

非中性プラズマに見る渦構造と自己組織化過程

三瓶明希夫

AKIO SANPEI

京都工芸繊維大学工芸科学研究科

KYOTO INSTITUTE OF TECHNOLOGY

1 はじめに

非中性プラズマでは Coulomb 力が反対の電荷で遮蔽されないため、相互作用が長距離まで及ぶ。一方で粒子間の Coulomb 衝突は極めて少ないので、衝突による散逸は弱く、散逸的な緩和過程はゆっくりと進行する。従って、非中性プラズマでは粒子緩和時間よりも遥かに短い時間から、数桁長い時間までの広い時間帯に渡る物理現象を追跡することが可能である。また、反対電荷との再結合が無いので低エネルギー状態で系を生成、維持することが可能であり、制御性、再現性が非常に高いなど実験面でも優れた利点を持つ。また、粒子の閉じ込め時間が中性プラズマに比較して圧倒的に長いことも利点の一つである。

これらの利点を用いて、現在までに、非中性プラズマについて様々な研究が行われてきた [1]。内部密度分布に関連する時間発展、プラズマの形状効果、振動に伴う異常輸送など詳しく調べられている。中性プラズマで既に検証された波動についても、非中性プラズマは固有振動がはっきり発現するので、再度詳しく研究されている。固有振動モードを利用して、非理想的過程での角運動量の損失を、外部より制御されたトルクを与えることにより補う "Rotating Wall" と呼ばれる技術が開発されており、イオンあるいは電子プラズマを数週間もの長時間にわたり閉じ込めることを可能とした [2]。また、低温状態や熱平衡状態も実現できることからイオンのレーザー冷却による結晶構造の相転移などが調べられている [3]。陽電子とイオンの混合プラズマや電子と反陽子の混合プラズマ、及びそれぞれ単独のプラズマの生成・閉じこめが行われている [4]。さらに、筒状の Malmberg trap に閉じこめられた電子プラズマの流れと、二次元 Euler 流体が等価である事に基づき、渦、流体不安定性、乱流などの実験と理論的研究が行われてきた。

本稿では純電子プラズマに見られる自己組織化現象と、京都工芸繊維大学で行われている非中性プラズマの技術を応用した二流体プラズマ生成実験の試みについて述べる。

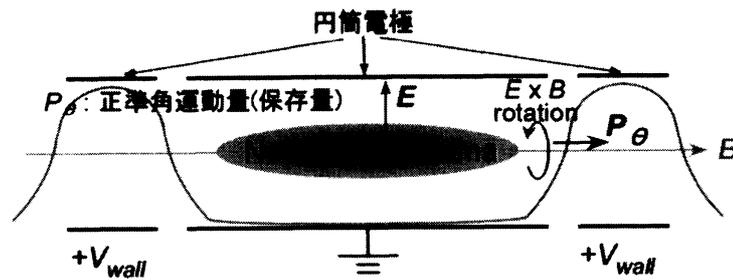


図 1: Malmberg trap の模式図. (正イオン閉じ込め用)

2 電子プラズマ中の自己組織化現象

円筒容器の軸方向に一様磁場を与えると、径方向にはローレンツ力を使った閉じ込めが可能となる。軸方向には電位障壁を与えることで、閉じ込めが実現できる。これは一般的に Penning trap と呼ばれている [5]。電位障壁を与えるための電極を円筒型にして、プラズマの入射・排出を簡便にしたものは Malmberg trap と呼ばれている (図 1) [6]。「非中性プラズマ」としての研究は、この方式が最も盛んであろう。以下で紹介する実験結果も Malmberg trap によって得られたものである。

