

数学教育における Moodle と STACK の利用

北里大学一般教育部 谷口 哲也 (Tetsuya Taniguchi)
College of Liberal Arts and Sciences,
Kitasato University
日本大学生物資源科学部 根本 洋明 (Hiroaki NEMOTO)
College of Bioresource Sciences,
Nihon University
日本大学生物資源科学部 五十嵐 正夫 (Masao IGARASHI)
College of Bioresource Sciences,
Nihon University

1. はじめに

多くの自然科学分野での e-Learning サイトでは、解答方法として、数値や多義選択に頼るものがほとんどである。そこで、今回は数式自体を解答として入力できる数式処理システム STACK (System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel) と学習管理システム Moodle を利用した数学の授業における活用例を報告する。

2. 動機

教員は、学生が授業をどれくらい理解しているかを把握しながら、授業を展開していきたい。そのために、毎回の授業において、確認問題程度の宿題を学生に提出させ、教員は宿題を翌週受け取り、その次の週に採点して返却する。

難点 (A) 学生が宿題を提出してから再びの自分の宿題を受け取るのに 2 週間かかってしまう。

難点 (B) 友人の答えを書き写し、それを提出する学生がでてしまう。

以前は、難点 (B) を克服するため、問題の数値の一部が学籍番号によって変化する次のような宿題を課していた。

学籍番号の下 2 桁をそれぞれ a, b とする。次の間に答えよ。

つぎの連立 1 次方程式の解を求めよ。

$$(1) \begin{cases} x + ay + z = b \\ x + (a+1)y + (b+1)z = b+2 \\ 2x + ay + (2-ab)z = 2b-2a \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + 2y + z - 3w = a \\ 2x + 7y - 4z - 3w = 2a + 3b \\ x + 3y - z - 2w = a + b \\ x + 4y - 3z - w = a + 2b \end{cases}$$

これで、難点 (B) が克服できるが、その反面採点が煩雑になり、Mathematica 等の数式処理ソフトで、あらかじめ解答を用意していても、かなり時間がかかった。また、連立方程式の解の表し方が一意的ではなく、このことも採点の困難さを増す要因となっている。

また、学籍番号が大きい人は問題の数値が大きくなりがちであり、実際、学生から不公平であるとの意見も寄せられた。いずれにしても、このままでは、難点 (A) については、まだ解決されていない。

では、上記の2つの難点を克服することはできないだろうか、思案したところ、Moodle と STACK をもちいれば可能であることに気が付き、2011 年度より実際に授業で運用した。その実践例をつぎの節で紹介する。

3. 問題の乱数化

ここでは、難点 (B) を克服するため、問題の乱数化を、STACK をもちいてどのようにすればよいか紹介してみたい。前で述べた線形代数の問題の乱数化を紹介したいが複雑なので、4 節にまわし、ここでは手始めに簡単な次の極限の問題の乱数化を紹介する。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

簡単な確認問題であるが、このままでは、友人の答えを入力してしまうので、次のように一部を乱数化したい。

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a + b)x + ab}{x^2 - a^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow e^2} \frac{\sqrt{x} - e}{x - e^2}$$

a, b, e を乱数にすることにより、問題が乱数化される。また、(1) の解答を $k1$ とおくと、 $k1 = (a - b)/(2a)$ は乱数 a, b に依存するので、解答も様々変化することに注目しよう。ちなみに (2) の解答を $k2$ とおくと、 $k2 = 1/(2e)$ となり、こちらも、乱数 e によって、様々変化する。

STACK ではこのような問題が簡単に作成でき、Moodle と組み合わせることによって、オンライン上で学生に解答させることができる。では実際にその方法を紹介する。

