

## STACK 上での $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$ の利用について

呉工業高等専門学校・自然科学系分野 深澤 謙次 (Kenji Fukazawa)

Department of Natural Sciences

Kure National College of Technology

三玄舎 中原 敬広 (Takahiro Nakahara)

Sangensha LLC

名古屋大学・情報科学研究科 中村 泰之 (Yasuyuki Nakamura)

Graduate School of Information Science

Nagoya University

東邦大学・理学部 高遠 節夫 (Setsuo Takato)

Faculty of Science

Toho University

### 1 はじめに

近年、反転授業やアクティブ・ラーニングなど、学生主体型の学習形態が注目され、一斉型授業から新たな授業方法への対応が求められるようになってきており、これまで以上に学生個々の理解度に応じた、独習教育ツールが益々重要になると考えられる。そのようなツールとして、数式評価による数式の自動採点が可能な数学 e ラーニングシステムが利用できる。中でも STACK は日本語化が為されており [1], e ラーニングプラットフォームである Moodle 上で動作するようになったことで、普及することが期待される。

現状での STACK に対する不満の 1 つは、描画環境が貧弱なことである。数学の学習において、計算力の向上は重要な要素であり、STACK はこの点に関して有用なツールであると考えられるが、数学の学習ツールに求められる機能は計算力の養成だけではなく、数学概念の理解を促すことも重要な要素であると思われる。その際、直感的に理解することができる適切な図を表示させることは、なくてはならない重要な機能であると考えている。このような視点で見たとき、描画環境が貧弱なことは STACK の大きな弱点であると思われる。

一方、教育、特に数学教育では正確で綺麗な挿図が必要であり、それを実現しているものの一つに印刷教材作成ツールである  $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$  がある [2]。  $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$  を使うと  $\text{L}_\text{A}\text{T}_\text{E}\text{X}$  文書中に正確で綺麗な図を入れた印刷教材を作成することができる。  $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$  は数式処理システム上で動作するパッケージから成り、作図の自由度が高く、数学の教材作成に必要なと思われるほとんどすべての図を作成することができるソフトウェアである。  $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$  を用いて適切な印刷教材を作成することによる教育効果についての報告も為されている。そこで、STACK 上での描画環境を補うために  $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$  を利用することが考えられる。本論文では、STACK 上で  $\text{K}_\text{E}\text{T}_{\text{p}}\text{ic}$  を利用する試みについて報告する。

## 2 STACK と $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$

### 2.1 STACK とは?

数学 e ラーニングシステム STACK(System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel) とは数学のためのオンラインテストシステムであり, 数式を含む解答の正誤評価を行うことのできる Computer Aided Assessment(CAA) システムの 1 つである. STACK では, 回答として数式を入力させ, 数式処理システム (CAS) を利用してその正誤評価を行うことができる. 教師は学生の解答記録を見て, 学生が間違えやすい誤答パターンや誤答の原因を調べ, 学生に提示する問題を適切に選択するために利用することができる. STACK を利用することで, 学力に応じた問題の提示を行えることが期待され, 数学の計算力の効果的な育成につながると予想される.

STACK が利用する CAS は, フリーソフトウェアの CAS として広く利用されている Maxima である. STACK 2.0 から, オープンソースの e ラーニングプラットフォームである Moodle 上で動作するようになっている.

### 2.2 $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$ とは?

数学や物理学の研究者や教育者の中には, 論文の作成に  $\text{L}\text{A}\text{T}\text{E}\text{X}$  を用いる者が多くいるが,  $\text{T}\text{E}\text{X}$  文書にきれいで正確な図を挿入するためのツールとして開発されたものの 1 つに  $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$  がある.  $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$  は数学の配布用印刷教材の作成のために開発が始められ, 数式処理システム (以下, CAS) 上で動作するパッケージとして提供されている. 現在の開発は主に Cinderella 上で行われている [3].

