数理解析研究所講究録
第 1951 巻 2015 年 136-147

GC/html5 の測定機能等を使った 関数関係の探究における意思決定

愛知教育大学大学・数学教育講座　飯島　康之 (Yasuyuki Iijima)
Department of Mathematics Education,
Aichi University of Education

1　はじめに

GC/html5(ver.3.0, 2014/8/2) では，図形に関する関数関係探究を支援する機能として，当初想定していた機能を一通り実装した．つまり, GC/Win に実装していた機能を移植し，さらに表・グラフ作成の機能を実装した．本稿の目的の一つは，それらの機能の実装についての報告である．

一方, GC/DOS, GC/Win, GC/Java, GC/html5 という一連の GC(Geometric Constructor) は，初等幾何的な意味での図形・変形を基盤とした動的幾何ソフトであると同時に，インターラクティブな教育ソフト (interactive and educational software) を目指している．今回焦点を当てている関数関係の探究に関していえば，注目している関数関係について，所与の機能を使いこなすことで正確かつ効率的にグラフ表示などの視覚化することだけを目指しているのではない．数学的探究の出発点となる問題状況に対して，作図・測定・変形や他の機能を使いながら観察，予想，検証などを行いながら数学的探究を進めていくことの支援をするためのツールである．あるいは，そのような過程を盛り込んだ授業を実施する中で，生徒の活動を実現し，その中で数学的概念・過程の必要性や有効性を実感するためのツールである．そのため，それらの機能は数学的探究の中で，どのような役割を果たすべきものとして開発したのかを，いくつかの具体例とともに示したい．

生徒を中心とするユーザーが,「数学的探究のツールとしてソフトを使っている」と感じる指標は何であろうか．本稿ではそれを「意思決定」という言葉で表現することにした．つまり，探究の過程の中で，問題点や改善の可能性を実感したとき，複数の選択肢を意識化し，その中で適切と思えるものを自ら選択する．そのような場面がどのように生まれるかという文脈の中で記述することにした．

そのような意思決定を意識化することの必要性を改めて実感したのは, ある研究授業に関する議論や試みからだが，本稿では，それを記述するための準備として，まず意思決定の選択肢の源泉やGC/html5 で実装している機能と，それらを使った数学的探究の具体例を記述し，その後にその研究授業に関する議論等について述べることにする．

2　GC/html5 の機能

関数関係を調べる上で，GC/html5 で使える機能としては次のものがある．

2.1 図形の作図と測定

点・直線・線分・半直線などの幾何的対象を作図でき，長さ・面積・角度などを測定できる．

2.2 変形

独立変数に相当する点をマウスあるいはタッチで動かし，それに伴って (従属変数としての) 図形全体がどう変化するかを観察するのが変形の基本である．タッチの場合に最大 5 つまでの点を同時に動かすことができる．シフトキー (S ボタン) を押しながら点を動かすと，最も近くにある幾何的対象に射影したり，コントロールキー (C ボタン) を押しながら変形すると，最も近くにある格子点に射影することができる．また，キーボードの矢印キーを押しながら点を動かすと，その方向に 10 ドットずつ移動することができる．

2.3 数式

測定値，数，演算 $(+, -, \times, \div,$ ^) を組み合わせた数式を計算することができる．

2.4 「動いた跡」としての「軌跡」

ある点を動かしたときに，その点や他の幾何的対象 (点など) が動いた跡を残せる．

2.5 点など幾何的対象の「記録」

(軌跡の設定がしてあれば) ある特定の条件を満たしたときなど，特定の現象が起こったときに，その対象 (点など) を記録できる．

2.6 測定値の記録

測定値を表に記録したり，その値をソートし直すことができる．また，表をグラフ化することができる．あるいは，点を連続的に変化させるときに，測定値を表に表すことなく，グラフの上での連続的に記録することができる．

2.7 「数式 $= 0$」となる条件を満たす点の集合

平面内のそれぞれの点に対して，$f(\mathrm{P})$ を計算し，$f(\mathrm{P}) > 0, f(\mathrm{P}) < 0$ を表示することによって，その境界としての $f(\mathrm{P}) = 0$ の概形をもとめることができる．

