

侵入経路を考慮した警備ゲーム

防衛大学校 宝崎 隆祐

Ryusuke Hohzaki

Department of Computer Science,

National Defense Academy

防衛省 酒井 吟次郎

Ginjiro Sakai

Ministry of Defense

1 はじめに

近年におけるテロ事案の全世界的な発生を契機に、テロ対策や警備問題に対するオペレーションズ・リサーチ (OR) 応用が盛んになっている [1]. 特に、2001 年 9.11 の事案から 2015 年 11.13 のフランスにおける同時多発テロ事件に至る一連のテロ活動によって、9.11 後にとられた米国の Homeland Security に関する政策は、今や多くの先進国の取る施策と同じベクトルを持っていると言って良い [2]. 各種施設における日常的な警備は、知能犯的で大きな情報網をもつテロ犯の犯行に弱点をもつことが近年問題となり、それに関する問題意識が学界にも広がっている. この問題に対する OR 分野での一提案が、Pita ら [3] によるロサンゼルス国際空港の警備システムに対するゲーム理論の応用事例である. このようなシリアスな問題の解決に関するゲーム理論の具体的な寄与は、次のようなものである. 公的な場での警備形態は第 3 者に観測され易いから、テロ犯による警備情報の獲得を前提にして警備を敷く必要がある. このような情報の獲得を明示的に含み、かつ参加者の時系列な意思決定を考慮した上で合理的な行動を議論することは、ゲーム理論の得意とするところである. その際、警備側と対抗する側の意図も明確にできる. 警備問題における具体的な情報獲得と意思決定の手順は、警備側による警備体制がまず敷かれ、その一部情報を得た侵入者による侵入行動が次に続くというものである. このような状況をモデル化する際によく用いられるのが、先手・後手のあるシュタッケルベルグ・ゲームのモデルである. このゲームを解く過程で、侵入者側の様々な行動代替案の中で、合理的な選択肢や、逆に実行可能性をもたない選択肢等が明確になる.

以上のような警備ゲームの中には、問題の空間をネットワークとして表現するモデルがある. 一般にネットワーク上で何からのエンティティの阻止を議論する問題はネットワーク阻止ゲームと呼ばれ、警備問題も含め様々なモデルがある [4]. ネットワーク表現を使うことにより、地理空間や時間空間を具体的に表現でき、またそれらの現実的な制約を議論できる. この報告では、警備空間をネットワークで表現し、具体的な侵入経路や警備配置を考慮した警備ゲームを考える.

さて、以下で議論する警備問題は、施設に侵入しようとする侵入者と効果的に施設を防護したい警備側との間でプレイされるゲームである. 次節でこの問題の前提を記述し、評価尺度としての支払を定義して、問題を 2 人ゼロ和のシュタッケルベルグ・ゲームでモデル化する. その後、ゲームの均衡解を導出する.

2 警備ゲームの基本モデル

ネットワークで表現された施設内空間内へ侵入しようとする侵入者と、それに対峙する警備側との間の次のようなシュタッケルベルグ警備ゲームを考える。侵入者には幾つかのタイプがあり、また警備側も複数の警備体制をもつ。

- (A1) 警備空間を、ノード集合 N とアーク集合 A から成るネットワーク $G(N, A)$ で表す。このゲームのプレイヤーは侵入者及び警備側である。
- (A2) 侵入者には幾つかのタイプがあり、そのタイプ集合を H とする。タイプ $h \in H$ の侵入者は、その侵入ノードから初期の手勢 R_0^h をもって侵入し、その目的ノードへ進もうとする。この侵入者の戦略は、侵入ノードから目的ノードに至る閉路の無い侵入経路全体 Ω^h から 1 本のパスを選択し、侵入することである。タイプ h の侵入者は、侵入途中の各アーク e を通過した直後、1 人あたり物的・人的被害 d_e^h を施設側に与える。
- (A3) 警備側は幾つかの警備体制をもつ。この警備体制の集合を S で表す。警備体制 $s \in S$ では、警備人数 B_0^s がアーク上に配備され、侵入者の阻止に使われる。警備体制 s の警備側の戦略は、総員 B_0^s のアークへの配備計画である。また、 $s \in S$ 警備体制をとる確率（あるいは頻度） $g(s)$ を決める。ただし、警備体制には負担の大きい・小さいがあるため、その使用頻度には $g(s) \leq U(s)$ の制約があるとする。
- 警備側は、これまでの発生事案データから、侵入者タイプに関する発生確率分布 $\{f(h), h \in H\}$ を推測できる。 $f(h)$ は、一回の侵入事案において侵入者のタイプが h である確率である。
- (A4) アーク $e \in A$ 上において、そこに侵入した x 人の侵入者と配備された y 人の警備員との衝突の結果、侵入者の残存人数は、侵入者のタイプ h 及び警備体制 s に依存した次式で与えられる。

