## 重力多体系の力学構造と非線形現象

国立天文台·JASMINE 検討室 郷田 直輝 Naoteru Gouda JASMINE Project Office, National Astronomical Observatory of Japan

### 1.宇宙の階層構造と自己重力

広大なスケールに渡って様々なタイプの天体が存在し、階層構造を形成していることが分かっている<sup>1)</sup>(図1)。これらの天体の形成過程や力学構造等を解明することが宇宙物理学の大きな課題の1つである。小さいスケールからみていくと、恒星と惑星からなる系(太陽系もその1つ)、(恒星が約1000億程度集まった)銀河、その銀河の集団である銀河群やさらに規模が大きい銀河団、さらに銀河団が複数個連なった超銀河団が存在する。超銀河団と銀河がほとんど無いボイド(空洞)をあわせて泡のようにみえる構造は宇宙の大構造と呼ばれ、数億光年程度のサイズとなる。なお、星から宇宙の大構造に至るまで、密度にして約44桁も広がりがある。では一体何故、密度がオーダーでかなり異なる構造ができるのであろうか。その理由を一言でいえば、天体構造を形成する源が重力であり、そしてその重力が実際的に長距離力であるためである。短距離力(原子核内で働く強い力、さらに、電磁気力も正と負の電荷があり、力の遮蔽が起こるため、実際的に短距離になる)では、その力の到達距離に見合った領域範囲で決まる密度しかもつことができないが、重力の場合は、質量を増やせば



宇宙の階層構造

図 1:宇宙の階層構造。恒星と惑星のシステムからはじまり、宇宙の大構造に至るまで広大なスケール にわたって、様々なサイズの天体構造が宇宙には存在している。 どこまでも力が及び大きなサイズの構造を作り、それに見合った様々な密度をとることがで きるのである。このように重力が宇宙の構造形成を解明する大きな鍵となる。

さて、宇宙での構造形成問題をはじめ、宇宙物理学の様々な問題を解き明かすために、既存の物理学を応用することが必要であり、それが今までも多くの天体現象の解明に役立ってきた。では、宇宙物理学は既存の物理学を単に応用するだけかといえばそうではない。逆に宇宙物理学での問題が新しい物理学を芽生えさせる可能性がある。地上の実験室系では見られない現象が宇宙では起こるからである。例えば、自己重力多体系での物理があげられる(図2)。自己重力多体系とは、その系を構成する各々の"粒子"(星などの天体)が、お互いの重力(万有引力)だけで運動しつつ、系が束縛されている場合の系である(図3)。一見、単純な系であり、その力学的な進化や緩和過程、定常状態など理解されていると思われるかもしれないが、非常に複雑な興味深い振る舞いをすることが明らかになってきており、物理的にも数学的にも解明すべき謎が多い。つまり、自己重力多体系は、後述するように地上の実験室系では見られない興味深い緩和過程や力学構造をもたらす。特に本稿では、自己重力多体系の緩和過程、(準)平衡状態などの物理的特徴について、短距離力の系との違いを中心に記述する<sup>2</sup>。

<ul> <li>§1. 宇宙の階層構造</li> <li>宇宙の階層構造:広大なスケールに渡り様々な天体が存在</li> <li>★物理&gt;天体の構造形成、天体現象</li> <li>★"宇宙"&gt;物理学:地上の実験室系では</li> <li>中々見られない現象</li> <li>特に、自己重力多体系の物理:緩和過程、力学 構造</li> </ul>	<ul> <li>§ 2. 自己重力多体系の力学構造と基礎概念 個々の天体の力学構造と形成過程は?</li> <li>* 力学構造: "平衡状態"での重カポテンシャルの形や 粒子の分布(密度、速度、エネルギー)</li> <li>"単純な"系である自己重力系を考える</li> <li>③自己重力多体系 系の構成粒子(天体)が、お互いの万有引力によって運動し、束縛されている系 これらの系での力学構造を中心に今後考える ((天文学校)に)詳細な影成通道は考えない)</li> <li>特に、緩和過程、(単)平衡状態とその安定性など (単なる熟平衡化ではないもの)</li> </ul>
	==>重力多体系の"自己組織化" 10