上図のように、一様磁場中に閉じこめられた電子プラズマは巨視的には二次元の非圧縮性、非粘性流体 (二次元 Euler 流体) と等価であり、点渦系の集まりとして捉えることが可能なことが知られている [7-9]。このとき、 (x, y) を磁場に垂直な座標であるとする、電子密度 $n(x, y)$ と温度 $\zeta(x, y)$ 、ポテンシャル $\phi(x, y)$ と流線 $\psi(x, y)$ 、粒子数 N と循環 Γ が対応する。非中性プラズマの分野では、この性質を利用して二次元理想流体における渦運動の実験が盛んに行われてきた。滑らかな円筒壁に囲まれた離散的な渦糸群の運動は力学的な運動方程式で表されることがよく知られており [10, 11]、電子プラズマ柱の渦糸としてのハミルトニアン性が確認されている [12-14]。筆者の所属していた京都大学のグループでは、渦糸の循環 Γ や位置及び本数を細密に制御した初期状態から実験し、その相互作用と時間発展に注目してきた。

一様磁場を用いて非中性プラズマを閉じ込める Malmberg trap を用いた実験では、上述のような非中性プラズマの特質が顕著に現れるため、渦運動に代表される集団運動についての実験が行われた。

非中性プラズマにおける自己組織化現象の例として良く知られている C. F. Driscoll の実験結果を図 2 に示す [15]。Hollow 分布は不安定な初期配位であり、流体力学では Kelvin-Helmholtz 不安定と呼ばれ、非中性プラズマ物理学では Diocotron 不安定と称される不安定性が起こる。完全に不安定な状態を初期状態とした電子プラズマがそのまま崩壊していくのではなく、安定な状態になるために大変形してプラズマ密度分布を自発的に変えていくという観測例である。

渦が規則的な配列を成す「渦結晶」は、非中性プラズマ中に現れる自発的な構造形成現象として、最も興味深い現象の一つである。強く磁化された純電子プラズマを用いて、不

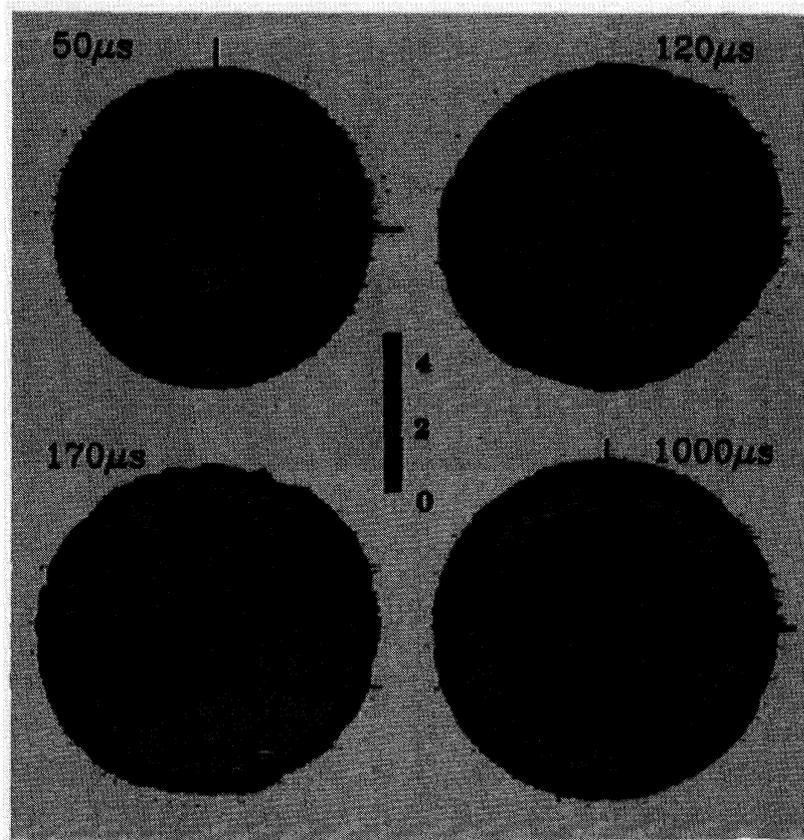


図 2: Kelvin-Helmholtz モードに対して不安定な Hollow 分布を初期配位としている非中性プラズマ. ところがプラズマは崩壊せずに安定な状態になるために, 自発的に大きく変形しながらプラズマ内部の分布を変化させている.

