

Moodle による e-Learning における数学ソフトウェアの活用事例について

山口東京理科大学・一般基礎 亀田 真澄 (Masumi Kameda)
Liberal Arts,
Tokyo University of Science, Yamaguchi
山口県立大学・情報化推進室 宇田川 暢 (Mitsuru Udagawa)
Office for Information Technology Application,
Yamaguchi Prefectural University

1 はじめに

本稿は、工学系大学(3学科, 1学年定員200名)の初年次教育において数学基礎教育の e-Learning を実践して, その実践による教育的成果(主体的な学び, 教育の質保証, アクティブラーニング)を紹介する。

第一著者は, 数学基礎(数学リメディアル教育, 線形代数, 微分積分学, 微分方程式)教育を永年において対面授業を実行していた。近年, インターネットの普及, コンピュータの進化, モバイル化によるタブレット PC, スマートフォンの出現, 教育向けソフトウェアの開発などが活況になり, 第二著者との協働研究を行うことになり, 以前まで実行していた対面授業に連携した e-Learning システムを構築する運びとなった。

著者達はインターネットに公開されたプラットフォーム CentOS によるサーバを立ち上げ, 社会的ネットワークサービス (Social Networking Service, SNS) 専用 Web サイトを構築し, オープンソースソフトウェアの学習支援システム (Learning Management System, LMS) である Moodle[12] を基盤にした e-Learning システムを提供した。

この e-Learning システムを提供させることで, 旧来型の対面授業を実行しつつ, それと連携した学習形態として教室外となるインターネット上において仮想学習環境を実現した。この仮想学習環境におけるオンライン教材としてオンラインテキスト (e-Text), オンラインテスト (e-Test), オンラインレポート (e-Report) を提供した。この e-Learning システムを活用することで, オンライン教材に対する成果物が作成者である学習者と評価者である教師との間でネットワーク上の共有空間が構築され, 新たな数学基礎教育におけるオンライン評価とその提供が実現できた。同様にオンライン教材に対する成果物を提供した学習者と他の学習者との間でネットワーク上の共有空間が構築され, 新たな数学基礎教育におけるピア評価とその提供が実現できた。

本稿では, 主に平成 25 年度における e-Learning システムにより得られた数学基礎教育における学習環境と学習効果を記述する。第 2 節では e-Learning システムの概要と構築について, 第 3 節では数学基礎 e-Learning システムの提供状況について, 第 4 節では数学基礎 e-Learning システムの教育的効果について, 第 5 節では数学基礎 e-Learning システムの課題と展望についてそれぞれの節において記載する。

2 e-Learning システムの概要と構築

この節では e-Learning システムの概要と構築について解説する。

著者達が平成 25 年度に構築した e-Learning システムは、そのハードウェア構成とネットワーク構築に関して次の 4 つの稼働コンセプトを持たせた。すなわちサーバが高度な数式処理を可能にさせるシステム構成とする 負荷分散，サーバをネットワークで遠隔操作可能にさせるシステム構成とする メンテナンス負荷軽減，サーバに蓄積されたデータを安全に保全させるシステム構成とする データ保全，そしてインターネット公開されたサーバに対する危険を回避させるシステム構成とする セキュリティ重視 である (図 1)。

構築した e-Learning システムは、Linux 系 CentOS (Ver.6) をプラットフォーム、Moodle (Ver.2.3) を LMS ソフトウェア、MySQL (Ver.5.1)[13] をデータベースシステムにそれぞれ採用した基本システムである。なおオープンソフトウェアを活用してより安価なシステム作りを試みた。

