-2} - \alpha^3 y_{k-3} + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} w_j y_{k-j} \quad (7)$$

となって、逆システムは正側に無限次元となることがわかる。また、伝送路が  $h_{-1}=\beta, h_0=1+\alpha\beta, h_1=\alpha$  ( $0 < \alpha, \beta < 1$ ) で

$$y_k = \alpha a_{k-1} + (1 + \alpha\beta) a_k + \beta a_{k+1} \quad (8)$$

の場合、未知伝送路  $h_k$  の  $z$  変換は

$$H(z^{-1}) = (1 + \alpha z^{-1})(1 + \beta z) \quad (9)$$

であるから、逆システム

$$W(z^{-1}) = \frac{1}{(1 + \alpha z^{-1})(1 + \beta z)} \quad (10)$$

のテーラー展開から、逆システムは正負両側に無限次元となることがわかる。すなわち

$$z_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_j y_{k-j} \quad (11)$$

となる。したがって、システム  $h_k$  が有限パラメータであっても、逆システムは、一般に両側無限次元パラメータとなり、厳密には関数解析的アプローチが必要となる。

次に、送信信号の非ガウス性の必要性について考えることにする。簡単のために1次変換

$$\begin{pmatrix} a'_k \\ a'_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_k \\ a_{k+1} \end{pmatrix} \quad (12)$$

を考える。

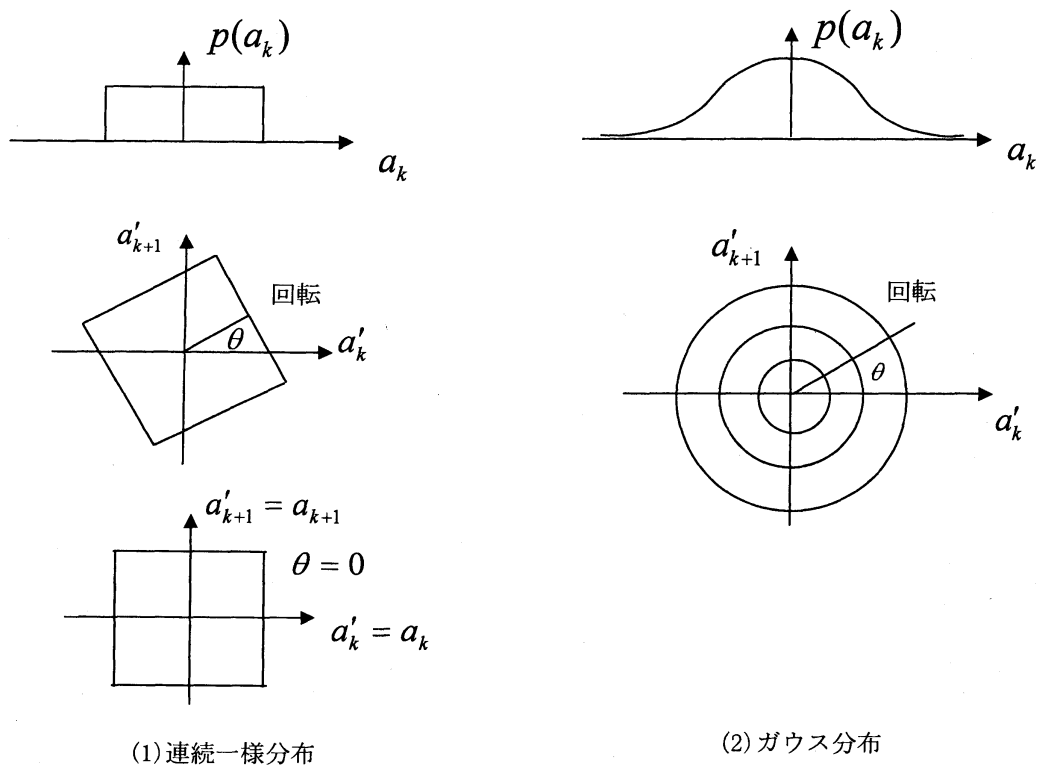


図3 入力分布によるブラインド等化の可能性

簡単のために、入力  $a_k$  は IID 系列であるとする。もし、 $a_k$  が図3(1)のように連続一様分布であるとする、2次元分布  $(a_k, a_{k+1})$  が、 $\theta$  だけ回転しているとする、 $a'_k$  と  $a'_{k+1}$  は無相関であるが独立ではない。 $\theta=0$  のときだけ、 $a'_k$  と  $a'_{k+1}$  は独立となる。したがって、 $a'_k$  と  $a'_{k+1}$  が独立となるように回転を調整すれば、 $a_k$  と  $a_{k+1}$  を復元することができる。一方、 $a_k$  が図3(2)のように、ガウス分布であるとする、2次元分布  $(a_k, a_{k+1})$  は、 $\theta$  だけ回転した  $(a_k, a_{k+1})$  と区別がつかず、 $a'_k$  と  $a'_{k+1}$  は無相関であると同時に独立である。したがって、入力  $a_k$  がガウス分布の場合は、回転していても統計的に区別ができず、もとの  $a_k$  と  $a_{k+1}$  を復元することができない。よって、出力  $(a'_k, a'_{k+1})$  だけから  $(a_k, a_{k+1})$  を復元するためには、入力  $a_k$  が非ガウス分布であることが必要である。このことは、ここで考えている図1や図2の時系列の場合にもいえて、送信信号が非ガウス性の確率過程でなければ、ブラインド等化を実現することはできない。また、信号  $a_k$  を復元するためには無相関にするだけでなく独立系列にする必要があるので、2次統計量ではなく高次統計量を用いなければならないことがわかる。