安定な初期分布から渦結晶が形成される過程の実現は, Fineらカリフォルニア大学サンディエゴ校のグループによって初めて行われた [16]. 図 3 は Hollow 状の渦度分布からの渦結晶形成の実験結果を表している. Shear を持つ回転の中でこの変形が進行すると密度の集中がおこり, 各塊が有限の断面を持つ渦パッチに成長する. 図では方位角方向にモード数 $m = 6$ の不安定性が強く生じて, 二次元乱流へと発展している. 渦糸間の相互作用の結果, 比較的強度の高い数本の渦糸が生き残り, 準定常な結晶構造を形成する ($140 \sim 5000 \mu\text{s}$). 図 3 の様な渦結晶形成は古典的な流体においても研究されており, 同一符号の渦度パッチの二次元乱流の自由緩和についての数値的研究において, 秩序構造が自発的に形成される事が観測されている [17-19]. また, 超流動ヘリウムの中の量子化された渦糸も同様のパターンを示す事が知られている. 非中性プラズマにおける Hollow 状の渦度分布からの渦結晶形成過程については, 実験 [20] 及び数値計算 [21] において, 詳細な検討が為されている.

これらの渦結晶構造の形成機構を統一的に理解しようという試みは幾つか存在し, 相互作用する渦糸のダイナミクスは二次元乱流の理論・計算研究の主題の一つとなってい

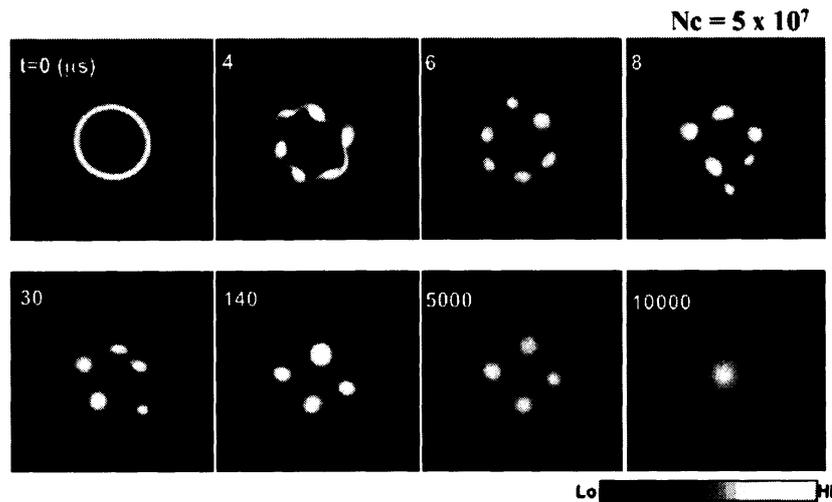


図 3: Hollow 状の渦度分布からの渦結晶形成.

る [22–26]. 緩和の過程で、比較的弱い渦糸は薄いシート状に引き延ばされ、近くに来た強い渦糸に巻き込まれる。シートのかげらの幾つかは吸収されず、凹凸のある背景渦度分布 (Background vorticity distribution: BGVD) を形成する。自発的に形成された背景渦度は、生き残った渦糸間の相互作用に強く影響する。結晶構造への渦緩和過程における、強い渦パッチ (渦糸) と渦糸の周りの空間を満たす低レベル渦度の相互作用の重要な役割は、実験的には Fine [16] に、つづいてシミュレーション研究では Schecter [27] によって、初めて明らかにされた。さらに、Jin らが提唱した Regional Maximum Entropy Theory (RMET) では、渦糸のエントロピーが保存されて、背景渦のエントロピーが最大となるという拘束条件を入れる事で、観測された結晶パターンを上手く再現し、背景渦が渦糸の結晶化に必要なであるとした [26].

京都大学の際本研究室において、結晶化への BGVD の寄与について詳しい実験研究がなされた。いくつかの解説が出ているので、ここで繰り返す事はせず、詳細はそちらに譲る [28].