図 2:宇宙の階層構造と自己重力多体系の 物理。

図 3:自己重力多体系の概念と力学構造。

#### 2.自己重力多体系の力学構造

自己重力多体系の身近な例は、太陽系である。ニュートン力学では2体だけの場合の万有 引力による運動は、解析的に解ける(ケプラー運動)。しかし、実際の太陽系は、惑星を複数 個含み、厳密には2体ではなく、多体系である。3体からなる系の運動の研究が行われたが、 ほとんどの場合で非常に複雑な運動を描くことが分かってきた。まさにカオス研究につなが るものである。ただ、太陽系の場合は、太陽の質量に比べて惑星の質量は非常に小さいので、 惑星の運動は、太陽とその惑星の2体問題として解いた場合で良い近似となる。ただ、ラプ ラスやポアンカレの研究によると、その太陽系でさえ、厳密には非常に複雑な振る舞いをす ることが分かってきた<sup>3)</sup>。惑星の楕円軌道も実際には他の惑星からの重力を受けて微小では あるが複雑に変化していく。また、非常に高い確率で太陽系は、壊れない、つまり力学的に ほぼ安定であるが、壊れる可能性はゼロではない。厳密には完全に安定かどうか分からない、 ということが分かってきた<sup>3)</sup>。

以上のように太陽系でさえ、複雑な振る舞いをする。質量が等価な3体であれば、カオス 軌道にもなり複雑な運動をする。では、星が約1000億個も集まった(さらに、ダークマター も存在する)銀河では、星は一体どのような軌道を描き、そして全体としてどのような力学 状態になっているのだろうか?また、どのような緩和過程を経てそのような力学状態に至っ たのであろうか?

#### 3. 銀河と力学構造



図 4:円盤銀河。中心付近の明るいふくらみがある構 造はバルジと呼ばれている。

銀河の力学構造がどのようになっているのか、実は 我々が住む天の川銀河でさえ、詳細にはまだ分かっ ていない。いくつかのモデルの提唱や N 体計算に

よる数値シミュレーションの解 析は多く行われているが、現ま の力学構造はまだ知られていない。ただ、銀河は楕円銀河られていない。ただ、銀河は楕円銀河を る銀河(図4、5)といったい くつかのタイプがあるが、タイ プ毎は、なのの多イプがあるが、タイ プ毎に(異なの特徴(星の分れに して、現在は がある<sup>4)</sup>。従って、理由なんら からないが、銀河はなんら かの緩むにしても、 あ る種の準定常状態になってい

ると考えられる。しかも観測による と楕円銀河の構造、そして渦巻き銀 河の中心にあるバルジ構造(図 4~6) は、3 軸不等楕円体構造(バー構造 になっている場合が多い)であり、 主に規則的な軌道(図 7 のような軌 道群、もしくはこれらをベースとし た軌道群)で構成されている可能性 が高い。3 体でさえカオスになるの に多数の星やさらにはダークマター

図7: 楕円銀河やバルジなどの3軸不等 楕円体構造を構成する星やダー クマターの規則的な軌道候補。



図 5: 天の川銀河。 観測にもとづく想像図



図 6: 天の川銀河の構造とサイズ。



まで存在する銀河で軌道は本当に規則的なのだろうか? このように、どのような緩和過程 を経て、どのような力学状態に落ち着くのかが大きな課題となっている。

#### 4. 1次元シート多体系の緩和過程とカオス的運歴

筆者等は現実の銀河といった3次元系ではなく、1次元シート多体系とよばれる、無限に 広がった一様なシートが複数枚存在し、シート面に垂直な方向のみ1次元的に運動する系を 最初のステップとして解析した<sup>2,5)</sup>(図8)。この系を先ず考えたのは高精度での数値実験 が可能であること、位相空間がコンパクトであるので取り扱いやすいこと、そして自己重力 という長距離力の系の物理的特徴は研究することができるからである(力は定数になるが、 その値は、考えているシートが全体の中で左から何枚目にあるか、といった情報に依存して おり、隣同士ではなく、全体的な構造で力の大きさが決まる)。

# ★1次元重力シート多体系による解析 ------ Sheet Systems------

N identical plane-parallel mass sheets, each of which has uniform mass density and infinite in extent in the vertical direction of the moving



**Advantages** (Hamiltonia n:  $H = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^{N} V_i^2 + (2\pi Gm^2) \sum_{i < i} |x_j - x_i|$ )

Ophase space is compact, which makes the system tractable in considering ergodicity

Othe evolution of the system can be followed numerically with a good accuracy.