以上のことから、問題の定式化としては、送信信号  $a_k$  は非ガウス性の IID 系列と仮定し、等化器（逆システム）だけでなく、未知システムも最初から無限次元として

$$y_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i a_{k-i}, \quad z_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_j y_{k-j} \quad (13)$$

とし、未知システムと等化器を合わせたシステムをトータルシステムとして

$$t_\ell = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i w_{\ell-i} \quad (14)$$

とおけば、

$$z_k = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} t_\ell a_{k-\ell} \quad (15)$$

と表わすことができる。このとき、等化目標はデルタ関数を用いて

$$t_k = \delta_{t_0} = \begin{cases} 1 & (k = t_0) \\ 0 & (k \neq t_0) \end{cases} \quad (16)$$

となる。 $t_k = 1$ となる時刻 $t_0$ は任意で、時間方向のあいまいさが残る。

ブラインド等化は、1975年に佐藤によって最初に実現された[1]。彼は、伝送路を通過しても、等化出力 $z_k$ の符号 $\text{sign}(z_k)$ は高い確率で送信信号 $a_k$ の符号 $\text{sign}(a_k)$ に一致しているだろうと考え、定数倍の $\gamma \text{sign}(z_k)$ を目標にした評価関数を最小化、すなわち

$$E[(z_k - \gamma \text{sign}(z_k))^2] \rightarrow \min \quad (17)$$

とするように等化器 $w_k$ を調整することでブラインド等化を実現した。最小化のためには簡単な勾配法を用いた。すなわち、2乗誤差

$$e_k^2 = (z_k - \gamma \text{sign}(z_k))^2 \quad (18)$$

を $w_\ell$ で偏微分して

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_k^2}{\partial w_\ell} &= \frac{\partial}{\partial w_\ell} (z_k - \gamma \text{sign}(z_k))^2 = \frac{\partial}{\partial w_\ell} \left( \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_j y_{k-j} - \gamma \text{sign}(z_k) \right)^2 \\ &= 2 y_{k-\ell} (z_k - \gamma \text{sign}(z_k)) \end{aligned} \quad (19)$$

を求め、等化器を調整する勾配アルゴリズム

$$w_\ell = w_\ell - \alpha y_{k-\ell} (z_k - \gamma \text{sign}(z_k))$$

を得た。ただし、この式はプログラムでのアルゴリズムの表記であり、 $\alpha$ は調整係数で小さな正の数、 $\gamma$ はスケーリング係数である。スケーリング係数は、 $w_\ell$ の調整終了後、 $z_k$ と $a_k$ が一致するように、調整項の期待値がゼロとなるように

$$E[y_{k-\ell} (a_k - \gamma \text{sign}(a_k))] = 0 \quad (20)$$

により

$$\gamma = \frac{E[a_k^2]}{E[|a_k|]} \quad (21)$$

のように求められる。佐藤のアルゴリズムのアイデアは次のようになるだろう。

- (1)  $\text{sign}(z_k)$ と $\text{sign}(a_k)$ は高い確率で一致している。
- (2)  $w_k$ を調整する方向がほぼ正しいので、等化器は、より真の逆システムに近づく。
- (3)  $\text{sign}(z_k)$ と $\text{sign}(a_k)$ は、より高い確率で一致していく。
- (4) このようにして、等化器は、より真の逆システムに近づく。

佐藤のアルゴリズムの成功は、等化出力  $z_k$  を細かく見ないで、荒っぽく符号だけは  $a_k$  と一致しているだろうと予想した点にあるだろう。ここで、佐藤アルゴリズムのシミュレーション結果を示しておく。条件は次のとおりである・

- (1) 送信信号  $a_k$  は  $(-1, 1)$  の連続一様分布に従う IID 系列とする。
- (2) 伝送路のパラメータは、 $h_0 = 0.1, h_1 = -0.4, h_2 = 1.0, h_3 = 0.3, h_4 = -0.2$
- (3) 等化器のパラメータは  $w_0 \sim w_{20}$  の有限個を用い、初期条件は  $w_{10} = 1, w_\ell = 0 (\ell \neq 10)$
- (4) 調整係数  $\alpha = 0.004$
- (5) スケーリング係数  $\gamma = E[a_k^2] / E[|a_k|] = 2/3$