$$\max\{0, x - \gamma_e^{hs} y\} \quad (1)$$

係数 γ_e^{hs} はアーク e における侵入者に対する警備側の相対的な強さを表し、攻撃力交換比と呼ばれる。

- (A5) 侵入者側は、事前の観測から、警備体制 $s \in S$ におけるアークへの警備員配置とこの体制をとる確率 $g(s)$ を知っているが、現に侵入を行おうとする時点での警備体制については確信を持ってないとする。
- (A6) 支払は侵入者が施設側に与える被害量であり、侵入者はこれを大きくしようとし、警備側は小さくしようとする。

前提 (A2) における侵入者による被害には、侵入者のタイプに依存する状況を適切に設定しなければならぬ。例えば空港における密輸者は、空港出口という目的ノードにたどり着いてはじめて利益を確実なものにできるから、脱出するまでは何の被害も引き起こさない。このとき、一方の警備側は密輸行為を阻止できなかったことによる損失を被ることになる。侵入者がテロリストであれば、空港での事件・犯罪を企て、最終目的場所がどこであろうとその場所への移動中にも様々

な人的・物的被害を与えるかも知れない。ここでは、このような被害は侵入者側及び警備側にとっての相反する値として、支払をゼロ和で取り扱う。前提 (A3) における警備体制には、予想される危機から幾つかのレベルがあると考えられ、体制ごとに準備される装備品や警備員の質や量といった警備資源の特徴は異なると考えてよい。また、前提 (A4) の (1) 式は、侵入者側の損耗が配備警備員数に比例し、それが侵入者数を超える場合には全滅となることを意味する。以降、この問題をシュタッケルベルグ・ゲームとして定式化し、その均衡解を導く。

3 基本モデルの定式化と修正モデル

まず、プレイヤーの戦略を定義する。前提 (A2) にあるとおり、タイプ $h \in \mathbf{H}$ 侵入者の純粋戦略は、1本のパス $l \in \Omega^h$ を選択することであるが、その混合戦略をパス l を確率 $\pi_h(l)$ で採用する $\pi_h = \{\pi_h(l), l \in \Omega^h\}$ で表す。その実行可能性条件は、次式で与えられる。

$$\sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) = 1, \pi_h(l) \geq 0, l \in \Omega^h \quad (2)$$

また、すべてのタイプの侵入者の混合戦略を $\pi \equiv \{\pi_h, h \in \mathbf{H}\}$ で表す。警備側のタイプ $s \in \mathbf{S}$ 警備体制の純粋戦略を、各アークへの警備員配備計画 $\mathbf{y}^s = \{y_e^s, e \in \mathbf{A}\}$ とする。 y_e^s は、アーク e への配備人数である。さらにその混合戦略として、 s タイプ警備体制をとる確率 $g(s)$ を用いる。それぞれの実行可能性条件は、

$$\sum_{e \in \mathbf{A}} y_e^s \leq B_0^s, y_e^s \geq 0, e \in \mathbf{A}, \quad (3)$$

$$\sum_{s \in \mathbf{S}} g(s) = 1, 0 \leq g(s) \leq U(s), s \in \mathbf{S} \quad (4)$$

である。以上の戦略表現を用いて、支払としての施設側への被害総量を求める。

体制 s の警備側配備計画 \mathbf{y}^s に対し、タイプ h の侵入者がパス $l \in \Omega^h$ 上のあるアーク e を通過直後の残存数は、(1) 式から次式で与えられる。

$$\max \left\{ 0, R_0^h - \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} y_{e'}^s \right\}, e \in E_l$$

ただし、 E_l はパス l のアーク集合であり、 E_l^c はパス l 上での出発ノードからアーク e までのアーク集合である。上式に被害率 d_e^h を掛けて総和をとった次式が、タイプ h 侵入者側の純粋戦略 $l \in \Omega^h$ と体制 s の警備側純粋戦略 \mathbf{y}^s による被害総量となる。

$$R_{hs}^1(l, \mathbf{y}^s) = \sum_{e \in E_l} d_e^h \max \left\{ 0, R_0^h - \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} y_{e'}^s \right\} \quad (5)$$