Owe can study the properties induced by long range forces even in the 1-D systems.

37

#### 図8:1次元重力シート多体系。

数値解析の結果、シート系は以下のような非常に複雑な進化をすることが分かった(図9)。 (1) 力学的時間スケール Tc で力学平衡(ビリアル平衡)になる。

(2) 時刻 *t~NTc*(N は、シート数)で、系はエネルギー等分配が成立し、系は"準平衡状態(QE)" になる。

(3) *t*~10<sup>4</sup>*NTc* で系のグローバルなエネルギー分布関数は変化し、"遷移状態(TS)" と名付けた新たな状態に移行する。

(4) 再度、準平衡状態に戻るが、以前の準平衡状態とは厳密には異なる様態となる。さらに、 次は別の遷移状態に変化する。このような状態の遷移を繰り返していくが、同じ状態にはな らない。

(5) *t*~10<sup>6</sup>NTc で、長時間平均をとるとミクロカノニカル分布に一致する。つまり、エルゴード 性が成立する。

## ◎緩和過程とカオス的遍歴

Complicated approach to "the malization"

Initial state (virial equilibrium:ビリアル平衡, $\tau \sim t_c$ ) —

Microscopic relaxation: energy equipartition (エネルギー等分配) "quasi-equilibrium state(QE)(準平衡状態)" τ~Nt<sub>c</sub>

→ Macroscopic relaxation: transit state(TS)

e.g. τ~10<sup>4</sup>Nt, (遷移状態)

 $QE \longrightarrow TS \longrightarrow QE \longrightarrow \dots \dots \dots$ 

### thermal equilibrium(long time average=ensemble average)

microcanonical distribution(ミクロカノニカル分布)

 $\tau \sim 10^6 Nt_c$  ( $t_c$ : crossing time, the typical time in which a sheet crosses the system)

図 9:1 次元重力シート多体系の"緩和"に至る複雑なプロセス。

上記の状態遷移に関しては、ある 遷移状態に滞在している時間の 分布は、時間の-2乗に比例してい ることが分かった。また、ある準 平衡状態に滞在している時間の 分布もベキ分布であるが、指数が 異なり-0.5 乗となる。このように ベキ分布になるというのが重要 な特徴である。実は、このような 状態の遷移と滞在時間のベキ分 布というのは、"安定カオス" <sup>6</sup> とよばれる状態と共通の特徴で ある。

このような特徴が現れるのは、 2N 次元位相空間で、系をある状態 に留めおく、"バリア"(トーラスの ようなもの)が存在し、系があるバ リア内にあるときは、ある状態をと



図 10: (2N 次元)位相空間中での軌道(系全体の状態の進 化をあらわす)の概念図.

り、時間が経つと、違うバリア領域に移り渡って違う状態をとっていくと推測される(図 10)<sup>2)</sup>。このバリアのサイズがもしフラクタル分布をしていれば、滞在時間がベキ分布をすることが理解できる。また、エルゴード性が成立する時間スケールは、バリアの中でもっとも大きなサイズで決まるのかもしれない。

なお、この遷移過程は、他の系でも見られるカオス的遍歴<sup>7</sup>と共通点が多い。カオス的遍 歴では、秩序状態と乱れた状態がお互いに入れ替わりつつ遷移が継続して起こるものである が、この遷移が起こる原因は、系の中に乱雑性を引き起こす"局所的な力"と、系の規則化 を促す"平均場"の両方が含まれ、その2つの力が均衡していることによる。1次元シート 系では、実はシート数Nを増やすとリアプノフ指数の値がゼロに近づき、カオス性が薄れる ことが分かっている<sup>2,5</sup>。つまり、Nを大きくすると平均重力場が支配的になるからである。 しかし、有限のNでは、シート数の離散性による平均場からのずれが、乱雑を引き起こす源 であり、平均場との均衡が複雑な遷移をもたらすと考えられる。