このとき、横軸を勾配アルゴリズムの繰り返し数、縦軸を 2 乗誤差  $(z_k - a_{k-10})^2$  とすると図 4 のようなグラフになった。  $z_k$  が  $a_k$  より 10 時刻遅れていることに注意せよ。このように、本来、逆システムは無限の長さを持つが、現実には有限の長さで近似して逆システムを構成する。

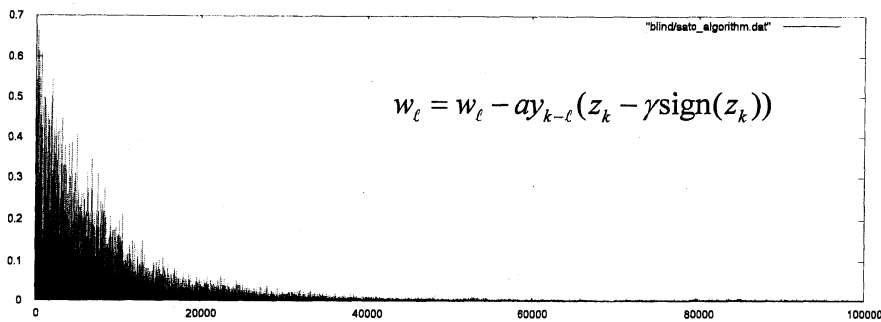
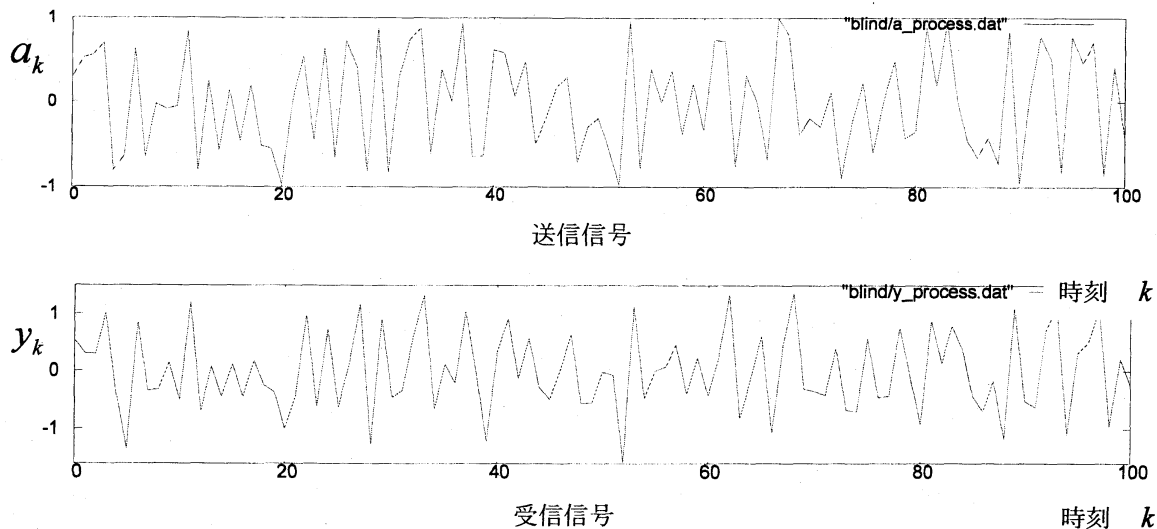


図 4 佐藤アルゴリズムのシミュレーション結果

また、等化終了後の、100 時刻に渡って、送信信号  $a_k$ 、受信信号  $y_k$ 、等化出力  $z_k$  を見た結果は 5 のようになる。



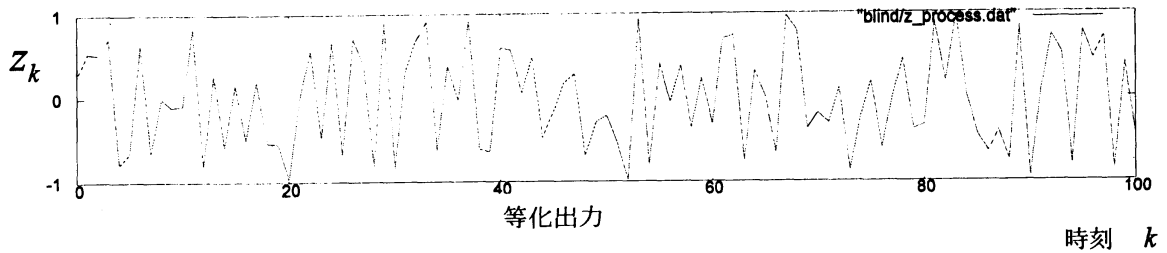


図5 等化後の送信信号、受信信号、等化出力

送信信号  $a_k$  に対して、受信信号  $y_k$  は歪んでいるが、等化出力は  $z_k$  よく一致していることがわかる。

次に、佐藤のアルゴリズムに対して、1980年に、Benvenisteらが、その収束性を論じた結果を示す[2]。

[定理1]もし、送信信号  $a_k$  が sub-Gauss 分布に従う IID 系列ならば、 $E[(z_k - \gamma \text{sign}(z_k))^2]$  の最急