3 拡張 MHD モデルとプラズマスケール

ここからは、非中性プラズマの技術を応用した、二流体プラズマ生成実験の試みについて触れる [29]. 1990 年代半ばから今世紀にかけて、イオン熱速度程度の流れが磁化プラズマ中に存在するという観測結果 [30] や、磁気リコネクションの磁気中性面内でイオン流体と電子流体が別々に運動を行うと考えると発現可能な磁力線の歪みが示され始めるなど [31], MHD モデルの適用妥当性が疑問視されるプラズマ現象が報告され始めている。これらの現象に対応させるための取り扱い方法として、MHD モデルを拡張した新しいモデル「拡張 MHD」 [32] が理論・シミュレーション研究で使われ始めている。

拡張 MHD は大別すると以下の三つにカテゴライズされる。

- 1). 速度場を含む MHD
- 2). Hall MHD
- 3). 二流体プラズマ

この内、最後の二流体プラズマとはプラズマを構成している電子流体とイオン流体が独立に運動するプラズマのことである。従来、プラズマの振る舞いは MHD モデルによって論じられており、MHD ではプラズマは電流を流すことのできる電荷を持たない気体として扱われている。これはプラズマを構成している電子流体とイオン流体が一緒になって運動することを意味しており、MHD プラズマとは一流体モデルとも言える。これに対して二流体プラズマモデルでは電子流体とイオン流体が独立に運動するので、プラズマの内部には電場と速度場が自然に存在することになる。プラズマ流の効果によって、通常の中性プラズマ閉じ込め配位とは全く異なるタイプの平衡配位が作られることが理論的に予測される。すなわち、プラズマを非中性化して電子とイオンが別々の運動をする状態を作り出し、強いプラズマ流 (Alfvén 速度程度) をつくと、プラズマ流、磁場、電場が相互作用しあって、新たなエネルギー緩和状態が実現され、従来の考えでは導けない自己組織化現象が発現する可能性がある [33]。

ここで、拡張 MHD が実現するスケール長について議論する。一般に、(一流体) MHD 方程式系はスケールレスであり、マイクロプラズマから宇宙プラズマまで適用可能である。拡張 MHD ではスケール長が現れる。

イオン流体と電子流体の運動方程式は

$$m_i n_i \frac{d}{dt} \vec{v}_i = e n_i (\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B}) - \nabla p_i \quad (1)$$

$$m_e n_e \frac{d}{dt} \vec{v}_e = -e n_e (\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) - \nabla p_e \quad (2)$$

と表される。ここで m, n, \vec{v}, p は質量、密度、流速、圧力を表し、添字 e, i で電子とイオンを区別している。 \vec{E} は電場、 \vec{B} は磁場を表す。 $m_e = 0$ として上式を足すと

$$m_i n_i \frac{d}{dt} \vec{v}_i = \vec{j} \times \vec{B} - \nabla p \quad (3)$$

を得る。ただし、

$$\vec{j} = e(n_i \vec{v}_i - n_e \vec{v}_e) \sim n_i e (\vec{v}_i - \vec{v}_e) \quad (4)$$

$$p = p_i + p_e \quad (5)$$

である。(1), (3) 式より

$$\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B} + \vec{F}_{2F} = 0 \quad (6)$$

となる。ここで、

$$\vec{F}_{2F} = \frac{1}{e n_i} (\nabla p_e - \vec{j} \times \vec{B}) \quad (7)$$

は二流体効果の度合いを表す項であり、(一流体) MHD プラズマでは十分に小さい。(6) 式の回転を取ると、ファラデーの法則とから

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v}_i \times \vec{B}) - \frac{1}{\mu_0 e n_i} \nabla ((\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}) \quad (8)$$