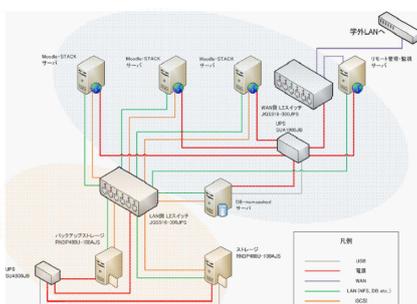


図 1: Web サイトの構築イメージ

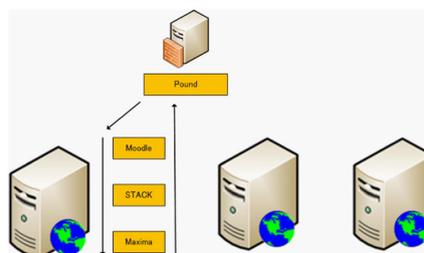


図 2: Web サイトの処理イメージ

この基本システムに対して、数学オンラインテスト評価システム STACK (Ver.3)[14]，数式処理システム Maxima (Ver.5)[11]，グラフ作成システム gnuplot[3]，組版システム AMS-LaTeX[1] を連携させた数学基礎 e-Learning システムを構築した。この数学基礎 e-Learning で高度な数式計算処理を実現するには、配信する HTML ファイルにおいて STACK, Maxima, gnuplot の各コマンドと組版システム AMS-LaTeX のコマンドを適切に混入させる必要がある。この高度な数学向け HTML ファイルにより数式・数学グラフが混在する Web ページが学習者に提供される。また学習者は JavaScript 処理可能な Web ブラウザを使用することにより、配信された高度な数学向け HTML ファイルが MathJax[10] による JavaScript 処理された後に綺麗で分かりやすい数式が表示されたり、あるいは数学グラフがインラインで Web ページに描画される。

例えば、Moodle システムにある小テスト機能 (Quiz) において高度な数式計算処理となる e-Test の採点処理は、その処理リクエストがロードバランサー機能をもつ Frontend サーバに届き、Moodle サーバが複数系統存在する中から 1 系統に割り振り、選択された Moodle サーバは正答チェックを行うために処理リクエスト (解答データ) を STACK に引き渡し、STACK は Maxima による数式処理を指示し、Maxima は数式処理結果を TeX コマンド形式で返す (図 2)。また数学グラフを提供する場合、グラフ作成のために処理リクエスト (グラフ作成コマンドデータ) を STACK, Maxima を経由して gnuplot に引き渡し、gnuplot はそのグラフ画像のデータを返す。すなわち引き渡されるデータ

は Maxima または gnuplot のコマンドであり、返されるデータは TeX コマンドまたは画像データである。

次に数学基礎 e-Learning で提供している e-Test では次の数学的特性を取り入れた。

- **動的な数学的特性**： e-Test で取り扱う問題は固定された出題だけではなく、取り扱う数値、関数をランダムに変化させた問題も提供している。例えば正則な 3 次正方行列の逆行列を求める問題において、その成分を変動させて、受験する度に求める逆行列を変化させている。
- **美的な数学的特性**： 数学基礎 e-Learning で配信させた Web ページで取り扱う数式は必ず TeX コマンドで表現している。この表現技法により数式表現が綺麗に表示させただけではなく、受講者の利用媒体 (パソコン, タブレット, スマートフォン等) に依存しないで数式が崩れることなく拡大・縮小できる表現能力を持つようできた。
- **迅速性をもつ数学的特性**： e-Test の受験終了直後に採点は自動的に実行される。これにより受験者と教員とともに即時に教育的成果物をネットワーク上で共有することになる。さらに受験者は採点後の問題を即座に振り返ることもできる。また受験間隔を 30 分に設定しているが、同等な出題内容の e-Test を複数回受験を可能にしている。
- **論理的な数学的特性**： 数学の計算問題を取り扱う上で、四則演算、括弧、関数などの取り扱い方、かつその計算上の優先度が非常に重要な数学ルールである。この数学ルールを認識することも重要であるが、数学的に表現できることも数学を正しく認識していることの一つとなる。これを実現するために数学解答をコマンドラインで答えさせている。このコマンドライン入力では半角文字の英小文字、数字、特殊記号だけを使用することで数的思考性のコミュニケーションが出来ることを示している。例えば次の Maxima コマンドの差異を確認してほしい：(1) $1/x + 2$ と $1/(x + 2)$, (2) $\sin(x)^2$ と $\sin(x^2)$, (3) $\log(\%e)$ と $\cos(\%pi)$ 。