降下曲線  $\{w_k\}$  は、 $\ell^2$  空間上で伝送路  $\{h\}$  の逆システムに収束する。

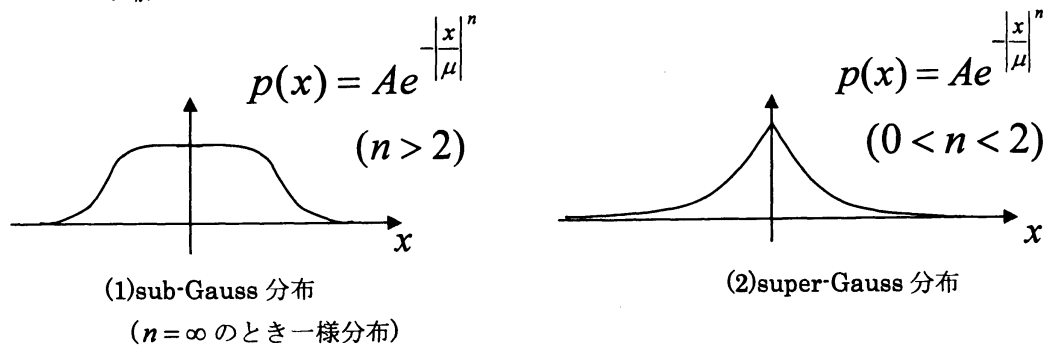


図6 sub-gauss 分布と super-Gauss 分布

[定理2]もし、送信信号  $a_k$  が super-Gauss 分布に従う IID 系列の場合でも、等化器のノルムを一定にすれば等化を成功させるアルゴリズムを得ることができる。

$$\begin{aligned} w_\ell &= w_\ell + \alpha y_{k-\ell} (z_k - \text{sign}(z_k)) \\ \|w_\ell\| &\rightarrow \|w_\ell\| = \text{const.} \end{aligned} \quad (22)$$

Benvenisteらは、佐藤のアルゴリズムは、次の[分布合同原理]に基づくアルゴリズムであり、評価関数  $E[(z_k - \gamma \text{sign}(z_k))^2]$  は  $a_k$  と  $z_k$  の距離を測る関数の1つであることを示した。

[分布合同原理]送信信号  $a_k$  (IID 系列) と等化出力  $z_k$  の確率分布が一致すれば、トータルシステム  $t_k$  は透明  $t_{k_0} = \pm 1, t_k = 0 (k \neq k_0)$  でなければならない。ただし、 $a_k$  はガウス分布ではない。

同じ1980年、Godardは、佐藤とは別の評価関数を提案した[3]。佐藤の評価関数は

$$E[(|z_k| - \gamma)^2] \quad (23)$$

と等しいことから、Godardは、一般に

$$E[(|z_k|^n - \gamma)^2] \quad (n: \text{整数}) \quad (24)$$

を提案した。特に、 $n=2$ の場合

$$E[(z_k^2 - \gamma)^2] \rightarrow \min \quad (25)$$

がよく用いられる。この評価関数を最小化する勾配アルゴリズムは

$$w_\ell = w_\ell - \alpha y_{k-\ell} z_k (z_k^2 - \gamma) \quad \left( \gamma = \frac{E[|a_k|^4]}{E[|a_k|^2]} \right) \quad (26)$$

である。佐藤やGodardのアルゴリズムは、一定値を目標にしているので、Constant Modulus Algorithm(CMA)と呼ばれる。送信信号 $a_k$ が連続一様分布のときは、Godardのアルゴリズムの方が佐藤アルゴリズムよりも収束性が速い。図4と同じ条件の下で、収束後に残る揺動が同じになるようにして速度比較をした結果が図7である。