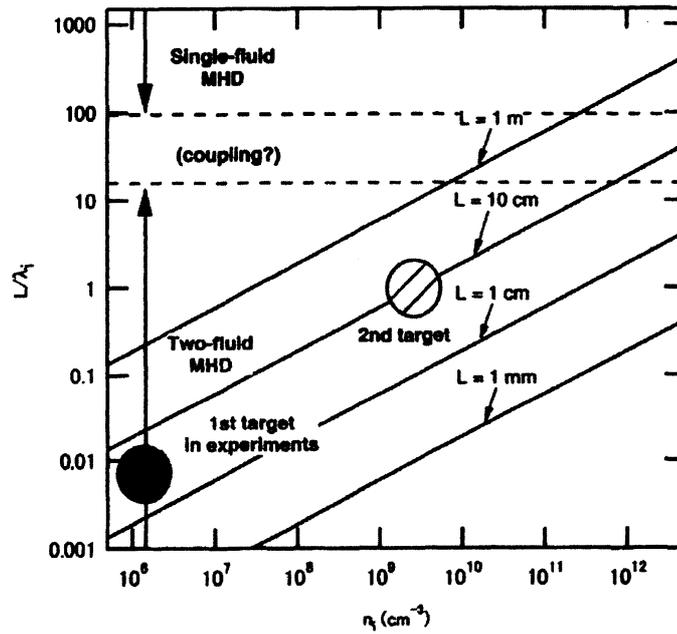


図 4: イオン密度 n_i に対する $S^* = L/\lambda_i$ パラメータの依存性. イオンは Li^+ を用いて計算している. S^* が 30 以下であれば二流体効果が発現する.

を得る. $\partial \vec{\omega}_{ci}/\partial t = e\vec{B}/m_i$ を代入すると

$$\frac{\partial \vec{\omega}_{ci}}{\partial t} = \nabla \times (v_i \times \vec{\omega}_{ci}) - \lambda_i^2 \nabla((\nabla \times \vec{\omega}_{ci}) \times \vec{\omega}_{ci}) \quad (9)$$

となる. ここで λ_i はイオン表皮深さであり,

$$\lambda_i = \frac{c}{\omega_{pi}} = \sqrt{\frac{m_i}{\mu_0 e^2 n_i}} \quad (10)$$

で表される. ここから解るように, λ_i が短い場合は右辺第二項の寄与が無視されるので, 考えている系は 1 流体系へと縮退する. 逆に, λ_i の値が無視できないスケールでは二流体効果が無視できなくなる.

プラズマの特性長を L とすると, L が λ_i よりも十分長いスケールでは, 対象としている系は MHD 系と近似できる. 一方, スケール長が λ_i 程度の空間内では, プラズマは 2 流体として振る舞うことを意味している. ここで, 新しいパラメーターとして, サイズパラメーター $S_* = L/\lambda_i$ を導入する. 図 4 に S_* の n_i に対する依存性を示す. 理論的には $S_* \leq \sim 30$ の領域で二流体としてのプラズマ運動が現れると予測されている. 一般に, 実験室で生成されるプラズマの特性長は $L \sim 10 \text{ cm}$ なので, $n_i \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ が二流体プラズマ状態が発現する上限値となる. したがって, この値より小さいイオン密度を持つプラズマを生成することにより, 二流体プラズマを生成することを試みる.

4 非中性プラズマを用いた二流体プラズマ生成実験

二流体プラズマには非常に興味深い可能性が秘められているが、この二流体プラズマの実験についてはまだ報告がなされていない。この理由は、中性ガスの放電を出発点としたプラズマ生成法では放電過程にイオン流体と電子流体に別々の運動を持たせることが容易ではないためである。そこで、筆者の所属している研究室では、2つの Malmberg trap 中に閉じ込めた非中性プラズマをマージングする方法で、二流体効果のスケール長を観測可能な長さまで引き伸ばして二流体プラズマを生成することを計画している。図 5 に実験シーケンスを示す。同一直線上に置かれた Malmberg trap に正負二種類の閉じ込め領域を形成し、イオンプラズマと電子プラズマを別々の領域に同時に閉じ込める。このとき電子プラズマとイオンプラズマは $\vec{E} \times \vec{B}$ ドリフト回転によりそれぞれ反対向きに回転するため、電子流体とイオン流体に別々の垂直運動をもたせることができる。それぞれの非中性プラズマを生成後、両閉じ込め領域の間のポテンシャル壁を取り除くことによって正負2つの非中性プラズマを重畳させることで二流体プラズマを生成できると考えている [29]。