3 意思決定のための選択肢の源泉

3.1 関数的な考えでの道具 (表・式・グラフ等) の選択

本稿で考える関数関係の発見は，より広い文脈で考えると，いわゆる「関数の考え」になるが，これは，算数科の学習指導要領解説でも，「数量やその関係を言葉，数，式，図，表，グラフを用いて表し，そのように表現されたものから，さらに詳しく変化や対応の規則性の様子を読み取ることもできるようになる」と記述されているように，さまざまな道具 (表・式・グラフなど) を使って探究されるものといえる．基本的にはそのような選択肢の幅がさらに広がったものということもできるだろう．

3.2 数学的推論か実験か

作図ツールを使って数学的探究を進める場合の一つの基本的な選択肢は，ある場面において，数学的推論を進めるのか，それとも実験によって進めるのかという選択肢である．ここで想定している数学的探究では，最終的には数学的証明を目指しているので，できれば数学的推論を進めて証明に到達したいわけだが，それがうまくいかないときや，その問題の周辺にどんな問題がありそうかを調べたいときに，事実を豊富に収集するのも一つの選択肢である．

実際，何が成り立っているのかがわからない段階での観察は，予想を立てるための役割を果たすが，それが命題として明確になると役割が変わる．一つでもその命題に反する例があれば，命題が成り立たないことを示す「反例」を得ることができる．数多くの場合を調べても反例が見つからないということは，証明そのものにはならないものの妥当性を示している．多くの場合を調べることで，その妥当性を実感できたとしても，それが数学的に興味深く，証明する価値があるかどうかとか，それを証明できるかどうかはまた別の問題だ．実験結果から，それは興味深い数学的現象かどうかを見極めるたり，自分の数学的力量で処理可能かどうかを見極めることも，数学的探究の中では重要な意思決定の場面といえるだろう．

3.3 ソフトあるいは代替物の選択

当初の問題に対して，何を使って考えるかというときの一つの選択肢が GC というだけであって，それを使って考えなければならない必然性はない．紙などを使う選択肢もあれば，GC のみという選択肢もあれば，GC の映像を投影した黒板にチョークで書き込むという選択肢もある．もちろん，証明の手がかりが見つかれば数学的推論を進めていくこともできるし，GC では非力と感じたら他のソフトを使うこともできる．

3.4 GC(ソフト)のよりよい使い方

また，ソフトの使い方も一通りではない．プリミティブな使い方で解決できることもあるが，それでは問題点が生まれて，よりよい使い方が必要になることもある．特に，「原理は分かっていることを，こういう方法で処理してくれるといいのだが」とユーザーが思う場合に，それを実現する方法を提供していくことが，ツールを使いこなしていく上でも重要である．

3.5 「誤差」の存在や「観察に適した精度」の選択

(物理的な) 実測をする場合には，さまざまな意味での誤差があり，モデルとしての関数関係を考えることになる．それに対して，GC などで実現する数学的な現象の測定の場合には，実物の測定と同じ意味での誤差は存在しないが，次の二つの意味での誤差は存在する．

(1) 四捨五入による誤差
(2) データ取得やその記録において，クリックやタッチなどのユーザーの操作を行う座標が，目標としている対象からずれていることから生まれる誤差

また，ソフトの内部では，16 桁程度の浮動小数点による計算を行っているが，それをそのまま観察するのが適切というわけではない．探究に適した精度を選択することも重要になる (特に授業の中で生徒が調べるべき図を教師が作成する場合，教育的な意図をもって測定桁数の精度を設定することもある)．

3.6 独立変数 x のコントロール

x と y の関係を調べる上で，調べやすい表をつくる上では，x を一定のきまりに基づいて変化させるのが適切である．

このとき GC では，$x=$PA のような場合には，P を A を通って座標軸と平行な方向に一定の大きさごとに変化させる場合には，適切な変化をさせることが可能になる．しかし，そうでない場合には，一定の大きさごとの変化は難しい．同様に，$x=\angle$APB のような場合，x が定円上を動くような場合を除いて，一定の変化をさせるのは難しい．

これらにどう対処するかで，選択肢が生まれる．

4 具体例に則した考察

4.1 直角三角形の斜辺の長さ

問題: AB$=x$，BC$=1$，$\angle$B$=90^\circ$ の直角三角形の斜辺 CA の長さを y とするとき，x と y の関係を調べよ．

(1) 実測では，せいぜい 1mm 単位での精度での測定になる．これに対して，GC などを使う場合には，とても精度の高い測定ができる．

(2) $\triangle$ABC を作図し，点 A をマウスで動かすと，$\angle$B$=90^\circ$ を保つのは難しいし，AB の値を等間隔で変化させるのは難しい (図 1)．しかしたとえば，Ctrl キー (あるいは C ボタン) を押しながら点 A を動かすと，格子点のところのみを動くので，x の値を 1 ずつ変化させることができる (図 2)．また，表示桁数を増やせば 15 桁程度まで表示できる．