表 1 は、この節の冒頭で示した稼働コンセプト、数学的特性を取り入れた上で、数学基礎 e-Learning で提供した e-Test の概要である。

表 1: 数学基礎 e-Learning で提供した e-Test の概要

項目	概要
問題数	各学習分野に対応した大問題を 5 題、各大問に対して小問題を 5 題程度を用意し、25 題程度の問題を 1 回の受験に対して出題する。
受験時間	1 回の受験に対して最大 60 分を費やすことが出来る。あるいは 60 分以内の強制終了が選択できる。
受験期間	各学習分野に対応して 3 週間程度の受験期間を設定している。この期間に受験評点を残す必要がある。
受験回数	受験期間内であれば、複数回の受験ができる。
受験間隔	同一の学習分野であれば、30 分間の受験間隔をおく必要がある。
自動採点	受験終了直後、専用サーバが自動的に採点作業を行う。
成果物	出題問題、解答、採点結果、フィードバックがセットになった成果物を、受験者と教育者とともにネットワーク上で閲覧、共有できる。
試験評点	同一の学習分野の複数受験の内、最高点を試験評点とする。

3 数学基礎 e-Learning システムの提供状況

この節では数学基礎 e-Learning システムの提供状況について解説する。

表2は、数学基礎 e-Learning を提供した科目とその概要である。ここで基礎数学は数学リメディアル教育であり、1年前期科目は入学直後に実施したプレースメント調査によりクラス分けを行い、1年後期科目は前期の成績でクラス分けを行った。

表2では、授業科目「基礎数学」は履修対象が1年生、開講学期が前期、単位数が2単位の必須科目、全受講者を5クラスに分割して最上位クラスを第一著者が担当して履修者が40人であることを示す。

これらの授業科目(表2)で提供した数学基礎 e-Learning の e-Test は、受講生は24時間いつでも希望する時間帯において e-Test を受験、受講生がインターネット接続された媒体機器(PC, タブレットPC, モバイル端末)を用いれば、大学内・外(含自宅)において e-Test を受験することができる。

表2: 数学基礎 e-Learning を提供した授業科目とその概要(履修者数降順)

授業科目	学年	学期	単位数	種別	クラス数	担当クラス	履修者数
機械数学1	2	前期	2	選択	1	-	40
基礎数学	1	前期	2	必須	5	最上位	40
微分積分学及び演習	1	前期	3	必須	5	下位	39
線形代数1	1	前期	2	必須	5	下位	38
線形代数2	1	後期	2	必須	4	上位	33
工学数学及び演習	1	後期	3	必須	5	下位	33

e-Test の試験概要(表1)のもと、各授業科目(表2)で提供した出題イメージを本稿の付録で紹介する(図9-14)。なお出題イメージは各授業科目における最終回の e-Test で提供された大問の中から1題を選択している。図9は基礎数学における常用対数に関する出題、図10は線形代数1における転置と行列式に関する出題、図11は線形代数2における3次行列の固有ベクトルに関する出題、図12は微分積分学及び演習における不定積分の部分積分法に関する出題、図13は工学数学及び演習における2階線形微分方程式に関する出題、図14は機械数学2における逆ラプラス変換に関する出題である。

次に数学基礎 e-Learning を実行している授業科目における Web サイトへのアクセスログについて示したのが表3である。ここで、Web サイトにアクセスする利用媒体の IP アドレスによって、グローバル IP アドレスであれば学外アクセス、その他を学内アクセス、その両方を全体アクセスとして分類する。例えば受験者が大学キャンパス内でスマートフォンの用いて専用サイトにアクセスした場合、学内無線 LAN によるアクセスであれば学内アクセス、その他のアクセスであれば学外アクセスにそれぞれ分類される。また表3より、全ての授業科目において全アクセスの50%以上が学外アクセスである。またアクセス総数は109,923件、受講者総数223人であるので、492.93件/人の平均アクセス数である。表2-3より、特に線形代数1は、最大アクセス数(25,307件)であり、かつ履修者による最大の平均アクセス数(666.97件/人)である授業科目である。また微分積分学及び演習は、最小アクセス数(12,285件)であり、かつ履修者による最小の平均アクセス数(315.00件/人)である授業科目である。