さて、Nを大きくするとカオス性が薄れていくのは、現実の3次元系でも同様と考えられる。 つまり、Nが大きくなるとカオスの原因となる、近くの星同士の重力散乱の効果に比べて、 多数の星による平均重力場の効果が大きくなるからである。従って、現在の楕円銀河やバル ジが規則的な軌道(図7の軌道群やそれをベースとした軌道群)で構成されている、もしく は、安定カオスのように、厳密にはカオスだが、長時間にわたり近似的に規則的な軌道とみ なせる軌道でほとんど構成されていると考えるのがもっともらしいと思われる。では、一体、 現実の銀河の力学構造はどうなっているのだろうか?それは、観測によって調べなければな らない。詳細は、次章で記述する。

#### 5. JASMINE (赤外線位置天文観測衛星)計画で探る天の川銀河の力学構造

自己重力多体系の力学構 造の今後の発展としては、理 論(カオス、複雑系なども)、 実験(数値シミュレーショ ン)の進展も必要であるが、 自然科学である以上、現実の 系がどのようになっている かを知ることも重要である。 その系として近未来に詳細 かつ精密に分かる可能性が あるのが、唯一、我々が住む 天の川銀河である(他の銀河 は遠すぎて、個々の星の3次 元的分布や3次元速度の情 報を知ることは困難である ため)。力学構造を知るため には、星の3次元分布と運動 情報が必要となるが、その 測定を行う天文学の一分野

## 1. 位置天文学とは? ~その重要性~



図 11: 位置天文学について。

が位置天文学である。位置天文学は、星(恒星)の天球面上の位置とその時間変化の測定を 行う(図11)。するべきことは単純であるが、星の動きはごくわずかであり、その動きを精度 良く測定するためには、観測の工夫、精密測定できる観測装置の開発・製作、データ解析方 法の工夫など様々な研究開発を要する。

星の動きを知ることによって何が分かるかというと、先ず星までの距離を三角測量によっ て直接的に測定できる(図12)。さらに、天球上の星の直線運動(固有運動)により、星独自が 重力の影響によって動いている運動速度を知ることができる(図13)。なお、天球上の星の 動きは、一般的には、地球公転に伴う星のみかけの年周楕円運動(図12)と固有運動にとも なう直線的な動き(図13)が組み合わされて、らせん運動を行う(図11)。このようにして、 星の3次元的位置と運動が分かれば、その背景にある重力場の情報が推測できる。すると、 その重力場をつくりあげている全重力物質の位相空間分布や軌道情報までが推測できる。見 えている星の寄与を除けば、"見えていない"暗い星やダークマターの位相空間分布までもが 推測できるのである(図 14)。なお、日本では、筆者を中心に赤外線位置天文観測衛星 (JASMINE)計画<sup>1),8)</sup>を推進していることを詳細な説明は割愛するが付記しておく(図 15~19)。



図 12:年周視差により星までの距離がわか る。





図 13:固有運動に距離をかけると星の接線速度 が求まる。視線速度は別の観測によって求 まる。



図14:星の3次元立体地図と3次元速度の情報により、"見えない"物資の位相空間分布、軌 道までもが推定できる。

# JASMINE計画シリーズ

### JASMINE: 赤外線位置天文観測衛星

年周視差、固有運動など天文学、天体物理学の様々な分野での基本となる情報を 画期的な精度で提供。さらに世界的にユニークな近赤外線での位置天文観測を活か し、可視光観測では困難な銀河系中心付近、バルジ、星形成領域をターゲットとする。

3段階のステップでアプローチ:\*科学的成果の段階的進展

\*技術的ノウハウの蓄積、経験を積む

#### Nano-JASMINE

主鏡口径5cm ~3mas 全天サーベイ zw-band(0.6~1.0ミクロン) 打ち上げ:2015年 衛星重量:35kg 日本初のスペースアストロメトリの経験。 希望開発+打ち上げ:1億円程度、

○単独ではヒッパルコス程度の特度。ヒッ パルコスと初み合わせると、副有運動 特度は1桁程度向上 〇木陽系近傍のダークマター分布、

ダークマターの王体、皇形成、皇面の 物理など Ŋ.