AB	0.99	1.94	2.94	3.89	4.94	5.79	6.94	7.94	8.89
BC	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
AC	1.40	2.18	3.12	4.02	5.03	5.86	7.01	8.00	8.94

図 1 マウスでの測定結果

AB	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00
BC	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
AC	1.41	2.24	3.16	4.12	5.10	6.08	7.07	8.06	9.06	10.05

図 2 キーボードでの測定結果

AB	0.0000000000	1.0000000000	2.0000000000	3.0000000000	4.0000000000
BC	1.0000000000	1.0000000000	1.0000000000	1.0000000000	1.0000000000
AC	1.0000000000	1.4142135624	2.2360679775	3.1622776602	4.1231056256

図 3 表示桁数を増やした結果

4.2 円周角の定理

問題: 点 O を中心に半径 10 の円をかき，円上に 2 点 A,B をとる．動点 P をとり，$\angle$AOB と $\angle$APB を測定し，それぞれを x, y とする．x と y の関係を調べよ．

(1) 実測では，分度器を使って測定する場合や，一定の大きさの角を紙で作って頂点を円周上に，辺が A を通るようにして頂点 P を動かしたときに，もう一つの辺がいつも B を通ることを確認する場合が考えられる．どちらにおいても，1° 以下とか，1mm 以下程度の精度で命題を確かめることができる．その精度では満足できないときに，GC などを使うことが考えられる．

(2) 点 P を動かしてみることにより，円の内部ならば $y > \frac{1}{2}x$，円の外部ならば $y < \frac{1}{2}x$ ということが観察でき，円上ならば $y = \frac{1}{2}x$ ということが推測されるのだが，マウスを自由に動かす限りでは，小数点以下 2 位まで表示すると，ぴったり $y = \frac{1}{2}x$ になる場合を観察できない．

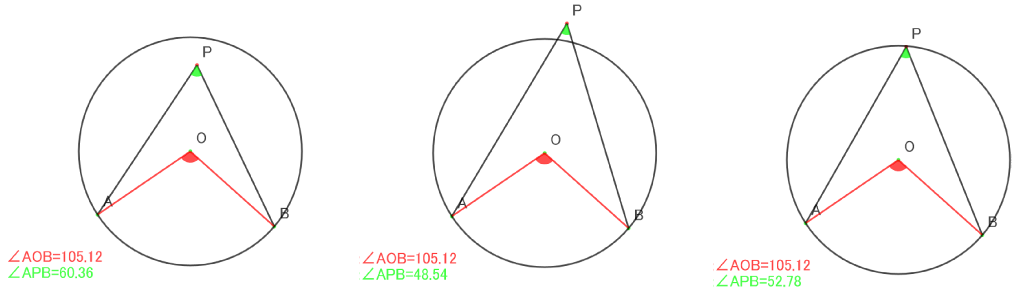

図 4 P を動かしてもなかなか $y = \frac{1}{2}x$ にならない

(3) 前の場合には，キーボード操作により一定の間隔ずつぴったり変化させることができたが，今回はうまくいかない．マウスで点を動かす場合は，せいぜい 1 ドットずつで厳密には円上にはならない．そこに原理的な問題点がある．そこで，円上に点をぴったり乗せるために，Shift キーを押しながら動かすと，図 5 のようにぴったり $y = \frac{1}{2}x$ になる場合を観察することができることもある．

(4) 「できることもある」という表現をしたのは，たとえば，点 B を動かすと，ぴったり $y = \frac{1}{2}x$ が成立することもあれば，図 6 のように，少し違う場合が現れることもあるからだ．