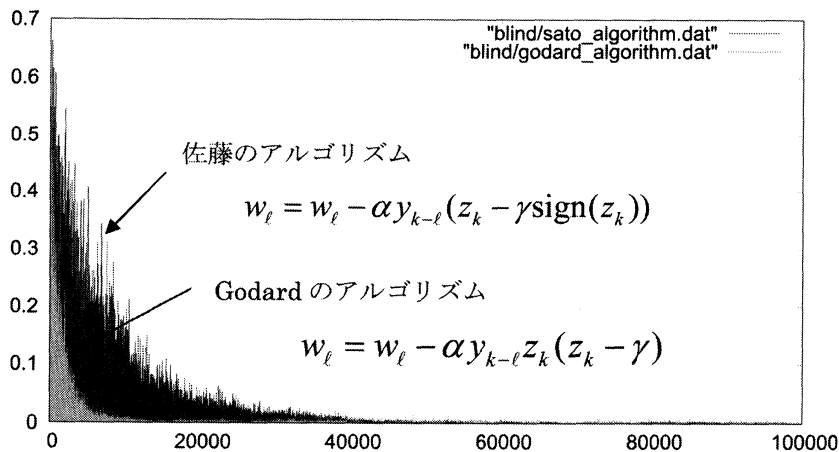


図7 佐藤のアルゴリズムとGodardのアルゴリズムの収束性の比較

他方で、地震学の分野で、佐藤に少し遅れて、1978年、Wigginsによって、地震波（反射係数）のデコンボリューションを行なうアルゴリズムが提案された[4]。そのアイデアは、非ガウス性の入力信号が未知線形システムを通過すると、出力は、ガウス分布に近づくから、フィルタを通して信号を復元する場合、フィルタ出力の確率分布をガウス分布から遠ざければよいというものであった。分散一定のもとで、エントロピーが最大の確率分布はガウス分布であることから、Wigginsはこの方法を最小エントロピーデコンボリューションと名づけた。また、ガウス性を測る尺度として尖り度

$$J = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k^4}{\left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k^2 \right)^2} \tag{27}$$

を用いた。  $z_k$  がガウス分布のとき、尖り度は  $J=3$ 、  $z_k$  が sub-Gauss 分布のとき  $J < 3$ 、  $z_k$  が super-Gauss 分布のとき  $J > 3$  であることから、入力信号が sub-Gauss 分布であると予想されるときは、  $J$  を最小にし、入力信号が super-Gauss 分布であると予想されるときには、  $J$  を最大にするようにフィルタを調整すれば、入力信号を復元することができる。

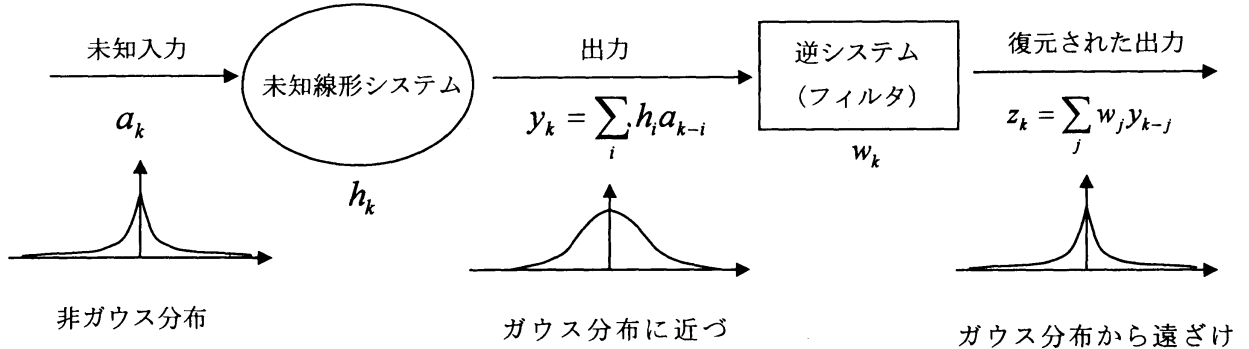


図8 最小エントロピーデコンボリューションのイメージ

さらに、1981年、Donohoは、Wigginsの最小エントロピーデコンボリューションを詳しく分析し、データが十分あるときの漸近的な場合、最も精度のよい逆システム  $w_k$  の推定値を与える評価関数は、分散  $E[z_k^2] = \text{const.}$  のもとで、エントロピー

$$H(z_k) = -E[\log p(z_k)] \rightarrow \min \tag{28}$$

であることを、変分法を用いて厳密に示した[5]。また、このことは、ガウス分布と出力  $z_k$  との距離を測る Kullback-Leibler の情報量を最大化、あるいはこれにマイナスをつけたもの

$$KL = -E \left[ \log \frac{p(z_k)}{\exp\left(\frac{-z_k^2}{2E[a_k^2]}\right)} \right] \rightarrow \min \tag{29}$$

を最小化（マイナス方向に最大化）すればよいことを示した。

次に、1986年に、佐藤先生を中心とする私たちの見つけた[独立化原理]に基づくアルゴリズムを紹介する[6], [7]。

**[独立化原理]** 送信信号  $a_k$  が IID 系列であるとき、等化出力も(平均、分散の等しい) IID 系列であるならば、トータルシステム  $t_k$  は透明  $t_{k_0} = \pm 1, t_k = 0 (k \neq k_0)$  でなければならない。ただし、  $a_k$  は



ガウス分布ではない。

等化出力が独立系列であるための条件は、 $z_k$ に関する確率密度関数が

$$p(z_k, z_{k+l}) = p(z_k)p(z_{k+l}) \quad (\ell \neq 0) \tag{30}$$

であるが、確率密度関数を直接取り扱うのは困難であるから、高次相関をゼロにすることにした。送信信号  $a_k$  が sub-Gauss 分布であるときは、

$$\begin{aligned} E[z_k^{2n-1} z_{k-\ell}] &\rightarrow 0 \quad (\ell \neq 0) \quad (n = 2, 3, \dots) \\ E[z_k^{2n}] &= E[a_k^{2n}] \end{aligned} \tag{31}$$