図 15: JASMINE 計画シリーズ

## 小型JASMINE

主鏡口径30cm級 10µus程度 特定領域のサーベイ Hw-band(1.1~1.7ミクロン) 打ち上げ目標:2019年頃 衛星重量:~400kg

ウクライナのロケットでプラジルから打ち上 ガ

〇世界に免職けて、銀河系中心付近でのパルジ 〇小園JASMINEでの 構造、温彦虞史、巨大BHの進化などの研究 進展を目標 〇X線連盟の軌道要索決定、系外惑星などの 特定天体もターゲットにする。

主鏡口径80cm級 10µas程度 広領域サーベイ Kw-band(1.5~2.5ミクロン) 打ち上げ目標:2020年代 衛星重量:~1500kg 

(中型) JASMINE

1.8 04 内の他



図 16: JASMINE 計画シリーズで観測 サーベイする領域(天の川銀河を上か ら見た図)。



図 17: 2015 年打ち上げ予定の 超小型衛星 Nano-JASMINE のイ ラスト。

図 18: 完成した Nano-JASMINE 衛星 の打ち上げ実機。

図 19:小型 JASMINE 衛星 のイラスト。

なお、観測データから、実際に銀河の力学構造、つまり、星やダークマターなど重力を作り だす、すべての物質の位相密度分布関数を導き出すのは、実は容易ではない。観測されるの は、有限の(明るい)星であり、暗い星やダークマターの情報は得られない。ただ、もしも、 観測から加速度(力)を測定できて、それを通じて重力ポテンシャルが分かれば、ポテンシ ャルを作り出すもととなった、全重力物質の密度分布、さらには、数値計算を介すが、その 重力ポテンシャル中での軌道情報から位相分布関数の構築が可能である。しかし、位置天文 観測から分かるのは、位置と速度の情報のみであり、加速度は測定できない(加速度を測定 出来るまでの精度を出すのは、一般的には非常に困難し。そこで、あらかじめ考え得る範囲で、 様々な重力ポテンシャルを想定し、そのポテンシャル中での位相分布関数を理論的に導出し ておく(テンプレート)。そして、観測データが出た際には、位相分布関数のテンプレートと 観測データを比較する。位相分布関数は、ある場所にある速度で存在する確率も意味するた め、観測できる星もこの位相分布関数に従った確率で存在しているはずである(注:実際に は、観測ターゲットは、ある基準で選択されているため、その選択効果を考慮しなければな らない)。そこで、どの位相分布関数による存在確率にもっとも観測データ(実際の星の存在 割合)があっているのか、それを統計的に解析して、一番適合するテンプレートを選び出す。 そのテンプレート、つまり、位相分布関数や重力ポテンシャルが、最もらしいと結論するこ とができる。

以上のようにして、観測データから全重力物質の位相分布関数を決めていく作業を行う。 ただ、そのためには、仮定した重力ポテンシャルのもとで、その系での位相分布関数を自己 無矛盾的に理論的に構築しなくてはならない。その構築方法は、まだ研究が進展中であり、 完成はされていない。基本的には、定常状態を仮定した場合、位相分布関数は、その系の運 動の積分量(保存量)のみ依存すること(ジーンズの定理ないしは、強いジーンズの定理) を利用する。つまり、重力ポテンシャルが与えられたハミルトン系での積分量をみつけ、そ の積分量と星の位置と速度との関係を導き出すことを行う(トーラスあてはめ法)。次に、あ る積分量をもった星(トーラス)の重み因子(つまり、位相分布関数)を、例えば、made to measure 法という様々な星の実際の軌道を計算することをベースとした方法を用いて導出す ることを行う。まだ、3次元系での位相分布関数の構築は完成しておらず、研究が進行中で はあるが、これらの方法は、自己重力系のみならず、他の系や他分野にも応用が可能と考え ている。