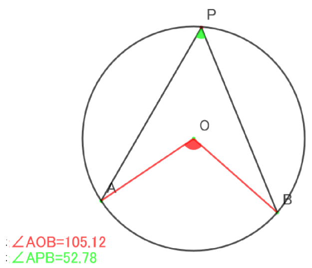

図 5 シフトキーで $y = \frac{1}{2}x$

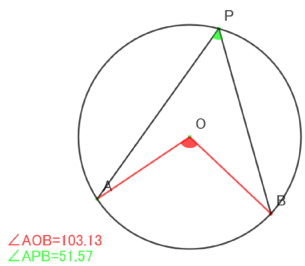

図 6 末尾の桁がおかしい

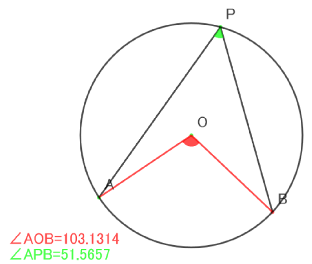

図 7 表示桁数を増やす

(5) このようなとき,「本当はどうなるべきなのか」を数学的推論で導くこともできるし，測定桁数を増やすことにより，次のような図を観察し，四捨五入によりそのような現象が生まれていることを確認するとともに，一見 $y = \frac{1}{2}x$ ぴったりになっているようにみえても，表示桁数を増やしてみると必ずしもぴったりになっているとはかぎらないことがあることも観察できる．そのような現象を理解する上でも，数学的推論が不可欠であることを実感できる．

4.3　三角形の 2 つの角の二等分線のなす角と頂角との関係

問題: △ABC の ∠B と ∠C の二等分線を引き，その交点を I とする．∠BAC を x，∠BIC を y とするとき，x と y の関係を求めよ．

(1) この問題の場合，たとえば定規・コンパスでさまざまな場合を作図・測定し，その測定結果を表にまとめて関係を考えるということは現実的ではない．そのため，通常は図形の中の関係性について推論し，二つの角の間の関係を見いだすことになる．推論ではなく，正確な測定をしようと思うと，GC などの作図ツールを使うことが必要になる．

(2) まず，x に関してどのような値について調べたいかを考える．たとえば，10 から 10 ずつ増やして 170 まで調べるとすると，デフォルトの状態 (測定値の表示が小数点以下 2 位まで) では，ぴったりの数値にするのが難しい．たとえば，50° ぴったりにしようとしても，図 8 のようになり，隣に 1 ドットずらすと 0.08° ずれたりするので，合わせるのは難しい．しかも，図 9 のようにぴったり 50° になったようにみえる場所でさえ，小数点以下 5 桁まで表示してみると図 10 のようになり，50° ぴったりになっているわけではないことがわかる．つまり，x をマウスで動かしている限り，厳密な意味ではぴったり 50° にすることはほぼ不可能なのである．

このように，任意の x の値に対して y の値を高い精度で求めることは可能だが，x の値をほしい値としてきちんとつくることは，この図のような場合には簡単なことではない．

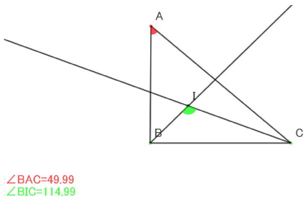

図 8 50° ぴったりは難しい

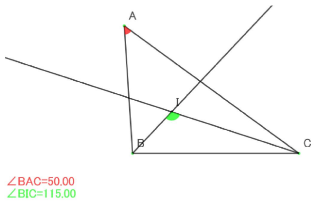

図 9 50° ぴったりにみえる

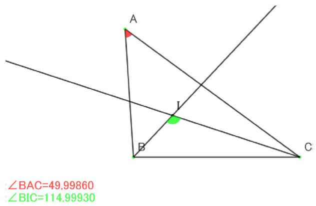

図 10 実はぴったりではない

(3) 逆に，どうせ近似値でしか求まらないということを踏まえるならば，最初から「ほぼ 50°」になる値で測定すればよいという考え方も生まれる．たとえば，整数値しか表示しないように設定すると，四捨五入した場合に 50 になる場合を求めればよいことになるので，かなり簡単に，$x = 10, 20, 30, \cdots, 170$ になる場合を調べ，次のような結果を得る．ただし，このプロセスを踏まえていれば，得られた結果は近似値であり，一定の誤差を含んでいる可能性があることをわきまえて測定値を扱うことになる．

表 1 整数の精度で 10 おきの値を測定した結果

∠BAC	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
∠BIC	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175

(4) また，上記のような調べ方をする中で，たとえば ∠BAC= 50° となるような点 A の位置は一つではないことにも気づく．つまり，∠BAC=50° であれば，A がどのような場所にあっても，∠BIC の大きさが同じ値になるのか，それとも異なる値をとるのかに注目することになる．一意的に決まる場合にのみ，x と y に関数関係があると