表 3: 数学基礎 e-Learning を提供した授業科目のアクセス数状況 (全体アクセス数降順)

授業科目名	学内アクセス数	学外アクセス数	全体アクセス数
線形代数 1	8,007 (32%)	17,300 (68%)	25,307 (100%)
工学数学及び演習	10,042 (48%)	10,951 (52%)	20,993 (100%)
線形代数 2	4,958 (27%)	13,317 (73%)	18,275 (100%)
機械数学 2	7,461 (45%)	9,219 (55%)	16,680 (100%)
基礎数学	4,568 (28%)	11,815 (72%)	16,383 (100%)
微分積分学及び演習	4,213 (34%)	8,072 (66%)	12,285 (100%)
合計	39,249 (36%)	70,674 (64%)	109,923 (100%)

4 数学基礎 e-Learning システムの教育的効果 - 線形代数 1 について

この節では数学基礎 e-Learning システムの教育的効果について解説する。

ここでは頁制約のため、線形代数 1(この授業科目は 1 年前期, 2 単位必須, 5 クラスの中で下位クラスを担当で履修者は 38 人, 全体アクセス数が 25,307 件, 学外アクセス 17,300 件) であり, その授業は毎週水曜日 1-2 時限において開講している授業科目について限って解説する。

表 4: 線形代数 1 における e-Test の出題内容別受験状況

回	出題内容	受験人数	のべ件数	平均件数	最高評点の平均	標準偏差	変動係数 (%)
1	行列の加法	36	113	3.14	94.61	16.15	17.07
2	行列の乗法	35	137	3.91	93.37	11.49	12.31
3	逆行列	32	177	5.53	83.22	16.76	20.14
4	行列式	32	141	4.41	80.44	23.43	29.13
5	行列式の変形	32	168	5.25	76.38	24.86	32.56

表 4 では, 第 1 回 e-Test の出題内容「行列の加法」に対して, 36 人の学生がのべ件数 113 件受験して(平均 3.14 件/人), また受験者が取得した最高評点では, 平均 94.61 点, 標準偏差 16.15 点, 変動係数 17.07 % であることが集計できたことを示す。

表 4 から, e-Test の受験者は履修者 38 人に対して(表 2), 少なくとも 84 % 以上が受験利用している。学習分野別において 3.14 ~ 5.53 件/人となる平均件数で学習しているので, 全履修者 38 人では 19.4 件/人の e-Test を学習利用している。すなわち教室内での授業開講回数(標準 15 回)以上で教室外の学習機会を利用していることになる。また学習分野別で 76.38 ~ 94.61 点/人となる最高評点の平均であり, 第 5 回 e-Test における 60% 以上の最高評点 X (標準化された確率変数 Z) を取得した確率 $P(X \geq 60) = P(Z \geq -0.6588) = 0.7422$ であることより, 約 75 % 以上の受験者が合格レベル(60 点以上)であることが推測できる。さらに後半の学習分野に移行するごとに, 受験者数は減少, 平均点は減少, 標準偏差は増加, かつ変動係数は増加となる傾向をそれぞれ示している。すなわち(一般的な概念であるが,) 授業開設期間の前半より, 後半における知識習得の方が原則的に難しいということである。

図3は、線形代数1において実施したe-Testの出題内容別最高評点分布の箱ひげ図である。第1~2回のe-Testでは、天井効果(頭打ち)の分布状態であり、特に第1回では箱(InterQuartile Range, IQR)自体が表示されていないかつひげ表示だけであることから、第1四分位点(75%)以上が満点100点を取得していることを示している。また第2~5回のe-Testの分布状況から、最高評点の中央値以下に歪んだ(下方に歪んでいる)分布であることを示している。さらに先に述べたように授業開設期間の前半より、後半における知識習得の方が原則的に難しいということである。