とするのが適しており、 $a_k$  が super-Gauss 分布であるときには、

$$\begin{aligned} E[\text{sign}(z_k) z_{k-\ell}] &\rightarrow 0 \quad (\ell \neq 0) \\ E[|z_k|] &= E[|a_k|] \end{aligned} \tag{32}$$

とするのが適していることがわかった。それぞれを実現するために、等化器のどのパラメータを調節するのがよいかを確率論的に検討した結果、次のようなアルゴリズムを得た。sub-Gauss 分布に対しては

$$\begin{cases} w_\ell = w_\ell - \alpha z_k^{2n-1} z_{k-\ell} & (\ell \neq 0) \quad (n = 2, 3, \dots) \\ w_0 = w_0 - \alpha (z_k^{2n} - r) \\ r = E[a_k^{2n}] \end{cases} \tag{33}$$

super-Gauss 分布に対しては、

$$\begin{cases} w_\ell = w_\ell - \alpha \text{sign}(z_k) z_{k-\ell} & (\ell \neq 0) \\ w_0 = w_0 - \alpha (|z_k| - r) \\ r = E[|a_k|] \end{cases} \tag{34}$$

である。ただし、 $w_0$  のゼロ番目は等化器の中心を表わす。

次に、多入力多出力ブラインド等化について考える。図9に示すように、時間方向だけでなく空間方向の干渉も考慮に入れなければならない。

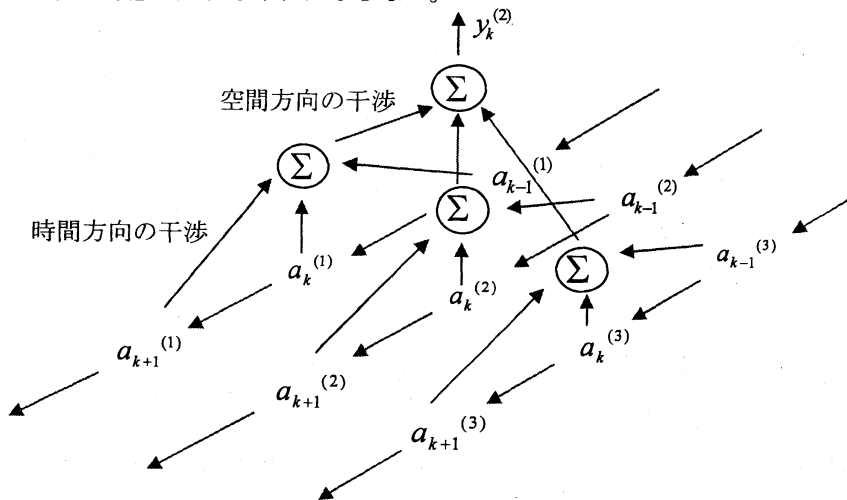


図9 多入力多出力システムの場合の信号の干渉

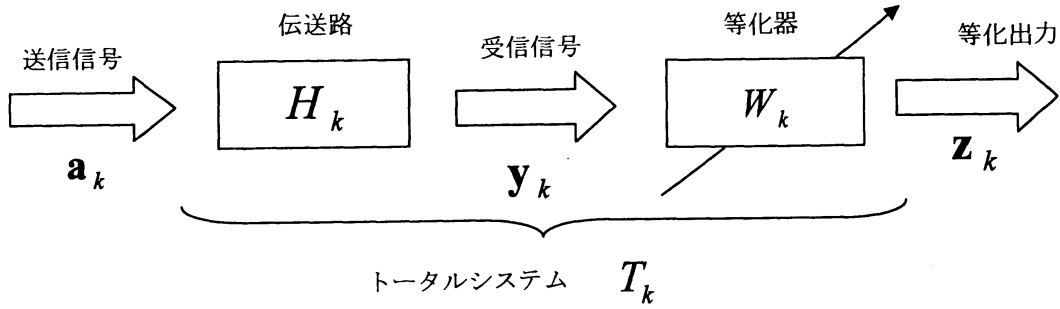


図10 多入力多出力の情報伝送システム

したがって、図10に示すように、送信信号  $\mathbf{a}_k$ 、受信信号  $\mathbf{y}_k$ 、等化出力  $\mathbf{z}_k$  はベクトル、未知システム  $H_k$ 、等化器  $W_k$  は行列で表わされる。このとき、 $\mathbf{a}_k$  は、時間的にも空間的にも IID であるとする。入出力関係は

$$\mathbf{y}_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} H_j \mathbf{a}_k, \quad \mathbf{z}_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} W_j \mathbf{y}_{k-j}, \quad \mathbf{z}_k = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} T_\ell \mathbf{a}_{k-\ell} \quad (T_\ell = \sum_{j=-\infty}^{\infty} W_j H_{\ell-j}) \quad (35)$$