$\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$  では  $\text{T}\text{E}\text{X}$  文書用の挿図を作成するために,  $\text{T}\text{pic}$ (または  $\text{pict2e}$ ) を利用する.  $\text{T}\text{pic}$  とは  $\text{T}\text{E}\text{X}$  用に開発された図形プリプロセッサ及びそれが出力する special コマンドセットの名称である.  $\text{T}\text{pic}$  を用いて  $\text{T}\text{E}\text{X}$  文書に図を挿入するには, 図を描くための一連の  $\text{T}\text{pic}$  のコマンドの並びをファイルに書き込み, そのファイルを  $\backslash\text{input}$  文を用いて  $\text{T}\text{E}\text{X}$  のマスターソースファイルに読み込めばよい.  $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$  はこの  $\text{T}\text{pic}$  のソースファイルを作成するための CAS 上で動作するプログラム群として実装されている.  $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$  を用いることで, ユーザーは  $\text{T}\text{pic}$  のコマンドを知らなくても  $\text{T}\text{pic}$  を利用した図が作成でき, この結果として,  $\text{K}\text{E}\text{T}\text{pic}$  には以下のような特徴が得られている.

- $\text{T}\text{E}\text{X}$  との親和性が良い (図の中に本文と同じ書体で数式が書ける).
- 形と大きさに関して正確な図が描ける.
- 図の中に様々な装飾が付けられる.
- 豊かな表現力を持ったモノクロ線画が描ける.
- 修正が容易である.

K<sub>E</sub>Tpic を用いて挿図を作成する手順を模式的に図示すると、図 1. のようになる。ユーザーは CAS 上で K<sub>E</sub>Tpic のコマンドを使って図を描くための一連のコマンドの並びを書き、 Tpic ファイルを作成する。このファイルを L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X ソースファイルに読み込みコンパイルすると、挿図入りの dvi ファイルが得られる。図を修正したい場合は、CAS 上に戻り K<sub>E</sub>Tpic のコマンドを修正後、同じことを繰り返せばよい。コマンドリファレンスなどは以下のサイトから自由にダウンロードできる。

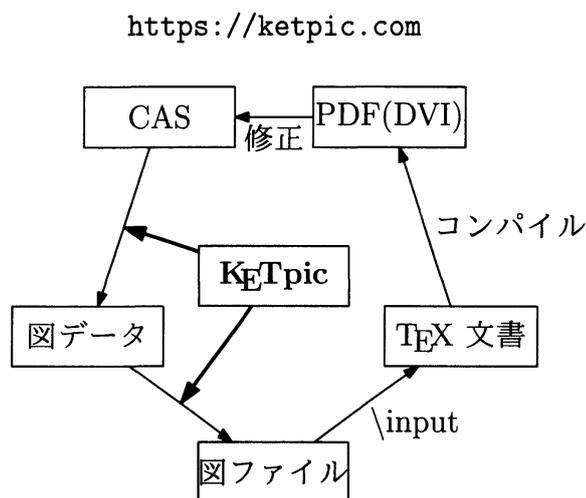


図 1. K<sub>E</sub>Tpic による作図手順

K<sub>E</sub>Tpic では図の中に様々な装飾を付けるために曲線の交点などの補助データを内部で計算している。例えば、曲線で囲まれた領域にハッチングを付けるためにはそれらの曲線と直線との交点の座標を求めなければならない。そのために K<sub>E</sub>Tpic ではこれらの曲線の基本データ（プロットデータ）を作成し、基本データを基にして交点を見つけている。以上をまとめると以下のようなになる。

- (a) 基本データ（プロットデータ）を作成する
- (b) 基本データを基に交点などの補助データを計算する
- (c) 補助データを基にハッチングなどの 2 次データを作成する
- (d) 以上のデータを基に、図の tpic (or pict2e) ファイルを作成する
- (e) アクセサリなどを追加する

### 3 STACK 上からの Maxima の呼び出し

#### 3.1 Maxima 上での自作関数の STACK 上での実行

この小節では、Maxima 上で自作した関数を STACK 上で実行させるための手続きについて、説明する。ここでは、K<sub>E</sub>Tpic を用いて関数のグラフを作成し、STACK 上で表示する関数 *ketplot* を例として考える。関数 *ketplot* の概要は以下のようなになる。

- (a) 引数チェック, ファイル名を乱数で決める
- (b) 適切なスケールを決め, 関数のグラフの plotting data を作成する
- (c) 図形ファイルへの書き込み
- (d) L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X マスターファイルの作成
- (e) マスターファイルのコンパイル, pdf ファイルへの変換
- (f) pdf ファイルを指定されたディレクトリにコピー

Maxima 上で自作した関数 *ketplot* を STACK 上で実行させるための STACK 上での準備は以下のようなになる.