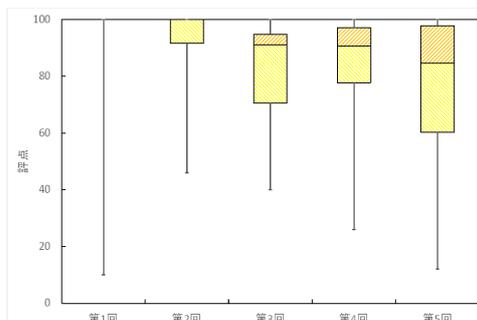


図3: 出題内容別の最高評点分布

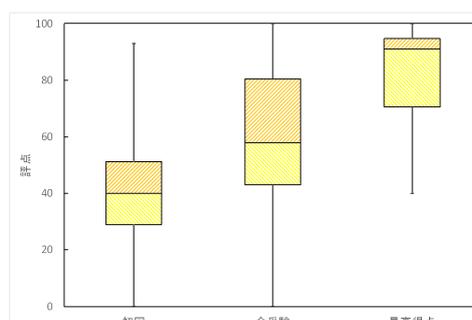


図4: 第3回の受験状況別の最高評点分布

次に線形代数1における(のべ件数が最大である)第3回e-Testにおいて詳しく比較した。図4は、受験者の初回評点、全評点、最高評点をそれぞれデータ群とする分布状況の箱ひげ図である。e-Testの概要(表1)では、受験期間の中では複数回の受験を許可している。この教育的効果を表したイメージが図4である。実際この第3回e-Testでは1回限りの受験者から最大23回の受験を行った受験者が存在している(平均5.53件/人)。また中央値と箱の位置について、初回評点分布より最高評点分布の方が明らかに高く(約2倍)なっている。すなわち(線形代数1の受験状況だけを調べただけではあるが、)数学基礎e-Learningにおけるe-Testでは、複数回受験可とする受験条件は高い効果を出す要因であると考えられる。

またe-Testは固定問題だけではなく、受験する度にランダムに数値が変更される問題が多数あり、かつ適切なフィードバックを付けられて採点されている。例えば図5-6は2次の行列式を求めているが、(2,2)成分が変動している。さらに図5は正答時、図6は誤答時(積演算子がない)のそれぞれのサンプルである。すなわち複数回受験可であるが、ランダム出題された問題に対する解答を要求している。この点において数学基礎の質保証を実証していると考えている。

【問題】2次の行列式の値を A_1 に入力せよ。 小問1 問題のテストを実行します

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x & 4 \end{vmatrix}$$

【解答】 $A_1 =$

あなたの入力した数式は次のとおりです:

$$4 - 2x$$

【問題】2次の行列式の値を A_1 に入力せよ。 小問1 問題のテストを実行します

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{vmatrix}$$

【解答】 $A_1 =$

あなたの入力した数式は次のとおりです: $3-2x$

この解答は正しく入力されていません。

*を忘れていたようです。おそらく $3-2*x$ とタイプしたと思われます。

図5: e-Testの正解時のフィードバック 図6: e-Testの誤答時のフィードバック

線形代数1のWebサイトへのアクセスした状況を、曜日別時間帯別の積み上げ面グラフで示したのが図7-8である。両グラフは、横軸が時間帯(0-23時間帯)、縦軸がアクセス数(最大値4k(=4,000)),下の面から積み上げ(土曜、金曜-日曜)で集計され、図7が全体アクセス、図8が学外アクセスである。両グラフの差分を考えれば、活動時間帯のパターンは学外と学内で明らかに異なる。またアクセスのピークが火曜22時間帯であるのは、e-Testの受験期限を火曜23:55に設定していることに起因している。普段の授業時間が水曜09:00-10:30であることと比較して、午後において第2の授業時間が学生主体的に開かれていると判断できる。またそのピークが夜間22時間帯であることを特筆したい。この点で数学基礎e-Learningにおいてインタラクティブラーニング(アクティブラーニング)の基盤を提供していると考えている。