となる。ただし各要素は

$$\mathbf{a}_k = \begin{bmatrix} a_k^{(1)} \\ a_k^{(2)} \\ \vdots \\ a_k^{(n)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} y_k^{(1)} \\ y_k^{(2)} \\ \vdots \\ y_k^{(n)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} z_k^{(1)} \\ z_k^{(2)} \\ \vdots \\ z_k^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$H_k = \begin{bmatrix} h_k^{(1,1)} & \dots & h_k^{(1,n)} \\ h_k^{(2,1)} & \dots & h_k^{(2,n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_k^{(n,1)} & \dots & h_k^{(n,n)} \end{bmatrix}, \quad W_k = \begin{bmatrix} w_k^{(1,1)} & \dots & w_k^{(1,n)} \\ w_k^{(2,1)} & \dots & w_k^{(2,n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_k^{(n,1)} & \dots & w_k^{(n,n)} \end{bmatrix}, \quad T_k = \begin{bmatrix} t_k^{(1,1)} & \dots & t_k^{(1,n)} \\ t_k^{(2,1)} & \dots & t_k^{(2,n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_k^{(n,1)} & \dots & t_k^{(n,n)} \end{bmatrix} \quad (36)$$

のようになる。等化目標は

$$T_{k_0} = I, \quad T_k = O \quad (k \neq k_0) \quad (37)$$

である。ただし、 $I$  は単位行列であるが、要素ごとに時間ずれや、符号士の任意性、要素の入れ替えが生じる可能性がある。多入力か出力システムのためのブラインド等化の考え方として、[独立化原理]の拡張が考えられる。

[多次元の独立化原理] 送信信号  $\mathbf{a}_k$  が時間的にも空間的にも IID 系列であるとき、等化出力も (平均、分散の等しい) 時間的にも空間的にも IID 系列であるならば、トータルシステム  $T_k$  は透明  $T_{k_0} = \pm I, T_k = O (k \neq k_0)$  でなければならない。ただし、 $\mathbf{a}_k$  の各要素はガウス分布ではない。

これに基づいて考えた、多入力多出力システムのためのブラインド等化アルゴリズムは

$$\begin{aligned} W_\ell &= W_\ell - \alpha(\phi(\mathbf{z}_k)\mathbf{z}_{k-\ell}^T - r\delta_\ell I) \\ \phi(\mathbf{z}_k) &= [\phi(z_k^{(1)}), \phi(z_k^{(2)}), \dots, \phi(z_k^{(n)})]^T \\ r &= E[\phi(a_k^{(i)})a_k^{(i)}] \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (38)$$

となる。ただし、 $T$  は転置を表わす。非線形関数  $\phi(\cdot)$  は、送信信号が sub-Gauss 分布のときは  $\phi(x) = x^{2n-1} (n \geq 2)$ 、super-Gauss 分布のときは  $\phi(x) = \text{sign}(x)$  を適用すればよい。

## 2 独立成分分析

独立成分分析は 1990 年頃に、初めは、時間方向に干渉のない多入力多出力システムのブラインド等化と同じモデル、すなわち

$$\mathbf{y}_k = H\mathbf{a}_k, \quad \mathbf{z}_k = W\mathbf{y}_k, \quad \mathbf{z}_k = T\mathbf{a}_k \quad (T = WH) \quad (39)$$

等化目標は

$$T = I \quad (40)$$

として考えられた。 $\mathbf{a}_k$  の各要素は非ガウス分布に従う IID 系列である。1つのアプローチとして、出力の各要素  $z_k^{(i)}$  に対して、尖り度と同じような非ガウス性を測るキュミュラント

$$C(z_k^{(i)}) = E[(z_k^{(i)})^4] - 3E[(z_k^{(i)})^2]^2 \quad (\text{ガウス分布のときはゼロ}) \quad (41)$$

を最大または最小にして、正規分布から遠ざけるアルゴリズム

$$w^{(i,j)} = w^{(i,j)} \pm \alpha y_k(z_k^{(j)})^3 \quad (E[z_k^2] = \text{const.}) \quad (42)$$

などが考えられ、様々に発展した研究が行なわれた。出力の各要素  $z_k^{(i)}$  の独立性を実現するために高次相関を用いたアルゴリズム

$$w^{(i,j)} = w^{(i,j)} - \alpha(z_k^{(i)})^3 z_k^{(j)} \quad (43)$$

も考案された[8]。1998年に甘利先生により、出力  $\mathbf{z}_k$  の各要素  $(z_k^{(1)}, z_k^{(2)}, \dots, z_k^{(n)})$  の独立性を測る相互情報量

$$I(\mathbf{z}_k) = I(z_k^{(1)}, z_k^{(2)}, \dots, z_k^{(n)}) \quad (44)$$

を自然勾配

$$\begin{aligned}
U &= \frac{\partial I(\mathbf{z}_k)}{\partial W} W^T W \\
&= (E[\phi(\mathbf{z}_k)\mathbf{y}_k^T] - W^{-T}) W^T W \\
&= (E[\phi(\mathbf{z}_k)\mathbf{z}_k^T] - I) W
\end{aligned} \tag{45}$$

を用いて最小化するオンラインアルゴリズム

$$W = W - \alpha(\phi(\mathbf{z}_k)\mathbf{z}_k^T - I)W \tag{46}$$

が提案され、現在もよく用いられる[8]。ここで、 $\phi(\mathbf{z}_k)$ の各要素 $\phi(z_k^{(i)})$ は

$$\phi_i(z_k^{(i)}) = -\frac{d \log p(z_k^{(i)})}{dz_k^{(i)}} \tag{47}$$

であるが、信号 $\mathbf{a}_k$ の各要素 $a_k^{(i)}$ が sub-Gauss 分布のときは

$$\phi(\mathbf{z}_k) = ((z_k^{(1)})^3, (z_k^{(2)})^3, \dots, (z_k^{(n)})^3) \tag{48}$$

のような関数、super-Gauss 分布のときは

$$\phi(\mathbf{z}_k) = (\tanh(z_k^{(1)}), \tanh(z_k^{(2)}), \dots, \tanh(z_k^{(n)})) \tag{49}$$

のような関数が用いられる。時間方向にも干渉がある独立成分分析（これは多入力多出力ブラインド等化と同じである）のアルゴリズムとしては

$$\begin{aligned}
L_\ell &= L_\ell - \alpha \sum_{q=0}^{\ell} (\phi(\mathbf{z}_k)\mathbf{z}_{k-q}^T - \delta_q I) L_{\ell-q} \quad (\ell = 0, \dots, N) \\
R_\ell &= R_\ell - \alpha \sum_{q=1}^{\ell} \sum_{s=0}^N L_s^T \phi(\mathbf{z}_k)\mathbf{y}_{k-s-q} R_{\ell-q} \quad (\ell = 1, \dots, N) \\
R_0 &= I \\
W_\ell &= \sum_{q=0}^N L_q R_{-\ell+q} \quad (\ell = -N, \dots, N)
\end{aligned} \tag{50}$$

が提案されている[9]。このアルゴリズムは、私たちが導いた多入力多出力のブラインド等化アルゴリズム(38)式より複雑であるが、収束範囲（解に引き込む範囲）が広い優れたアルゴリズムである。

## おわりに

本稿では、ブラインド等化と独立成分分析について紹介した。どちらも問題の解決の方法は、情報理論的に深く考察することができる。入力は非ガウス分布に従う IID 系列とすることが多く、この場合、復元された信号は、できるだけ正規分布から遠ざけるか、もしくは IID 系列に戻す必要があり、エントロピーや相互情報量が関係してくる。ブラインド等化や時間方向に干渉のある独立成分分析は、逆システムは時間方向に両側無限パラメータとなり、深く考察するには関数解

析的手法が必要となる。今後も、アルゴリズムの高速化などの改良を考えると、収束性などを厳密に議論するためには、関数解析の手法が必要となると思われる。

#### 参考文献

- [1]Y.Sato, "A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-23, No.6, pp.679-682, 1975.
- [2]A.Benveniste, M.Goursat and G.Ruget, "Robust Identification of a Non-Minimum Phase System: Blind Adjustment of a Linear Equalizer in Data Communication," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-25, No.3, pp.385-399, 1980.
- [3]D. Goderd, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-28, No.11, pp.1867-1875, 1980.
- [4]R. A. Wiggins, "Minimum Entropy Deconvolution," Geoplot, Vol.16, pp.21-35, 1978.
- [5]D. Donoho, "On Minimum Entropy Deconvolution," Applied Time Series Analysis II, Academic Press, pp.565-608, 1981.
- [6]Y. Sato., H. Oda and S. Hashimoto, "Blind Suppression of Time Dependency and its Extension to Multi-Dimensional Equalization," Proc. GLOBECOM 1980, Vol.3 pp.1652-1656, 1986.
- [7]H. Oda and Y. Sato, "Blind Equalization based on Time-Independency Principle," Proc. of IEEE ISITA, pp.1289-1294, 1994.
- [8]C. Jutten and J. Herault, "Blind Separation of Sources, Part I: An Adaptive Algorithm based on Neuromimetic Architecture," Signal Processing, 24, pp.1-20, 1991.  
S. Amari, "Natural Gradient Works Efficiently in Learning," Neural Computation, 10, pp.251-276, 1998.
- [9]L. Zhang, A. Cichocki and S. Amari, "Blind Deconvolution of Nonminimum-Phase Systems Using Filter Decomposition," IEEE Trans. Signal Processing, Vol.52, No.5, pp.1430-1442, 2004.