したがって、警備体制の混合戦略 $g = \{g(s), s \in \mathbf{S}\}$ による期待支払、さらにはタイプ h の侵入者の混合戦略 π_h による期待支払は、次式で与えられる。

$$R_h^1(l, (g, \mathbf{y})) = \sum_{s \in \mathbf{S}} g(s) R_{hs}^1(l, \mathbf{y}^s)$$

$$R_h^1(\pi_h, (g, \mathbf{y})) = \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) R_h^1(l, (g, \mathbf{y})) = \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) \sum_{s \in \mathbf{S}} g(s) \sum_{e \in E_l} d_e^h \max \left\{ 0, R_0^h - \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} y_{e'}^s \right\}$$

かくして、タイプ h 侵入者の最大化したい支払は $R_h^1(\pi_h, (g, \mathbf{y}))$ であり、警備側戦略 (g, \mathbf{y}) を承知の上でこの値を最大化する π_h を侵入者はとる。次に、各侵入者タイプのこの最適反応性を予想し、その最大値 $\max_{\pi_h} R_h^1(\pi_h, (g, \mathbf{y}))$ の分布 $f(h)$ に基づいた期待値を最小化する戦略 (g, \mathbf{y}) を警備側はとることになる。以上のような各プレイヤーによる意思決定の手順は、結局次式で与えられる期待支払に関するミニマックス最適化を行うことと同じである。

$$R^1(\pi, (g, \mathbf{y})) = \sum_{h \in H} f(h) \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) \sum_{s \in S} g(s) \sum_{e \in E_l} d_e^h \max \left\{ 0, R_0^h - \sum_{e' \in E_l^e} \gamma_{e'}^{hs} y_{e'}^s \right\} \quad (6)$$

この支払をもつモデルを基本モデルと呼び、現実性の観点からその妥当性を考えてみよう。式 (5) からは、侵入者は自己勢力の生き残りを最優先とする。そうでなければ施設に対する被害も生じないからである。残念ながら、実際の侵入事案では（特にテロ事案では）、侵入失敗により (5) 式の $\{ \}$ 内第 2 項の式

$$R_0^h - \sum_{e' \in E_l^e} \gamma_{e'}^{hs} y_{e'}^s, \quad e \in E_l \quad (7)$$

が負となる（負の残存数と呼ぶ）場合であっても、その値をできるだけ小さくする行動をし、小さな突破の可能性に賭けることをしばしば目にする。ところが、(5) 式の評価尺度ではそのような強い侵入動機は考慮できない。このような侵入動機を加味するには、残存数に負を許し、(7) 式をそのまま支払関数に使用すればよい。しかし、この修正には、警備側戦略の現実性とは次のような齟齬をもつ。すなわち、負の残存数に対し同じ被害率 d_e^h を使うと、侵入者に対しほぼ完全に対処可能な配備となっている侵入ルートにも更に警備員を配置し、被害量の更なる減少を目指す警備配備の解が導出される可能性がある。現実的な警備では、侵入者に対し負の残存数の期待できる侵入ルートへの配備はほどほどにし、残りの警備員を正の残存数が予想される危険な侵入ルートへ配備して、警備資源の有効活用を図ることが妥当であろう。以上の現実的警備を考慮するには、侵入者残存数の正・負に合わせ被害率を変化させれば良い。すなわち、負の残存数には、正である場合の被害率 d_e^h より小さな値となる \underline{d}_e^h を使用するのである。以下では、上記の修正点を加えた場合の支払関数を導出し、この修正モデルの均衡解を求めてゆく。

ここでは、侵入者残存数 (7) 式をそのまま用いず、警備側の混合戦略 g による期待値を使う。警備体制 (g, \mathbf{y}) に対し、タイプ h の侵入者がパス l 上のアーク e を通り抜けた場所での期待残存数は

$$\sum_{s \in S} g(s) \left(R_0^h - \sum_{e' \in E_l^e} \gamma_{e'}^{hs} y_{e'}^s \right) = R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^e} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \quad (8)$$

となる。これが正であれば d_e^h を掛けた値を、負であれば $\underline{d}_e^h (< d_e^h)$ を掛けた値を被害量とする。この選択は次式で表現できる。

$$\max \left\{ d_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^e} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right), \underline{d}_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^e} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right) \right\} \quad (9)$$

この式を使って、侵入パス l をとるタイプ h 侵入者による期待被害量 $R_h^2(l, (g, \mathbf{y}))$ 、侵入者の混合戦略 π_h による期待被害量 $R_h^2(\pi_h, (g, \mathbf{y}))$ 、さらには分布 $f(h)$ による警備側の最小化した期待被害

量であるゲームの期待支払 $R^2(\pi, (g, \mathbf{y}))$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 R_h^2(l, (g, \mathbf{y})) &= \sum_{e \in E_l} \max \left\{ d_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right), \right. \\
 &\quad \left. \underline{d}_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right) \right\} \\
 R_h^2(\pi_h, (g, \mathbf{y})) &= \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) R_h^2(l, (g, \mathbf{y})) \\
 R^2(\pi, (g, \mathbf{y})) &= \sum_{h \in H} f(h) \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) R_h^2(l, (g, \mathbf{y})) \\
 &= \sum_{h \in H} f(h) \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) \sum_{e \in E_l} \max \left\{ d_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right), \right. \\
 &\quad \left. \underline{d}_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right) \right\} \quad (10)
 \end{aligned}$$

4 修正モデルの均衡解の導出

上記の定式化により「侵入者の強い侵入動機」と「警備資源の有効活用」を考慮した妥当なモデルが作成できたので、以降このゲームの均衡解を求める。プレイヤーの最適戦略の具体的な導出過程は、まず期待支払 (10) 式のミニマックス最適化問題を解き、警備側の最適戦略 (g^*, \mathbf{y}^*) を導出する。次に、それを代入した問題 $\max_{\pi_h} R_h^2(\pi_h, (g^*, \mathbf{y}^*))$ を解いて各タイプ h 侵入者の最適戦略を求める。以上の解法手順を踏んで均衡解を導出してゆこう。

π_h の実行可能性条件 (2) 式から、 $R^2(\pi, (g, \mathbf{y}))$ の最大化は次のように変形できる。

$$\max_{\pi} \sum_{h \in H} f(h) \sum_{l \in \Omega^h} \pi_h(l) R_h^2(l, (g, \mathbf{y})) = \sum_{h \in H} f(h) \max_{l \in \Omega^h} R_h^2(l, (g, \mathbf{y})) \quad (11)$$

したがって、ミニマックス最適化問題は

$$\begin{aligned}
 \min_{g, \mathbf{y}} \max_{\pi} R^2(\pi, (g, \mathbf{y})) &= \min_{g, \mathbf{y}} \sum_{h \in H} f(h) \max_{l \in \Omega^h} R_h^2(l, (g, \mathbf{y})) \\
 &= \min_{g, \mathbf{y}} \sum_{h \in H} f(h) \max_{l \in \Omega^h} \sum_{e \in E_l} \max \left\{ d_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right), \right. \\
 &\quad \left. \underline{d}_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^c} \gamma_{e'}^{hs} g(s) y_{e'}^s \right) \right\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

となる。ここで変数 $z_e^s \equiv g(s) y_e^s$ を導入する。 $g(s)$, \mathbf{y} の実行可能性条件である (4) 及び (3) 式から、 z_e^s の満たすべき条件が作成できる。 $\sum_{e \in A} z_e^s = g(s) B_0^s$ より $g(s) = \sum_{e \in A} z_e^s / B_0^s$ となるから、(4) 式より、 $\sum_{e \in A} z_e^s / B_0^s \leq U(s)$, $1 = \sum_s g(s) = \sum_s (\sum_{e \in A} z_e^s / B_0^s)$ が得られる。もちろん非負条件も課して、つぎのような z_e^s の制約条件を得る。

$$\sum_{s \in S} \frac{1}{B_0^s} \sum_{e \in A} z_e^s = 1, \quad \frac{1}{B_0^s} \sum_{e \in A} z_e^s \leq U(s), \quad z_e^s \geq 0 \quad (13)$$

逆に, $y_e^s = z_e^s/g(s) = B_0^s z_e^s / \sum_{e' \in A} z_{e'}^s$ となるから, 次式を用いて z_e^s から $g(s)$ と y_e^s が計算できる.

$$g(s) = \frac{1}{B_0^s} \sum_{e \in A} z_e^s, \quad y_e^s = B_0^s \frac{z_e^s}{\sum_{e' \in A} z_{e'}^s} \quad (14)$$

変数 $z = \{z_e^s\}$ の導入によるミニマックス最適化問題 (12) 式は次式に変形できる.

$$\min_{g, y} \sum_{h \in H} f(h) \max_{l \in \Omega^h} \sum_{e \in E_l} \max \left\{ d_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^s} \gamma_{e'}^{hs} z_{e'}^s \right), \underline{d}_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^s} \gamma_{e'}^{hs} z_{e'}^s \right) \right\}$$

この問題は, 最終的に $\max_{l \in \Omega^h}$ 以降の最大値に一致する変数 μ_h と, $\max\{\}$ に一致する変数 η_{le}^{hs} を導入すれば, 次の線形計画問題に定式化できる.

$$\begin{aligned} (P_S^2) \quad & \min_{z, \mu, \eta} \sum_{h \in H} f(h) \mu_h \\ \text{s.t.} \quad & \mu_h \geq \sum_{e \in E_l} \eta_{le}^h, \quad l \in \Omega^h, \quad h \in H, \\ & \eta_{le}^h \geq d_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^s} \gamma_{e'}^{hs} z_{e'}^s \right), \quad e \in E_l, \quad l \in \Omega^h, \quad h \in H, \\ & \eta_{le}^h \geq \underline{d}_e^h \left(R_0^h - \sum_{s \in S} \sum_{e' \in E_l^s} \gamma_{e'}^{hs} z_{e'}^s \right), \quad e \in E_l, \quad l \in \Omega^h, \quad h \in H, \\ & \sum_{s \in S} \frac{1}{B_0^s} \sum_{e \in A} z_e^s = 1, \\ & \frac{1}{B_0^s} \sum_{e \in A} z_e^s \leq U(s), \quad s \in S, \\ & z_e^s \geq 0, \quad e \in A, \quad s \in S. \end{aligned}$$

この問題を解き最適解 z^* を求め, (14) 式により再構成すれば, 警備側の最適戦略 (g^*, y^*) が計算できる. またこの戦略を既知とし, 問題 $\max_{\pi_h} R_h^2(\pi_h, (g^*, y^*))$ を解けばタイプ h の侵入者側の最適戦略 π_h^* が求められる. 変形 (11) から分かるように, これは明らかに $R_h^2(l, (g^*, y^*))$ を最大にするパス $l \in \Omega^h$ を選択することである. あるいは, この最大値を与えるパスが複数あれば, それらのみに正の選択確率を与えた任意の混合戦略 π_h^* を採用しても良い.

5 おわりに

この報告では, 近年注目を浴びている警備ゲームの1モデルの提案を行った. 提案モデルでは, 施設に侵入を図る侵入者には複数タイプを考慮し, また警備体制にも複数タイプを考え, 公的施設ではよくあるように, 侵入者による部分的な警備情報が知られる状況下でのモデルを考えた. 一方の警備側には, 侵入者タイプに関しては過去のデータからその分布のみを認識しているという前提を置き, ペイジアン・シュタッケルベルグ・ゲームのモデルを採用した. これらは現実的な警備状況に沿ったモデル設定を考えたためである. また, 侵入者による総被害量をゲームの共通の支払とするゼロ和ゲームを考えたが, この評価尺度にも現実的な観点を加味した. ゼロ和の仮定により定式化は容易となったが, 侵入者, 警備側の評価尺度に違いのあるケースには適用されないモデルとなった. この点が将来の課題である.

提案モデルの実問題への応用例や最適警備体制の特徴を分析するための数値例などは紙数の関係で省略したが、密輸者とテロ犯の侵入が予想される石垣空港の警備において、通常警備班とテロ対策班の2つの警備体制を運用する場合の分析を解説記事 [1] に紹介した。興味がある読者は合わせて目を通していただければ幸いである。

参考文献

- [1] 宝崎隆祐, “ネットワークを考慮した警備ゲームのモデルあれこれ”, オペレーションズ・リサーチ (4月号), **61**, 2016 (to appear).
- [2] J. Herrmann (ed.), *Handbook of Operations Research for Homeland Security*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] J. Pita, M. Jain, F. Ordonez, C. Portway, M. Tambe and C. Western, “Using game theory for Los Angeles airport security”, Association for the advancement of artificial intelligence, pp. 43-57, 2009.
- [4] 宝崎隆祐, “社会の安全とネットワーク阻止モデル”, オペレーションズ・リサーチ, **60**, pp. 266-273, 2015.