図 6 はブリルアン密度 (限界) n_B の B 依存性を示している。3本の点線はそれぞれ電子プラズマ, ${}^7\text{Li}^+$ イオンプラズマ, H^+ イオンプラズマに対する n_B を表している。図 4 で見た様に、二流体プラズマが発現する密度領域は $n \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ なので、 $B \sim 1 \text{ kG}$ のときのターゲット密度領域は図の斜線部になる。図のデータ範囲より判る様に、本実験において必要とされている電子プラズマの密度 n_e は n_B に比べて十分低い。この事実は電子プラズマの閉じ込めが比較的容易に達成できる事を示唆している。一方、 ${}^7\text{Li}^+$ イオンプラズマに対する要請密度 $n_i \sim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ (斜線部参照) は ${}^7\text{Li}^+$ イオンプラズマに対する n_B に近い。ゆえに、 ${}^7\text{Li}^+$ を如何に良く閉じ込めるかが実験正否の鍵となる。この装置では、閉じ込め様のリング電極のうち幾つかが方位角方向に分割されており、これを利用して Rotating wall technique 適用による閉じ込め密度の増加と分布制御が試みが行われている。

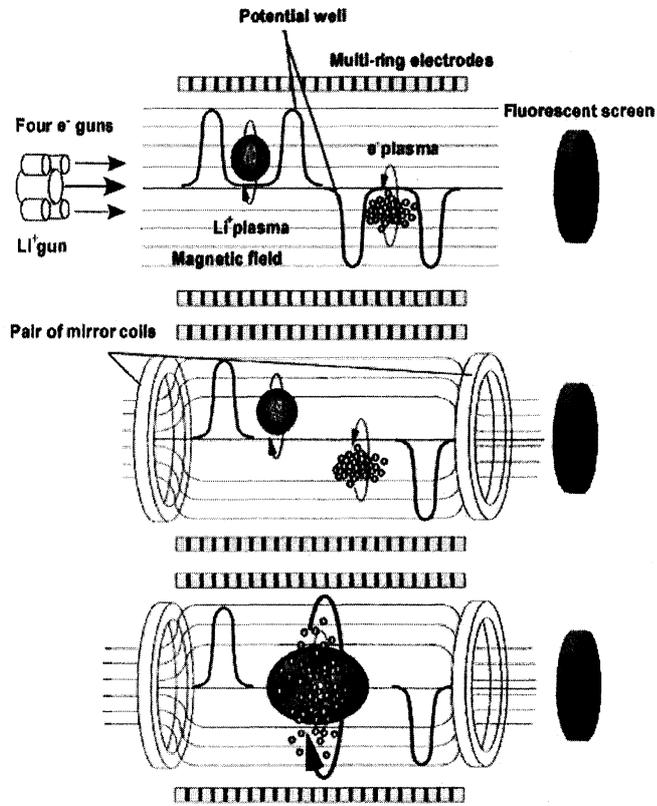


図 5: 二流体プラズマ生成実験概念図。

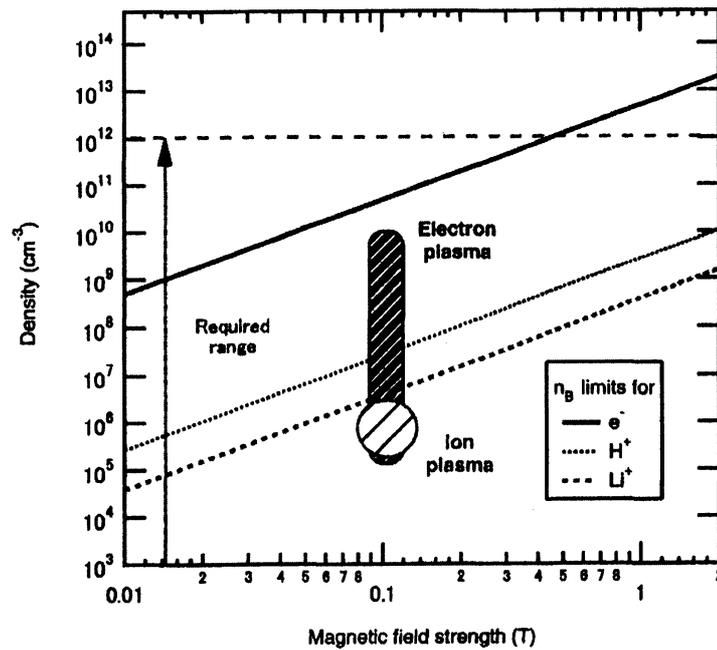


図 6: ブリルアン密度 (限界) n_B の B 依存性. イオンは電子より重いため, 密度限界は低くなる.