以上の方法の詳細は、本講究録の上田晴彦氏と矢野太平氏の記事を参照願いたい。

#### 6. 新しい統計力学の構築に向けて

1 次元シート系では、数値解析により、複雑な遷移現象を経て、非常に長時間後にエルゴード性が成立すること、シート数を増やすとカオス性が薄れ、緩和時間が長くなること、また、エルゴード性が成立後も状態は遷移を続けることが分かってきた。これらの特徴は、地上で見られる気体といった短距離力が支配する系とは全く異なる。気体では、分子数が増えれば増えるほど、早く緩和し、ミクロカノニカル分布に近づくのみである。そのため、短距離力の系では緩和後の巨視的状態が予測可能となり統計力学が勝利をおさめた。しかし、重力といった長距離系の場合は、単純ではない。ただ、長距離力系といえども、古典ハミルトン系であり、ハミルトニアンにすべての情報が含まれているはずである。何か長距離力の緩和過程と(準)平衡状態に関して予測はできないのであろうか?いわば、長距離力系の統計力学と呼ぶのがふさわしい新しい物理学の構築が必要だと思われる。それには位相空間の幾何学的、測度論的議論が鍵になると考えている(図 20)。なお、長距離力系は重力系以外でも非中性プラズマやビーム物理学の分野においても関連している。これらの系は、ボルツマン方程式+ポアソン方程式という系の進化を司る方程式も共通する。そのため、現象に関しても共通点がみられる場合もあり、現象の統一的理解が可能かもしれない。さらに、非線形集団運動、カオス、長距離力系の統計力学に関する基礎科学の発展につながるかもしれない(図



室刀多体糸における果団運動の規則性を何らかの法則( 予測できないか?

図20:集団運動の規則性と新しい統計力学 の必要性 ★集団運動の規則性

 ②通常の気体など→ 粒子数大(大自由度)→
 軌道はカオス(予測不可能)→
 しかし、大自由度が幸いして、緩和後の巨視的な 系の状態を予測可能(統計力学の勝利)
 ③1次元重力系
 ○大自由度になればなるほど、カオス性は薄れる:
 ・緩和時間が長くなる
 ・有限の自由度では、カオスと規則性との競合により 複雑な遷移現象を起こす
 ○エルゴード性が成立し、長時間平均=位相平均が 成り立っても、系全体の分布は熱平衡分布には 留まらない
 \*集団運動を予測する法則は何か?

位相空間での幾何学的、測度論的な解析が 必要では?!

新しい"統計力学"の必要性

21,22 参照)。また、これらは当 然、数学とも密着し(数学の"言 葉"が必要)、数学との協力は 必要不可欠である。分野を超え た相互協力を是非期待したい (図 21、22 参照)。

図 21:自己重力系での解 析方法の他分野へ の応用。また他分野 でみられる様々な現 象の統一的理解の 必要性と重要性。 ★解析手法の相互適用

○平衡状態の構築(Torus fitting法+重み因子法)
 ○平衡解の安定性の解析 電磁ポテンシャルや外場
 ○緩和過程の解析 入りの系にも適用可能
 ★現象の統一的理解
 非線形集団運動、カオス、長距離力系の統計力学など

- ■●● 基礎物理学の発展へ 古典ハミルトン系における位相空間での 幾何学的、測度論的な解析
- ➡ 応用科学の進展へ(次世代加速器など)

数学とも密着。数学との協力も必要不可欠



図 22:古典多体系研究ネットワーク

#### 参考文献

- 1) 郷田直輝:「天の川銀河の地図をえがく」、 旬報社、2009. 郷田直輝:「ダークマターとは何か」、 PHP サイエンス・ワールド新書、2012.
- 2) 郷田直輝:重力多体系での自己組織化、J.Plasma Fusion Res, 87, pp.441-448, 2011. 郷田直輝:「自己重力多体系の物理」、 数理科学、2000 年 3 月号.
- 3) 丹羽敏雄:「数学は世界を解明できるか」、 中公新書、1999.
- 4) 谷口義明・岡村定矩・祖父江義明編:シリーズ現代の天文学「銀河 I」、日本評論社、2007.
- T.Tsuchiya, T.Konishi and N.Gouda, Physical Review E, 50, 2607, 1994.
   T.Tsuchiya, N.Gouda and T.Konishi, Physical Review E, 53, 2210, 1996.
   T.Tsuchiya, N.Gouda and T.Konishi, Astronomy and Space Science, 257, 319, 1997.
- 6) 相沢洋二・原山卓久:「カオスを視る」、 別冊・数理科学、1998年10月号.
- 7) 金子邦彦・津田一郎:「複雑系のカオス的シナリオ」、朝倉書店、1996.
- 8) JASMINE 計画: http://www.jasmine-galaxy.org/index-j.html