- (1) Maxima 上で自作した関数の定義ファイルを作成する (*ketplot.mac* とする).
- (2) サーバー上の STACK システムファイルが置いてあるディレクトリの中にあるファイル

```
(Moodle Top directory)/question/type/stack/stack/  
cas/casstring.class.php
```

の中で定義されている変数 *distrib* と *studentallow* に作成した関数名 *ketplot* を追加する.

(例)

*distrib* 変数の最後に '*ketplot*' を付け加える.

```
'var_weibull') ⇒ 'var_weibull', 'ketplot')
```

*studentallow* 変数の最後に '*ketplot*' を付け加える.

```
'ylabel') ⇒ 'ylabel', 'ketplot')
```

- (3) サーバー上の STACK システムファイルが置いてあるディレクトリの中にあるファイル

```
(Moodle Top directory)/question/type/stack/stack/  
maxima/stackmaxima.mac
```

の最後に

```
KET_DIR: "/var/www/moodledata/stack/"$  
load(concat(KET_DIR, "ketpic.mac"))$  
load(concat(KET_DIR, "ketplot.mac"))$
```

を追加する．ここで，KET\_DIR は STACK から読み込めるディレクトリであれば，どこでも構わない．また，ketpic.mac は Maxima 用の KETpic ファイルである．

- (4) サーバー上の STACK のデータディレクトリの中のディレクトリ ((3) で設定したディレクトリ KET\_DIR)

(Moodle Data directory)/stack/

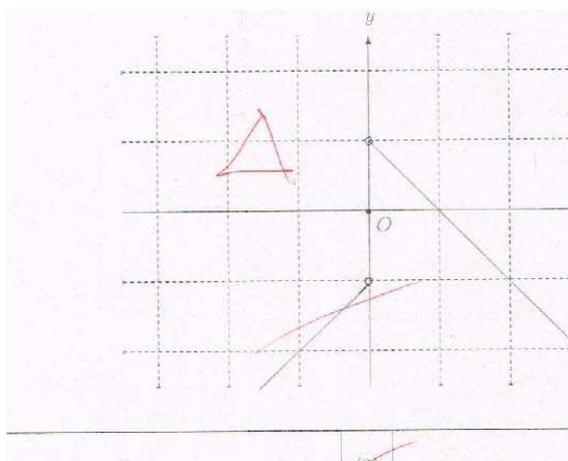
にファイル ketpic.mac , ketplot.mac をコピーする．

以上で，自作関数 ketplot を STACK 上で実行させるための STACK 上での設定は終わりである．

## 4 STACK 上での KETpic の利用例

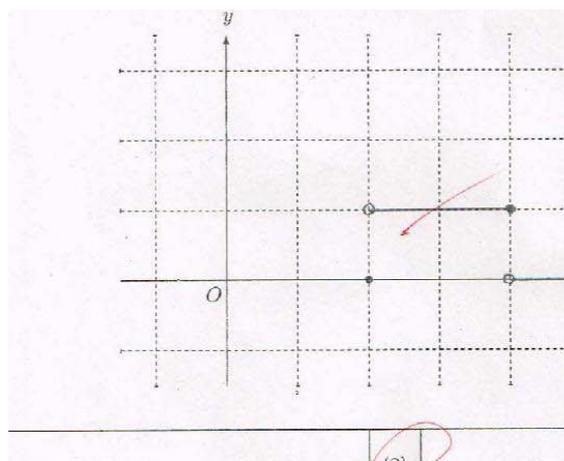
### 4.1 関数のグラフの描画教材

学生は教師が思っているほど関数のグラフを正しく描くことができない．以下の図は実際に学生（機械工学科4年生）に描かせた関数の間違ったグラフの例である．特別複雑な関数ではないが，このような関数のグラフでさえ，正しく描くことができない学生のために，関数のグラフを描かせる教材が必要であると思われる．



$$f(t) = \begin{cases} -t - 1 & (t < 0) \\ 0 & (t = 0) \\ -t + 1 & (t > 0) \end{cases}$$