現在までに, イオンプラズマと電子プラズマを別々の領域に同時に閉じ込めることに成功している [34, 35]. 図 7 にイオンプラズマと電子プラズマの保持粒子数の時間変化を示す. 電子があるときのイオン閉じ込め時間は $\tau_{N+} \sim 0.47\text{s}$ で, 単独で閉じ込めた場合の $\tau_{N+} \sim 0.35\text{s}$ よりわずかに長くなる. 電子プラズマにおいても, イオンがあるときの閉じ込め時間 $\tau_{N-} \sim 1.2\text{s}$ で, 単独で閉じ込めた場合の $\tau_{N-} \sim 0.75\text{s}$ より長くなる傾向が見られた. この結果から, 同時閉じ込めによる深刻な悪影響はないと考える. この時, $S^* \sim 8.1 \times 10^{-6} < 30$ が得られており, 重畳実験が可能な領域になっている. 現在, 実験装置の真空度の改善と装置対称性の調整を進めることで閉じ込め時間の伸長を計りながら, 周辺機器の準備に取りかかっている.

5 まとめ

純電子プラズマに見られる自己組織化現象と, 京都工芸繊維大学で行われている非中性プラズマの技術を応用した二流体プラズマ生成実験の試みについて述べた. Malmberg トラップ中に閉じ込められた電子プラズマは閉じ込め時間が長く, かつ制御性が良い. さらに, 筒状の Malmberg trap に閉じこめられた電子プラズマの流れと, 二次元 Euler 流体が等価である事に基づき, 自己組織化の研究が行われた. 現在まで実験での実現が困難だった二流体プラズマの生成が, 非中性プラズマを用いて実現できる可能性がある. 二流体プラズマの生成を目的とした実験装置を完成させ, イオンプラズマと電子プラズマを

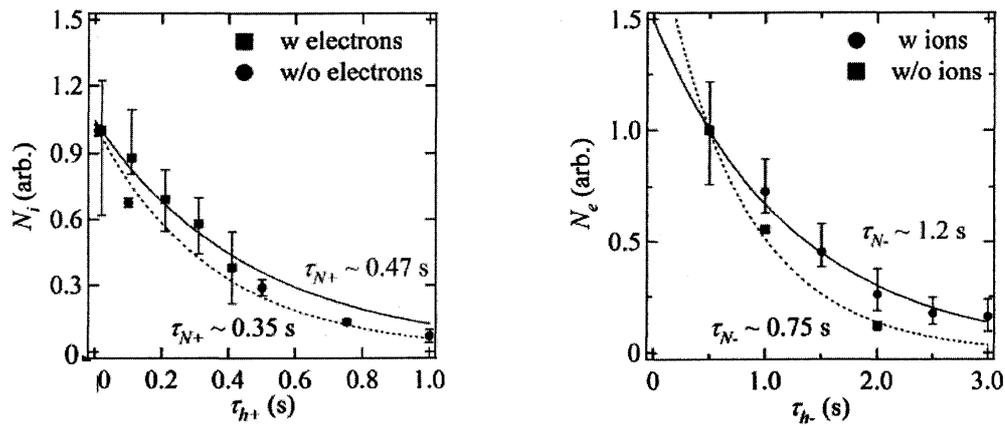


図 7: 同時閉じ込め実験における (左) イオンプラズマ, (右) 電子プラズマの粒子数の保持時間依存性.

