

# 「東ロボくん，代ゼミ模試に挑戦！」 数学チームの結果について

岩根秀直

国立情報学研究所/(株)富士通研究所\*

HIDENAO IWANE

NATIONAL INSTITUTE OF INFORMATICS/FUJITSU LABORATORIES LTD

松崎拓也

国立情報学研究所†

TAKUYA MATSUZAKI

NATIONAL INSTITUTE OF INFORMATICS

穴井宏和

(株)富士通研究所/九州大学/国立情報学研究所‡

HIROKAZU ANAI

FUJITSU LABORATORIES LTD/KYUSHU UNIVERSITY/NATIONAL INSTITUTE OF INFORMATICS

新井紀子

国立情報学研究所§

NORIKO ARAI

NATIONAL INSTITUTE OF INFORMATICS

## 1 はじめに

人工頭脳プロジェクト『ロボットは東大に入れるか』(以下，東ロボ)は，国立情報学研究所の新井紀子教授を中心に，2011年に発足した。東ロボは，2016年までに大学入試センター試験で高得点をマークすること，2021年までに東京大学入試を突破することを目標としている。数学チームでは数式処理技術，特に限量記号消去法 (Quantifier Elimination: QE) と自然言語処理により，入試問題の自動求解の実現を目指している。

本年度は，これまでの研究成果をもとに，学校法人高宮学園 代々木ゼミナール (以下，代ゼミ) の模擬試験に挑戦した。本稿では，数学チームの取り組みと，代ゼミ模試の受験結果について報告する。

---

\*iwane@jp.fujitsu.com

†takuya-matsuzaki@nii.ac.jp

‡anai@jp.fujitsu.com

§arai@nii.ac.jp

## 2 QE と数学入試問題

QE は限量記号がついた一階述語論理式を入力として、それと等価で限量記号のない論理式を出力するアルゴリズムである。例えば、 $\exists x(x^2 + bx + c = 0)$  に対して QE を適用すると、それと等価で限量記号がついた変数  $x$  のない論理式  $b^2 - 4c \geq 0$  を得ることができる。一階述語論理式は、限量記号である  $\forall$  (全称記号),  $\exists$  (存在記号), 多項式の等式・不等式からなる原子論理式,  $\wedge$  (かつ)・ $\vee$  (または)・ $\neg$  (否定) などの論理演算子から成る。入試問題を一階述語論理式に帰着することができれば, QE により解答が得られることになる。数学入試問題では誤差のない計算を要求されるため数式処理を利用した解法は有効な方法だと考えられる。また, 入試問題は問題の規模が制限されており, 計算量の大きな数式処理手法にとって良い適用対象でもある。

現在は, 実閉体 (RCF) 上 QE のみを対象としており, 整数や指数関数などを扱う問題を解くことはできない。しかし, 入試問題のうち多くの問題が RCF-QE に帰着できることがわかっている。RCF 上の QE アルゴリズムと入試問題に対するアプローチの詳細は, [5] を参照されたい。

## 3 模擬試験対策

数学チームでは自動求解の最初の取り組みとして上記のように QE を用いた解法を目指している。解答システムでは, 最初に自然言語処理の技術を用いて, 問題テキストを同等な形式表現に変換する。次に得られた形式表現を QE ソルバーで実行するための形式である一階述語論理式を構築する。最後に, QE により限量記号を消去し, 答案を作成する。解答システムの詳細は [7, 6] を参照されたい。

一般に, 自然言語処理により構築された一階述語論理式は, 冗長な条件を含んでいるなど, 人が構築するよりも変数の数や条件の数が大きくなることが多い。QE は計算量が大きいアルゴリズムであるため, そのままでは問題を解くことが出来ないため, 代ゼミ模試にむけて, 専用アルゴリズム [1, 3, 4, 2] を実装し, さらに, 問題をなるべく分割して解くようにカスタマイズした。

## 4 模擬試験の結果

表 1 に東大プレの結果を掲載している。本模試については, 文系・理系共に, 3 問が RCF-QE に帰着出来る問題であった。確率や数列などの現在は対象としていない問題は白紙解答になっているが, 計算量爆発により結果が得られなかった 1 問を除いてそれぞれ 2 問ずつ完答した。特に理系の第 5 問は, 受験生の平均が 1.3 点と人にとって解きづらい問題を完答できた。

計算量爆発については, 専用アルゴリズムにより改善はみられているが, 立体幾何の問題などではまだ停止しないことが多い。そのため, QE に実行する前に, 公式などを利用して入力論理式を単純化するなどの対応が必要になると考えている。

表 1: 東大プレ模試結果

|        | 問 | 内容             | 東ロボ     | 全体   | 現役   | 高卒  |
|--------|---|----------------|---------|------|------|-----|
| 文<br>系 | 1 | 平面幾何・最大化       | 完答 20   | 9.5  | 9.6  | 9.5 |
|        | 2 | 平面幾何・不等式の証明・整数 | 計算量爆発 0 | 2.2  | 2.3  | 2.2 |
|        | 3 | 微積分            | 完答 20   | 2.9  | 2.9  | 2.7 |
|        | 4 | 確率             | 白紙 0    | 10.2 | 10.5 | 9.2 |
| 理<br>系 | 1 | 平面幾何・不等式の証明・整数 | 計算量爆発 0 | 4.8  | 4.8  | 4.9 |
|        | 2 | 数列             | 白紙 0    | 3.2  | 2.8  | 4.0 |
|        | 3 | ベクトル・三角関数・最小化  | 白紙 0    | 3.5  | 3.2  | 4.3 |
|        | 4 | 空間図形の体積        | 完答 20   | 5.2  | 4.4  | 7.1 |
|        | 5 | 2変数関数の最小化      | 完答 20   | 1.3  | 1.0  | 2.1 |
|        | 6 | 確率             | 白紙 0    | 3.7  | 3.9  | 3.4 |

## 参 考 文 献

- [1] H. Hong. Quantifier elimination for formulas constrained by quadratic equations. In *Proceedings of the 1993 international symposium on Symbolic and algebraic computation, ISSAC '93*, pp. 264–274, New York, NY, USA, 1993. ACM.
- [2] H. Iwane, H. Higuchi, and H. Anai. An effective implementation of a special quantifier elimination for a sign definite condition by logical formula simplification. In V. P. Gerdt, W. Koepf, E. W. Mayr, and E. V. Vorozhtsov eds., *CASC*, Vol. 8136 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 194–208. Springer, 2013.
- [3] R. Loos and V. Weispfenning. Applying linear quantifier elimination. *The Computer Journal*, 36(5):450–462, 1993.
- [4] V. Weispfenning. Quantifier elimination for real algebra - the quadratic case and beyond. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing*, 8:85–101, 1993.
- [5] 穴井, 横山. QE の計算アルゴリズムとその応用 – 数式処理による最適化. 東京大学出版会, Aug. 2011. in Japanese.
- [6] 岩根, 松崎, 穴井, 新井. 数式処理による入試数学問題の解法と言語処理との接合における課題. 人工知能学会全国大会, 2013.
- [7] 松崎, 岩根, 穴井, 相澤, 新井. 深い言語理解と数式処理の接合による入試数学問題解答システム. 人工知能学会全国大会, 2013.