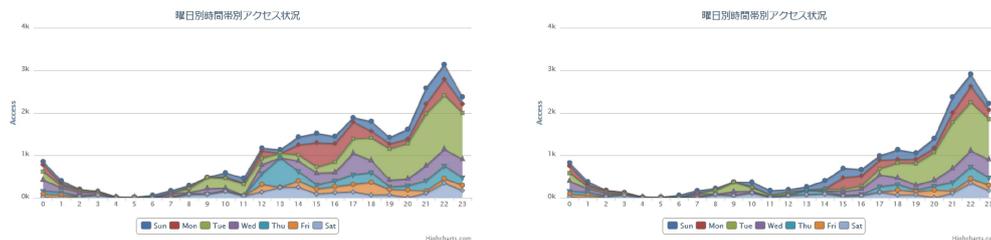


図7: 線形代数1のWebサイトへの全体アクセス状況 図8: 線形代数1のWebサイトへの学外アクセス状況

5 数学基礎 e-Learning システムの課題と展望

この節では数学基礎 e-Learning システムの課題と展望について解説する。

第1に、著者達が提供している数学基礎 e-Learning の技術的な側面は、論文 [4],[7] に記載されているように授業科目(微分積分学, 線形代数)の固有な特性に合わせてコンテンツを作成・配信している。すなわち数学基礎教育は言語, 数式などに概念が結びついている形式知の学習教育であり, その教育をオンラインで実現している状況(e-Learning of The Explicit Knowledge)であるが, 小規模な組織であるがゆえに多種多様なミス(数学上の計算ミス, システムの未熟さによる操作ミス, プログラミングミス)が生じてしまう。これらのトラブル(稼働不良など)とミス(正解ミスなど)は学習ユーザである学生達から指摘されながら改善, 修正しているのであるが, 一方でシステムに対する学生の信頼を損失を招く要因になっている。従って学習者と提供者の協力関係が存在することは好要因であるが, トラブルとミスを少しでも減らせる努力が必要であると考えている。

第2に, 学習する学生達が数学基礎 e-Learning を積極的に利用するシステムを構築することも重要である [2],[9]。すなわちゲーミフィケーションを取り入れた数学基礎 e-Learning (The Gamifications of e-Learning) であることが重要である。これは学習のモチベーションを内発的と外発的の両面から実現しなければならない。実現している内発的要因のモチベーションは, 数学上のグラフ表示を取り入れたビジュアル化されたコンテンツ配信, 即時の自動採点, 採点後の成果物の閲覧, 複数回受験などがあげられる。また外発的要因のモチベーションは, 最高評価点ランキングの即時表示, 同ヒストグラムの報告による自己評価点の状況確認などがあげられる。

第3に、学習する学生達は、単位取得に必要な自主的学修時間が通常の授業時間の2倍必要とされている。この活動を実践する場として数学基礎 e-Learning を提供しているのであるが、この活動時間を計測して可視化することことの難しさがあることを調査している [8]。必要な自主的学修時間を確実に満たす数学基礎 e-Learning を構築することが重要であると考えている。

第4に、数学基礎 e-Learning を配信している活動ログ (学習支援システムに蓄積された学習活動情報) を分析している (Learning Analytics of e-Learning)。例えば専用 Web サイトに対する曜日別時間帯別アクセス状況と e-Test の採点結果情報などの活動ログがある。この活動ログの分析結果を活用することは学習者と教員者の両方にメリットがある。例えば、e-Test の平均と標準偏差などを分析して学習者全体の到達度の把握ができ、教員に対して次年度の授業内容の改善 (問題内容の改善など) を促すことが出来る。このように現時点と次年度以降の学習活動に反映することは重要であると考えている。