別々の領域に同時に閉じ込めることに成功している.

- [1] 毛利明博, プラズマ・核融合学会誌 77, 213 (2001).
- [2] F. Andereg, E. M. Hollmann, and C. F. Driscoll, Phys. Rev. Lett. **81**, 4875 (1998).
- [3] D. H. E. Dubin and T. M. O'Neil, Rev. Mod. Phys. **71**, 87 (1999).
- [4] H. Alfvén, Rev. Mod. Phys. **37**, 652 (1965).
- [5] R. C. Davidson, *Physics of Nonneutral Plasmas*, Addison-Wesley (1990) Redwood City, CA.
- [6] J. H. Malmberg and J. S. deGrassie, Phys. Rev. Lett. **35**, 577 (1975).
- [7] R. H. Levy, Phys. Fluids **11**, 920 (1968).
- [8] R. J. Briggs, J. D. Daugherty and R. H. Levy, Phys. Fluids **13**, 421 (1970).
- [9] 際本泰士, 日本物理学会誌 **56**, 253 (2001).
- [10] 「巽友正: 新物理学シリーズ 21-流体力学」(培風館 1982) .
- [11] P. H. Chavanis, Phys. Rev. E **64**, 026309 (2001).
- [12] T. B. Mitchell, C. F. Driscoll and K. S. Fine, Phys. Rev. Lett. **71**, 1371 (1993).
- [13] Y. Kiwamoto, A. Mohri, K. Ito, A. Sanpei and T. Yuyama, *Non-neutral Plasma Physics III* (AIP1999) pp.99.

- [14] Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, A. Mohri, T. Yuyama and T. Michishita, *J. Phys. Soc. Jpn. (Lett.)* **68**, 3766 (1999).
- [15] C. F. Driscoll et al., *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1988*, Vol. 3 (Vienna, IAEA, 1989) p. 507.
- [16] K. S. Fine et al., *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3277 (1995).
- [17] J. C. MacWilliams, *J. Fluid Mech* **146**, 21 (1984).
- [18] G. F. Carnevale et al., *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2735 (1991).
- [19] T. Watanabe et al., *Phys. Rev. E* **57**, 1636 (1998).
- [20] Y. Kawai et al., *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 104502 (2006).
- [21] Y. Yatsuyanagi et al., *Phys. Plasmas* **10**, 3188 (2003).
- [22] L. Onsager, *Nuovo Cinmeto* **6**, 276 (1949).
- [23] G. Joyce and D. Montgomery, *J. Plasma Phys.* **10**, 107 (1973).
- [24] H. Aref, *Phys. Fluids.* **22**, 393 (1979).
- [25] R. A. Smith and T. M. O'Neil, *Phys. Fluids B* **2**, 2961 (1990).
- [26] D. Z. Jin and D. H. E. Dubin, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4434 (1998).
- [27] D. A. Schecter et al., *Phys. Fluids.* **11**, 905 (1999).
- [28] 例えば, 際本泰士京都大学数理解析研究所講究録 1608 『オイラー方程式 250 年:連続体力学におけるオイラーの遺産』(2008 年 7 月)pp.47-58. 他
- [29] 比村治彦, *電気学会論文誌 A*, **130**, No. 10, 977-982 (2010).
- [30] P. Diamond et al., *Plasma Phys. Control. Fusion*, **47** R35 (2005).
- [31] S. Bogdanov et al., *Plasma Phys. Reports*, **33** p.930 (2007)
- [32] 中島得嘉 et al. *プラズマ核融合学誌*, Vol.85, p.105 (2009)
- [33] Z. Yoshida et al., *J. Plasma Fusion Res.* **76**, No.3, 267-271 (2000).
- [34] H. Shimomura et al., *Plasma Fusion Res.* **8**, 1201003 (2013).
- [35] H. Himura et al., *Plasma Fusion Res.* **8**, 2401017 (2013).