いえるからだ．

(5) また，$x=0,180$ の場合には，GC では $y=0$ としか表示されず，このときの値は確定するのかどうかわからない．

(6) なお，x の値としてぴったり 50° などになる方法がないかといえば，(伝統的な意味での作図の範囲は逸脱することになるだろうが) たとえば，C を B を中心に 50° 回転した像と点 A を一致させるようにすれば，作れないことはない．

(7) 逆に，頂点 A の動きを，たとえば B の上方向の格子点に制限した場合には，x の値はそれぞれ確定する．∠B=90° の場合についてのみ調べるので，P が異なれば $x=\angle\mathrm{BAC}$ も一対一に対応するが，x の間隔は変化するので，次のような結果が得られることになる．

表 2 格子点のみを動かした時の測定結果

∠BAC	40	42	45	48	51	55	59	63	68	73	79	84
∠BIC	110	111	113	114	116	118	120	122	124	127	129	132

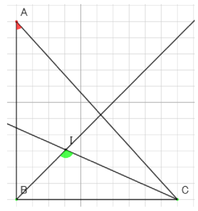

図 11 A を格子点のみを動かす

(8) 上記の測定結果では，変化の割合は一定にはならない．それは誤差によるものなのだが，それを乗り越えるための方法として，表示桁数を増やすという選択肢もあるが，図 12 のように散布図を作ってプロットし，それらをもとに，データを最も近似する直線 (あるいは極線) を観察から推測したり (図 13 のように)，Excel などを使って計算させ，それをもとに数学的推論を進めるという選択肢もある．

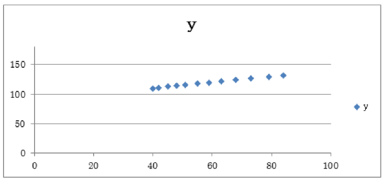

図 12 Excel で生成した散布図

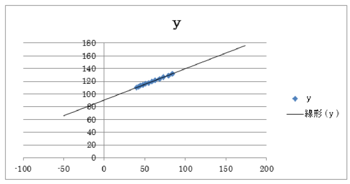

図 13 Excel で生成した近似直線

4.4 PA=2PB となる点 P の集合

問題: 定点 A,B と動点 P があり，P を動かしたときに，PA=2PB となるような点 P の集合を求めたい．

このような問題は，所与のグラフにおいてどういう関数関係が成り立っているかを調べるのとは逆で，ある関数関係が成り立つような集合を求めること，つまり陰関数のグラフを求めることに対応している．

(1) 定規・コンパスでの実測の場合，P をいろいろととってみて PA，PB を測定して比較するのは現実的ではないだろう．A を中心に半径 1cm の円と，B を中心に半径 2cm の円をかいて，その 2 つの交点が条件を満たす点として発見され，この半径を順次変化させていろいろな点をプロットするというような方法が現実的ではないだろうか．しかし，この方法も時間がかかるため，実際の高校の授業などでは式を方程式として表現し，その変形で得られた式を解釈するという流れが標準的だろう．

(2) GC での最も簡単な方法は，定点 A,B と動点 P を作図し (線分 PA，PB を追加し)，PA，PB を測定し，点 P を動かしながら PA=2PB となる場合に，その点 P の記録を残す方法である．GC にも記録を残す機能はあるが，黒板等にプロジェクタで投影し，チョークで印をつけてもよい．

(3) PA と PB の値を観察するだけでは暗算が不可欠になる．その計算を軽減したければ，少し工夫した数式が必要で，たとえば，2PB を計算し，PA と比較することや，PA/PB を計算し，その値が 2 になるかどうかを比較することや，PA−2PB を計算し，その値が 0 になるかどうかを観察することなどが選択肢になる．また，前掲の問題と同様に，測定値の精度が高すぎると PA=2PB となる点を見つけるのは困難になる．一つの選択肢は測定値の表示桁数を少なくすることであり，一つの選択肢は，PA>2PB になる領域と PA<2PB になる領域に印をつけ，その境界として PA=2PB となるはずの集合を見いだすという方法である．