さらに論文 [5],[6] では、数学基礎 e-Learning における、本稿には紹介されていない平成 24 年度の教育的効果などを紹介している。

参考文献

- [1] AMS-LaTeX : アメリカ数学会 AMS-LaTeX,
<http://www.ams.org/publications/authors/tex/amslatex> (accessed 2014.12.9)
- [2] Adrian GREEVE : Summary of gamification, 日本ムードル協会, Proceedings of Moodle Moot Japan 2014, pp. 8–11, 2014
- [3] gnuplot : gnuplot homepage, <http://www.gnuplot.info/> (accessed 2014.12.9)
- [4] 亀田真澄, 宇田川暢 : Moodle, TeX, STACK による数学の e ラーニングの取り組み, 日本ムードル協会, Proceedings of Moodle Moot Japan 2013, pp.22–27, 2013
- [5] 亀田真澄, 宇田川暢 : 大学の数学教育に対する主体的な学びとなる学修環境作り, 私立大学情報教育協会 (JUICE), 論文集 ICT 活用教育方法研究, 第 16 巻, 第 1 号, pp.36–41, 2013
- [6] 亀田真澄, 宇田川暢 : 大学教養講義である「微分積分学」の融合型授業に対応した e-Learning の実践例, 東京理科大学紀要, Vol.45, pp.203–217, 2014
- [7] 亀田真澄, 宇田川暢 : Moodle2, TeX, STACK3 による数学の e ラーニングの取り組み, 日本ムードル協会, Moodle Moot Japan 2014 講演予稿集, id:320, 2014
- [8] 亀田真澄, 宇田川暢 : 大学初年次における自動化された数学オンラインテスト等による自主的学修時間の可視化及分析について, 教育システム情報学会 (JSiSE), 第 39 回度全国大会予稿論文集, pp.229–230, 2014
- [9] 亀田真澄, 宇田川暢 : ゲーミフィケーションを採る数学 e-Learning の試みについて, 日本教育工学学会 (JSET), 第 30 回全国大会論文集, pp.277–278, 2014

- [10] MathJax : MathJax, <http://www.mathjax.org/> (accessed 2014.12.9)
- [11] Maxima : Maxima, a Computer Algebra System, <http://maxima.sourceforge.net/> (accessed 2014.12.9)
- [12] Moodle : Moodle - Open-source learning platform — Moodle.org, <http://moodle.org/> (accessed 2014.12.9)
- [13] MySQL : MySQL :: 世界でもっとも普及しているオープンソースデータベース, <http://www-jp.mysql.com/> (参照日 2014年12月9日)
- [14] 中村泰之 : 『数学 e ラーニング数式解答評価システム STACK と Moodle による理工系教育』, 東京電機大学出版, 2010

Masumi Kameda

Liberal Arts,

Tokyo University of Science, Yamaguchi

1-1-1 Daigaku-dori, Sanyo-Onoda, Yamaguchi 756-0884 JAPAN

E-mail address: kameda@ed.tus.ac.jp

Mitsuru Udagawa

Office for Information Technology Application,

Yamaguchi Prefectural University

3-2-1 Sakurabatake, Yamaguchi, Yamaguchi 753-8502 JAPAN

E-mail address: udagawa@office.yamaguchi-pu.ac.jp

A 数学基礎 e-Learning の e-Test イメージ

(再述) e-Test の試験概要 (表 1) のもと、各授業科目 (表 2) で提供した出題イメージを紹介する (図 9-14)。なお出題イメージは各授業科目における最終回の e-Test で提供された大問の中から 1 題を選択している。図 9 は基礎数学における常用対数に関する出題、図 10 は線形代数 1 における転置と行列式に関する出題、図 11 は線形代数 2 における 3 次行列の固有ベクトルに関する出題、図 12 は微分積分学及び演習における不定積分の部分積分法に関する出題、図 13 は工学数学及び演習における 2 階線形微分方程式に関する出題、図 14 は機械数学 2 における逆ラプラス変換に関する出題である。

【問】 常用対数表(クリック後に表示)を用いて、常用対数に関する問に答えよ。
【2013/07/27:18:55UP】画像.jpeg形式による常用対数表; Page01 + Page02

1. 次の常用対数を求めよ。

$$\log_{10} 8.89 = A_1$$
2. 次の常用対数を求めよ。

$$\log_{10} 14600 = A_2$$
3. 次の常用対数を満たす両数 A_3 を求めよ。

$$\log_{10} A_3 = 6.9777$$
4. 次の数値 M は、 A_4 桁の整数である。

$$M = 6^{32}$$
5. 次の数値 N は、小数第 A_5 位に、はじめで 0 でない数字が現れる。

$$N = \left(\frac{2}{3}\right)^{25}$$

図 9: 基礎数学の e-Test イメージ

1. 次の関係式が成り立つとする。このとき、 A_1, \dots, A_4 の値を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -3 & 7 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 6 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow {}^t A = A_1 \Rightarrow |{}^t A| = |A| = -68$$
2. n 次正方形行列 B は、その行列式 $|B| = -2$ とする。このとき、

$$|{}^t B| = A_2$$
3. n 次単位行列 E 、 n 次零行列 O に対して、次の式が成り立つ。

$$|E| = A_3, \quad |O| = A_4$$
4. 直交行列 C とは、次の関係式を満たすことである。

$$C^t C = {}^t C C = E \quad (E \text{ は単位行列})$$
 このとき、次の式が成り立つ。

$$|C| = \pm A_5$$

図 10: 線形代数 1 の e-Test イメージ

1. 次の 2 次正方形行列 A について答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
 - ・ 固有値 $\lambda_1 = 1$ に対する固有ベクトル $x_1 = c_1 a_1$ (c_1 は任意定数, $c_1 \neq 0$) を求めよ。

$$A x_1 = 1 x_1$$
 - ・ 固有値 $\lambda_2 = 2$ に対する固有ベクトル $x_2 = c_2 a_2$ (c_2 は任意定数, $c_2 \neq 0$) を求めよ。

$$A x_2 = 2 x_2$$
 - ・ 固有値 $\lambda_3 = 3$ に対する固有ベクトル $x_3 = c_3 a_3$ (c_3 は任意定数, $c_3 \neq 0$) を求めよ。

$$A x_3 = 3 x_3$$

図 11: 線形代数 2 の e-Test イメージ

【問0】 <部分積分法> 次の不定積分を部分積分法を用いて求めよ。
※1 積分定数は C とする。
 ※2 逆三角関数 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x, \tan^{-1} x$ は、それぞれ「asin(x)」、「acos(x)」、「atan(x)」(7文字)と入力せよ。

1.
$$\int x \cdot \ln(x) dx = A_1$$
2.
$$\int (1-x) \cdot e^{4x} dx = A_2$$
3.
$$\int \tan^{-1}(x) dx = A_3$$

図 12: 微分積分学の e-Test イメージ

1. 微分方程式について答えよ。

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + \frac{d}{dx} y(x) - 6y(x) = e^x$$
 - ・ その補助方程式の一般解 $w(x, A, B) = A_1$ を求めよ。

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + \frac{d}{dx} y(x) - 6y(x) = 0 \Rightarrow \text{一般解: } y = w(x, A, B)$$
 - ・ 非同次の微分方程式の特解 $z(x) = A_2$ を求めよ。

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + \frac{d}{dx} y(x) - 6y(x) = e^x \Rightarrow \text{特解: } y = z(x)$$
 - ・ 初めの微分方程式の一般解 $y(x, A, B) = A_3$ を求めよ。

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + \frac{d}{dx} y(x) - 6y(x) = e^x \Rightarrow \text{一般解: } y = y(x, A, B)$$

図 13: 工学数学の e-Test イメージ

【問】 次の常微分方程式 (初期条件を含む) を解く。

$$x''(t) - x'(t) - 6x(t) = 0; \quad x(0) = 1, x'(0) = -2$$

1. 常微分方程式に対してラプラス変換を作用させた代数方程式を求めよ。

$$\mathcal{L}\{x''(t) - x'(t) - 6x(t)\} = \mathcal{L}\{0\}$$
 このとき、右辺を s 及び $X(s)$ で表される。

$$\mathcal{L}\{x''(t) - x'(t) - 6x(t)\} = A_1$$
 また、左辺を s で表される。

$$\mathcal{L}\{0\} = A_2$$
 ゆえに代数方程式

$$A_1 = A_2$$

図 14: 機械数学の e-Test イメージ