ブラウザから STACK の問題作成画面にいき、次のように入力する。

問題の編集: stacksesrver

問題ID	106
問題名:	No.1 極限-説明用
説明:	極限
キーワード:	
変数:	<pre>a = rand(3)+1 b = a+2 e = rand(3)+1 k1 = (a-b)/(2*a) k2 = 1/(2*e)</pre>
問題文:	<p>つぎを計算せよ.</p> <p><p> 1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a + b + a * b}{x^2 - a * a} =$ #ans1# </IEfeedback>ans1</IEfeedback> <PRTfeedback>A1</PRTfeedback></p></p> <p><p> 2. $\lim_{x \rightarrow e^2} \frac{\sqrt{x} - e}{x - e * e} =$ #ans2# </IEfeedback>ans2</IEfeedback> <PRTfeedback>A2</PRTfeedback></p></p> <ul style="list-style-type: none"> • 解答欄の作成には #ans# と記述してください • CASテキストを使用するには @castext@ と記述してください • HTMLを使用するには <html> テキスト</html> と記述してください • LaTeXを使用するには \$latex\$ と記述してください

問題名欄と説明欄は適当に入力する. 変数欄では, $a = \text{rand}(3)+1$ と入力することにより, a には 1 から 3 までのいずれかの整数が乱数として, 代入される. ここでは b には a の値に 2 を足したものが, 代入される. e にも, 1 から 3 のいずれかの値が代入される.

ついでに, 変数欄で, 問題 (1) に対する解答として k_1 , 問題 (2) に対する解答 k_2 を設定しておく.

次に, 問題文の欄において, 実際, 学生が目にするであろう問題文をここに入力する. ほとんど, tex と同様な感覚で入力することができる. 一点注意してもらいたい点がある. 問題文において, tex ではみられない, @a+b@ のような箇所があるが, 実際には @a+b@ とは出力されず, a と b を足した値が出力されるのである. 例として, 変数の欄で, a として $a = 2$, b として $b = 3$ と乱数が代入されたときは, @a+b@ は 5 として出力される. また, #ans1# と #ans2# は解答を入力するための欄を表すものである.

さらに,

<IEfeedback>ans1</IEfeedback> と <IEfeedback>ans2</IEfeedback> は,

学生が 103 等と入力した解答を, 再度 STACK が「あなたの入力した解答は 103 です ね。」等と応答する場所をあらわしている. 通常これは #ans1# や #ans2# 等を教師が入

力すると自動的に挿入されるものであり、あまり気にしなくて良い。(ただし、配置場所は #...# の直後に挿入されるが、気に入らなければ、他の所に手動で配置することが可能である。)

<PRTfeedback>A1</PRTfeedback> と <PRTfeedback>A2</PRTfeedback>は、学生が入力した解答に対して、正解か不正解かあるいは部分的にあっている等のコメントが出力される場所となる。これも、後に述べるポテンシャル・レスポンス・ツリーの欄の設定に依存して、自動的に挿入されるものであり、あまり気にしなくて良い。(ただし、配置場所は STACK が大抵問題文の最後に配置してくれるが、気に入らなければ、他の場所に手動で配置することが可能である。) 解答欄では #ans1# に対応する入力形式 数

▼解答欄の設定

解答欄ID	ans1	ans2
入力形式	数式	数式
正答	k1	k2
入力欄のサイズ	15	15
厳密な文法	有効	有効
アスタリスク(*)を自動で挿入	無効	無効
書式のヒント		
禁止ワード		
許可ワード		
浮動小数点の禁止	有効	有効
約分を要求する	有効	有効
解答の構文チェック	チェックする	チェックする
入力オプション	オプションなし	オプションなし

式 を選択し、解答として、k1 を入力する。(もし、解答が行列であれば、入力形式は行列となる。) #ans2# に対しても同様に設定する。実は、入力形式が重要で、正答として、入力した k1 と k2 は便宜上入力しただけで、あまり使われることはない。

FIGURE 1. ポテンシャル・レスポンス・ツリー

A1:

採点係数: 1 自動評価化: true 削除

フィードバック:

No: 0

評価対象: ans1 評価基準: k1 評価関数: 代数等価 オプション: 抑制 削除

TRUE

採点方法: 点数: 1 減点: 0 次のポテンシャル・レスポンス: -1

OK!

フィードバック: A1-0-T

解答記録:

FALSE

採点方法: 点数: 0 減点: 0 次のポテンシャル・レスポンス: -1

慎重に!