(4) 上記の方法に基づき，マウス等を使って求めた集合は図 14 のようになる．

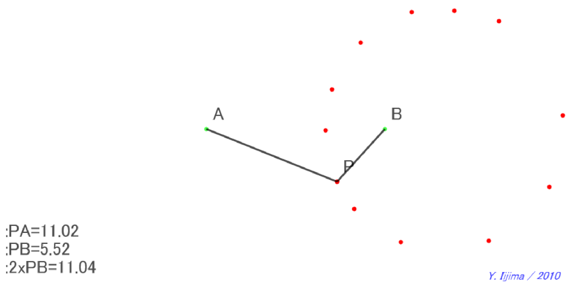

図 14 PA=2PB となる点をプロット

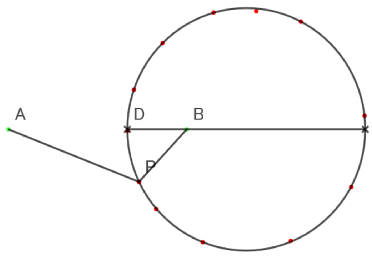

図 15 候補となる円を追加

これはどういう集合といったらいいかが問題になる．概形として「円」ということが把握できたとすると，それが「どういう円なのか」を表現することが次の課題となり，たとえば,「必ず通るはずの点」という，特殊な場合を探すことに結びつく．AB を 2 : 1 に内分する点 M と外分する点 N が見つかったとすると,「線分 MN を直径とする円」という候補を見いだすことができる．その候補が正しいかどうかを実験的に確かめるには，図 15 のように，そのような円を追加してみて，プロットした点が上にのるかどうかを確認することもできる．さらに確かめるには，円の近くでシフトキーを押しながら P を動かし，円上でいつも PA=2PB が成り立つかどうかを確認することもできる．

(5) 上記を短時間に効率的に行うには，GC の「数式 =0 」の集合を求める機能を使う方法もある．

求める条件が,「数式=0」として表現できるようにするために，たとえば「PA−2PB」という数式をつくる．GC をエキスパートモードにしておき,「測定」のメニューを選択すると，$f(\mathrm{P}) = 0$ を調べる候補として,「PA−2PB=0」がボタンとして挙げられているので，それをクリックすると，1, 2 分で図 16 が得られる．これは，P を数ドットずつ規則的に動かして画面内部をすべて調べたときに得られるものを一気に計算する機能である．画面外部の様子はわからないし，数ドットずつ動かした有限の場合についてしか調べていないが，(3) よりも多少精密で，短時間に全体像を把握することができる．

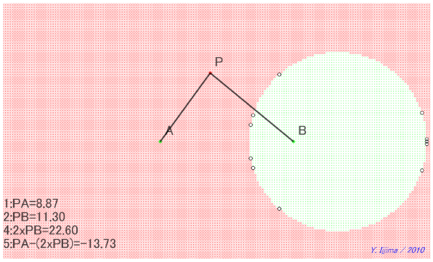

図 16 GC の数式 =0 の描画機能

(6) あるいは別の方法として，作図による軌跡として表現するという方法もある．(1) でコンパスで交点をとった作業を GC 内で作図し，半径を変化させたときの軌跡を調べるという方法である．動点 Q をとり，A を中心とし，Q を通る円を作図する．また，QA を測定し，QA/2 という数式をつくり，これを半径として，点 B を中心とする円を作る．するとこの交点 P1, P2 は PA=2PB という条件を満たす点になるので，Q を自由に動かすと，P1,P2 の軌跡として図のようなグラフを得ることもできる．

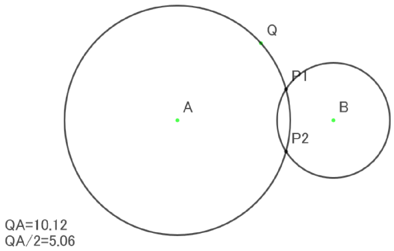

図 17 2 円の交点として P を作図

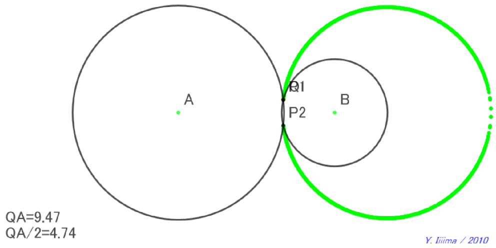

図 18 Q を動かしたときの軌跡として求める

5　ある研究授業からの考察

5.1　ある授業設計と疑問，そしてさまざまな授業設計の可能性

岡崎市立葵中学校での研究授業 (2013 年 10 月 22 日実施) の立案に関わる機会を得た．一次関数の単元の中で扱うので，測定値から関数関係を発見する数学的活動を中核にした授業を念頭におき，4.3 で示した三角形の 2 つの角の二等分線のなす角と頂角との関係を素材とした．一般の公立中学校 2 年生対象で 50 分間の授業であるため，授業者の方などと一緒に次のような流れの授業を設計した．