図 2. 学生の描いた関数のグラフ例 1



$$f(t) = \begin{cases} 0 & (0 < t \leq 2, 4 < t) \\ 2 & (2 < t \leq 4) \end{cases}$$

図 3. 学生の描いた関数のグラフ例 2

関数のグラフを描けるようにするためには，手を動かしてグラフを描かせるのが一番であると考え，以下のような教材を考える．

- (a) グラフを描かせるための印刷教材を作成 (KETpic の利用) する
- (b) STACK 上で表示し, ダウンロード・印刷する
- (c) 学生はグラフを描いて教師に提出する

ここで考えた関数のグラフを描かせる教材は STACK で自動的に採点することができず, 教師が自分で採点しなければならない点が不満な点であるが, この教材の場合はやむを得ないと考えている.

## 4.2 因数分解の図解教材

2次式の因数分解の方法として, たすき掛けの説明をされることが多いが, ここでは因数分解の図による解説を考える.

以下では,  $3x^2 + 10x + 8$  の因数分解を例として説明する.

- (1)  $x^2$  の係数を素因数分解する

$$3 \longrightarrow 1 \times 3$$

- (2) 1本の斜め右上の直線と3本の斜め右下の直線を引く.

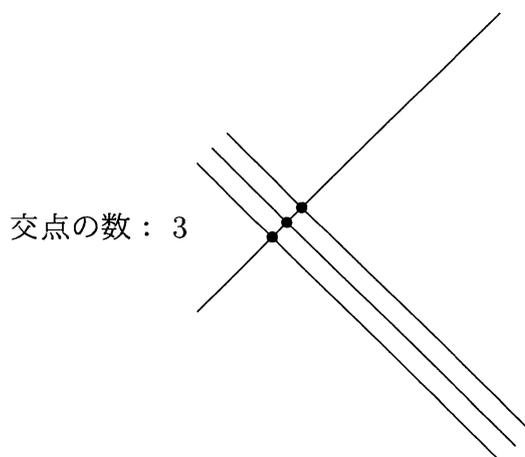


図 4. 因数分解の解説図 1

- (3) 定数項を素因数分解する.

$$8 \longrightarrow 1 \times 8 \quad \text{or} \quad 2 \times 4$$

- (4) 2本と4本の斜め右上の直線および斜め右下の直線を引く (組み合わせは4通り).
- (5) 図 5. の楕円部分の交点の数の和が 10 になるような組み合わせを選ぶ.

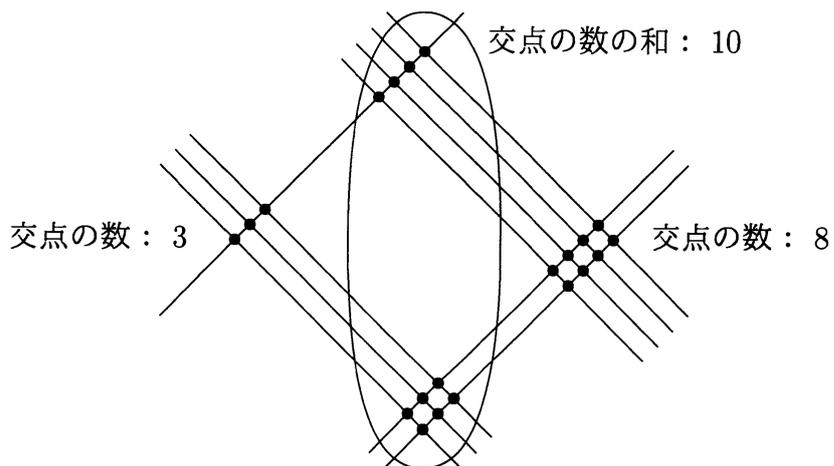


図 5. 因数分解の解説図 2

(6) 4つの直線の組それぞれの直線の数を数える。

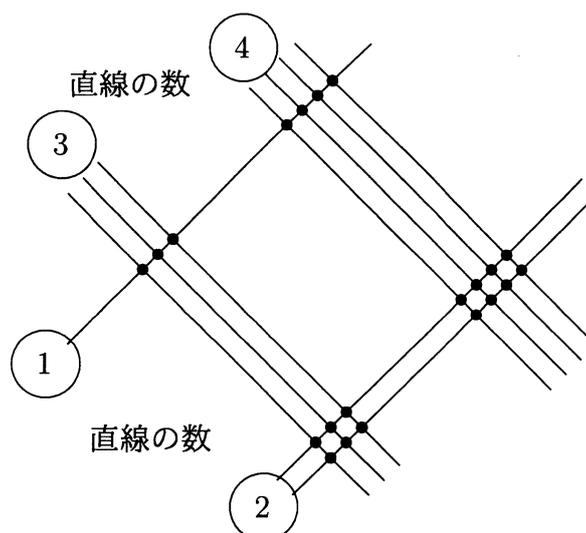


図 6. 因数分解の解説図 3

2つの平行な直線の組の直線の数が因数の係数を与えることから、2つの因数が決まる。



(7) 最終的に因数分解は

$$3x^2 + 10x + 8 = (x + 2)(3x + 4)$$

と求まる。

言葉で説明すると煩雑なように思われるかも知れないが、1度慣れれば線を何本か引くだけで因数分解できるので、わかりやすいと思われる。また、慣れれば図を頭の中で思い浮かべることも難しくない。数学が苦手な学生には、1つの説明だけではなく、このような図解による説明など、いろいろな説明を提示することが大切であると考えている。

## 5 まとめと考察

本論文では、 $\text{KETpic}$  を利用して STACK 上での数学教育に有用と思われる図を表示することを試み、その方法について報告した。その結果、基本的には Maxima 版  $\text{KETpic}$  で描ける図は STACK 上で表示させられることがわかったが、STACK 上で利用する上での問題点も明らかになった。

STACK は学習者と対話的に応答を繰り返すシステムなので、限られた時間内に結果を返すことが求められる。必要な図を描画する場合も同様であり、限られた時間内に図を描画しなければならないが、 $\text{KETpic}$  を用いる場合、これが大きな障害になる。

$\text{KETpic}$  は基本的に  $\text{LATEX}$  文書中に正確できれいな図を挿入することを想定しているので、次の3つのステップを踏まなければならない。

- (1) 作図ファイルの作成
- (2)  $\text{LATEX}$  マスターファイルの作成
- (3) pdf ファイルの作成 ( $\text{LATEX}$  マスターファイルのコンパイル)

ステップ (1) や (2) をどんなに短時間で処理するようにしたとしても、 $\text{KETpic}$  が  $\text{LATEX}$  を利用している以上、ステップ (3) の処理は欠かせず、簡単な図を描画し表示する場合でも、限られた時間内に図を描画することには無理がある。したがって、現実的な対応策は  $\text{LATEX}$  を利用することを止め、ブラウザ上で直接図を表示する方法を考えることである。

HTML5 で用意されているグラフィック機能として `svg` や `canvas` があるが、これらや `KETCindy` などを利用して図を描画することが今後の検討課題である。

## 参考文献

- [1] STACK, <http://stack.bham.ac.uk/>.  
jaSTACK, <http://ja-stack.org/>.
- [2] CAS $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  応用研究会 (編), 「 $\text{KETpic}$  で楽々 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  グラフ」, イーテキスト研究所, 2011.
- [3] `KETCindy`, <https://sites.google.com/site/ketcindy/home>.