フィードバック: A1-0-F

解答記録:

次にポテンシャル・レスポンス・ツリー (以後, 簡単のためツリーと呼ぶ) で, 学生が入力した解答に対して, どのように採点し, どのようなコメントを出力するかをここで設定する. ツリーの数は, 教員が自由に決められる. ツリー A1 では, 問題 (1) に対する解答の評価である. 学生が入力した解答を評価対象とし, それが評価基準の, 変数の欄で設定した $k1$ と, 代数等価なら, 1 点を与え, **OK!** と **STACK** が応答する設定となっている. もし, 代数等価でないならば, 0 点で, **STACK** が **慎重に!** と学生に注意を促す設定となっている. 問題 (2) に対するツリー A2 も同様に設定しておく.

では, 以上の設定でどのように問題出力されるか, 実際の問題画面を見てみよう.

FIGURE 2. 実際の問題画面

つぎを計算せよ.

1.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 4}$$

= -1/2

あなたの入力した解答:

$$-\frac{(1)}{2}$$

よくできました。正解です!

OK! あなたの点数は 1 ● 減点と以前の結果とあわせて, 1 点満点中 1 点です。

2.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

= 10

あなたの入力した解答:

10

残念、間違いです。

慎重に! あなたの点数は 0 ● 減点と以前の結果とあわせて, 1 点満点中 0 点です。

4. 線形代数の問題の例

冒頭で上げていた、線形代数の問題 (2) の設定例を紹介する。

問題名欄は線形 No.8 問 1-(1) とし、説明欄は連立方程式と入力。

変数欄は

```

a = rand(10)
b = rand(10)
A = matrix([1,2,1,-3],[2, 7, -4, -3],[1, 3,-1,-2], [1,4,-3,-1])
B = matrix([a],[2*a+3*b],[a+b],[a+2*b])
C = matrix([a-2*b],[b],[0],[0])
U = matrix([-5],[2],[1],[0])
V = matrix([5],[-1],[0],[1])

D = addcol(A, B)

X = matrix([p,q,r,s, t,u,v])
F = matrix([m],[n],[k],[v])
G = matrix([e],[f],[g],[j])
H = matrix([e],[f],[g],[j])

```

と入力。

問題文の欄は

(2) 次の連立 1 次方程式の解を求めよ。

```

\[
\left\{
\begin{matrix}
x + 2y + z - 3w = @a@ \\
2x + 7y - 4z - 3w = @2*a+3*b@ \\
x + 3y - z - 2w = @a+b@ \\
x + 4y - 3z - w = @a+2*b@
\end{matrix}
\right.
\]

```

解 まず,

$\tilde{A} = \text{ans1}$ とおくと

```

 $\tilde{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & p & q & r & s \\ 0 & 1 & t & u & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 

```

と行基本変形される。

ただし、 $\text{matrix}([p, q, r, s, t, u, v]) = \text{ans2}$

<IEfeedback>ans2</IEfeedback>
<PRTfeedback>A2</PRTfeedback>

よって，連立方程式

```
\[
\left\{
\begin{matrix}
x & +py & + qz & +rw & = s & \cdots \text{(ア)} \\
& y & + tz & +uw & = v & \cdots \text{(イ)}
\end{matrix}
\right.
\]
```

が得られる．

$z = c_1$ ， $w = c_2$ とおくと (イ) より，

$y = (\text{\#ans3#} <IEfeedback>ans3</IEfeedback>)c_1 + (\text{\#ans4#} <IEfeedback>ans4</IEfeedback>)c_2 + (\text{\#ans5#} <IEfeedback>ans5</IEfeedback>)$ ．

つぎに，(ア) より，

<PRTfeedback>A3</PRTfeedback>

$x = (\text{\#ans6#} <IEfeedback>ans6</IEfeedback>)c_1 + (\text{\#ans7#} <IEfeedback>ans7</IEfeedback>)c_2 + (\text{\#ans8#} <IEfeedback>ans8</IEfeedback>)$ ．
<PRTfeedback>X6</PRTfeedback>

以上より，

$\text{\@matrix}([x],[y],[z],[w])\text{\@}$

$= \text{\#ans9#} <IEfeedback>ans9</IEfeedback> \\ + c_1 \text{\#ans10#} <IEfeedback>ans10</IEfeedback> \\ + c_2 \text{\#ans11#} <IEfeedback>ans11</IEfeedback>$

ただし， c_1 ， c_2 は任意の定数． $\text{\$}\text{\quad}\text{\clubsuit}\text{\$}$

<PRTfeedback>A7</PRTfeedback>

と入力．

11 個 の解答欄の入力形式や解答を設定し，ツリーも設定しておく。(ツリーが A1, A2, A3, X6, A7 と 5 個あるが長いので，A7 だけあげておく.)

ツリー A7 において，STACK は学生が入力した 3 個の解答 \#ans9# ， \dots ， \#ans11# から，ツリー A7 の なかにあるフィードバック変数の欄で新たに別の評価対象 W ， Y ， Z を構成している．次に，No.0 で行列 W のランクが 2 であるか判定し，もしそうであれば，ポテンシャルが 1 になり，No.1 に推移し，No.1 において Y と Z が行列として等しいとき，「あなたの導いた連立方程式はあっています．」と表示され，等しくないときは，「あなたの導いた連立方程式は間違っています．」と表示されツリー A7 の採点過程

が終了する。また、No.0 の時点で、もしランクが 2 でない場合はポテンシャルが -1 と負となり、その時点で、「あなたの導いた連立方程式は間違っています。」と表示され採点は終了する。一般にポテンシャルが負となった時点で、採点は終了となる。

では、以上の設定でどのように問題出力されるのか、実際の問題画面を見てみよう。

FIGURE 3. ツリー A7

A7

採点対象: 自動採点: true

フィードバック: 関数

```
f = ans9
g = ans10
h = ans11
V = addcol(g,h)
Y = A.addcol(addcol(f, f+g),f+h)
Z = addcol(addcol(B, B), B)
```

説明:

このフィードバックの対象解答欄: ans10, ans11, ans9

追加: 0 ポテンシャル・レスポンス: [追加]

No: 0
 評価対象: rank(W) 評価基準: 2 評価関数: 代数等価 オプション: 抑制 削除

TRUE
 採点方法: 点数: 1 減点: 次のポテンシャル・レスポンス: 1

フィードバック:
 A7-0-T
 解答記録:

FALSE
 採点方法: 点数: 0 減点: 次のポテンシャル・レスポンス: -1
 あなたの導いた連立方程式の解は間違っています!

フィードバック:
 A7-0-F
 解答記録:

No: 1
 評価対象: Y 評価基準: 2 評価関数: 代数等価 オプション: 抑制 削除

TRUE
 採点方法: 点数: 1 減点: 次のポテンシャル・レスポンス: -1
 あなたの導いた連立方程式の解はあっています。

フィードバック:
 A7-1-T
 解答記録:

FALSE
 採点方法: 点数: 0 減点: 次のポテンシャル・レスポンス: -1
 あなたの導いた連立方程式の解は間違っています!

フィードバック:
 A7-1-F
 解答記録:

FIGURE 4. 実際の問題画面

(2) 次の連立1次方程式の解を求めよ.

$$\begin{cases} x + 2y + z - 3w = 5 \\ 2x + 7y - 4z - 3w = 31 \\ x + 3y - z - 2w = 12 \\ x + 4y - 3z - w = 19 \end{cases}$$

解まず $\tilde{A} =$ とおくと

$$\tilde{A} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & p & q & r & s \\ 0 & 1 & t & u & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

と行基本変形される.

ただし, $[p \ q \ r \ s \ t \ u \ v] =$

よって, 連立方程式

$$\begin{cases} x + py + qz + rw = s \dots (ア) \\ y + tz + uw = v \dots (イ) \end{cases}$$

が得られる.

$z = c_1, w = c_2$ とおくと (イ) より,

$y =$ $c_1 +$ $c_2 +$. つぎに, (ア) より,

$x =$ $c_1 +$ $c_2 +$.

以上より,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{bmatrix}$$

ただし, c_1, c_2 は任意の定数. ♣

ここで, 最後の連立方程式の解の表し方 #ans9#, #ans10, #ans11# は一意的ではないが, STACK はきちんと, ツリー A7 を利用して採点してくれることを強調しておこう. まだまだ, STACK にはいろいろな機能が備わっているが, 詳細は [1] を参照されたい.

参考文献

- [1] 中村 泰之:「数学 e ラーニング 数式解答評価システム STACK と Moodle による理工系教育」, 東京電気大学出版局, 2010.