- 問題を提示し，GC 上で作図した図を表示してあるタブレット端末をグループに 1 台ずつ配る．
- いろいろな場合を調べ，GC が表示する二つの角の大きさを表にまとめる．
- 表から関数関係を考える．
- グラフや式に表現する．

「いろいろな場合」を調べる上で,「10° ずつ増やそう」とか,「5° ずつ増やそう」というような話し合いがグループごとにあり，グループによる違いは若干あったものの，基本的にはどのグループも同じような活動をする授業になった．

研究授業そのものはほぼねらい通りに実現することができ，グループの中での協働学習の場も生まれ，普段の授業と比較しても，十分にいい授業になった．

しかし，教材研究を深めていく中で，「この素材を生かしきれているのか」「生徒自身にさまざまな判断の場を提供するとしたら，さらに違った授業設計の可能性もあるのではないか」と感じた．

たとえば，4.3(4) に示したように，この図の場合，∠BAC=50° となるような点 A の位置は数多くある．どの位置であっても，∠BAC=50° であれば，∠BIC が一意的に決まることの認識なしに「いろいろな場合」を調べていいのかという疑問である．その一意性を生徒が意識化するような場面を盛り込むような授業設計もありうる．あるいは角の大きさに対して A が一意的に決まるような問題として提示する方法もありうる．

また，4.3(2) に示したように，この図の場合には正確に ∠BAC=50° となるように点 A を動かすことは難しい．GC のデフォルトでは測定値を小数点以下 2 位まで表示するが，ほとんどの中学生は「50.00° にしたい」と思い，マウス操作に神経を集中し，多くの時間を浪費することになる．その時間の浪費を避けるためには事前に測定値を整数部分だけを表示するように設定することができるが，整数値をそのまま正しい値と勘違いしてしまう懸念もある．そのため，逆に測定値に内在する誤差の問題を意識化させる授業設計もありうる．

つまり，GC/html5 というツールを使った数学的探究の学習過程を設計する上で，「このツールを使うと，こういう手順を踏むことで測定値から関数関係を調べることができる」というやり方を教えることでよしとするのか，それを進める上で (授業を受ける生徒達にとって) 適切な疑問が生じるような問題状況として与え，その中で選択肢を意識化して一人あるいはグループ内あるいは学級全体で比較検討しながら解決することも求めるべきなのか．そのような疑問が生まれた．

5.2　誤差に焦点を当てて設計・実施した研究授業

2014 年 9 月 6 日に，新城市立千郷中学校で，私自身が研究授業をする機会を得た．上記の問題意識に基づき，∠BAC の大きさに対して A の位置は一意的に決まる問題状況を提示し，誤差を意識化する授業を設計した．4.3(7) のように，∠B=90° で，点 A の動きは格子点上に限定するような問題状況で調べることにし，表 2 のような結果を元に関数関係を調べる授業を設計した．

「四捨五入してあるから注意してね」という指摘は与えたものの，生徒は測定値から得た変化の割合が一定しないことに戸惑った．グラフ上にプロットした点は折れ線で結んだ．「大雑把にみるとどう並んでいるかな?」「(生徒) 直線」「直線を書き込んでみようか」「この直線を式で表現するとどんな式になるかな」「この式 ($y = \dfrac{1}{2}x + 90$)」と表の数値を見て気づくことはないかな」など，かなり教師主導の流れで，測定値が整数表示なので x が奇数と偶数で繰り上がりの有無が変化してしまうことに注目して，一定の解決に到達した．現時点ではかなり教師主導で行わなければ授業としては成立しないけれども，このような目標を目指した授業の可能性を実感することができた (詳細は飯島 [5])．

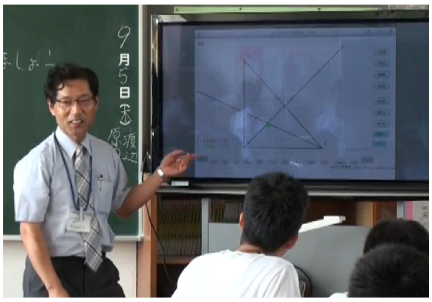

図 19 電子黒板を使った問題提示

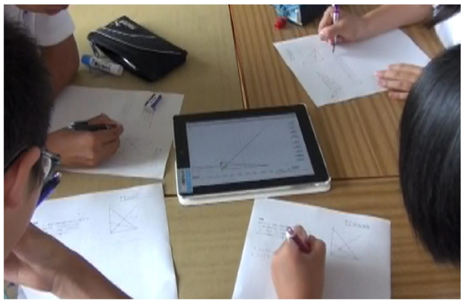

図 20 4 人で 1 台の iPad で調べる

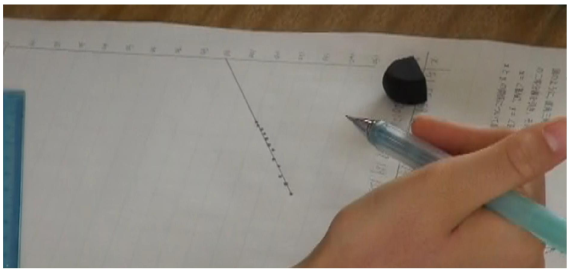

図 21 グラフ用紙にプロットし直線で近似

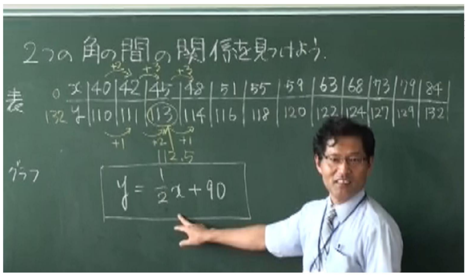

図 22 グラフから得た式について考察

5.3　インターラクティブなソフトの開発と活用

ソフトの開発やその発表においては，設計・実装した機能に焦点を当てがちである．しかし，教育での利用を想定する場合，教育目標の実現に対して効果的かどうかが基本的な評価基準になるべきだ．強力な数学ソフトが開発されたとしても,「問題文を入力して解答ボタンを押すと模範解答が表示されるので，それを答案に書き写せばいい」というようなことが教育目標になるはずはない．そのソフトが存在することで可能になった教育目標を設定し，その実現のために使うことになるはずだ．その在り方を検討する上で，OECD[6] による「キーコンピテンシー」の中の第一のカテゴリー「道具をインターラクティブに使う能力 (using tools interactively)」に関する次の記述は示唆的である．

> 「道具をインターラクティブに使うこと (using tools interactively) は，その道具に接して，それを扱う（テキストを読むとか，ソフトを使うなど）のに必要な技術的なスキルを習得すること以上のものを要求する．個人が知識やスキルを創造したり適用することも必要とする．このことは，道具自体になじむことを求めるとともに，その道具は，人が世界とインターラクトする方法をどのように変えようとしているのか，より広い目標の達成のために，どのように使うことができるかを理解することを求める．この意味において，道具 (tool) は決して受け身的な調停者 (mediator) ではなく，個人とそれを取り巻く環境とのアクティブな対話のための機器 (instrument) なのである．(p.10)」

教育用ソフトの開発や活用について今後研究を進めていく上で，この「インターラクティブ」という概念は一つの鍵になる概念であろう．本稿では，いくつかの問題に則し

て複数の選択肢を示し，それらを選択する意思決定の場面として捉えるとともに，その中から(四捨五入から生じる)誤差との関わり合いをテーマにした授業設計とその実際を報告したが，さらに「インターラクティブ」という観点から考察することを今後の課題としたい．

参考文献

[1] GC/html5
`http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/gc_html5/index.htm`

[2] 飯島康之, 作図ツール Geometric Constructor を使った探究事例と教育実践について, 京都大学数理解析研究所講究録, 1674,pp.99-111,2010.

[3] 飯島康之, 作図ツール GC/html5 ビューア版の開発と iPad を使った教育実践, 京都大学数理解析研究所講究録, 1780,pp.243-254,2012.

[4] 飯島康之, 2010 年代の日本の教育用数学ソフトに必要なこと, 京都大学数理解析研究所講究録, 1909,pp.73-83,2014.

[4] 飯島康之, GC を用いて二つの角の関数関係を発見する授業の授業研究 – 2013 年度の新城合宿での研究授業から –, イプシロン, 愛知教育大学数学教育講座, 56, pp.15-36.

[6] OECD, The definition and selection of key competencies – exective summary –, `http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf`