

海洋波および海上風乱流のスペクトル特性

港湾空港技術研究所・海洋情報・津波研究領域 田村 仁

Hitoshi Tamura

Marine Information Group

Port and Airport Research Institute

1. はじめに

海面境界過程である波浪は大気-海洋間の運動量、熱および物質交換を促進する「ギアボックス」としての役割がある (Ardhuin et al 2005). そのため波浪の物理現象を理解し海面フラックスを精度よく評価することは台風や気候変動など様々な時空間スケールの大気海洋相互作用現象にとって極めて重要である. 特に, 台風内暴風海域での摩擦係数風速依存性, 砕波に伴うCO₂等のガス交換係数の評価やエアロゾル発生機構など多くの未解明問題が存在し新たな科学的理解が必要とされている. 本稿ではこれまで著者らが行ってきた海洋波および海上風乱流のスペクトル構造に関する研究を紹介する.

2. 海洋波の平衡領域におけるスペクトル特性

一般的に海洋波スペクトルの時間発展は下記のように表せる.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = S_{in} + S_{nl} + S_{ds} \quad (2.1)$$

ここに, F : 波浪スペクトル, S_{in} : 海上風外力項, S_{nl} : 成分波間の非線形相互作用項, S_{ds} : 砕波散逸項である. このことから海洋波のスペクトル構造は右辺のソース項のバランスで決まる. 海洋波スペクトルの平衡領域 (Equilibrium range) は Phillips (1958)によって導入された概念である. 次元解析をもとに砕波散逸がエネルギーレベルをコントロールすると仮定することで, エネルギーのピークから高周波側で, そのスペクトル形状は

$$F(f) = \alpha_5 g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \quad (2.2)$$

となることを導出した. ここで α_5 : 無次元定数, g : 重力加速度である. しかしながらその後の研究 (例えば Mitsuyasu 1968, Hasselmann et al 1973) で, エネルギーレベルを規定する α_5 は普遍定数ではなく海象条件によって大きく変動することが示された. 一方で先駆的な理論研究である Zakharov and Filonenko (1966)は, 平衡領域のスペクトル形状は f^{-5} ではなく f^{-4} に比例することを示した. さらに Toba (1972)は摩擦速度 u_* で無次元化された海洋波の波高と周期に3/2乗則 (Toba's Law) が成り立つことを見出し, このべき乗則を満たす平衡領域のより適切なスペクトル形状として

$$F(f) = \alpha_4 g u_* (2\pi)^{-3} f^{-4} \quad (2.3)$$

を提案した (Toba 1973). 海洋波間の波と波の非線形相互作用項 S_{nl} (4波共鳴) を理論的に導出した Hasselmann (1962, 1963)は, 続く波浪観測研究 (JONSWAP プロジェクト) から平衡領域における S_{nl} の重要性を示した. このことは現在, 日々の波浪予報に用いられる第三代波浪モデルで S_{nl} 項がexplicitに評価される理論的背景となっており, 風波スペクトルの自己相似なスペクトル形状の維持

やスペクトルピークのダウンシフティングなど波浪の発達過程においてきわめて重要となる (Young and Van Vledder 1993). 本節では, Tamura et al (2010) に基づいて風波スペクトルの平衡領域におけるスペクトル形状と非線形相互作用項 S_{nl} の役割について考察をおこなう.

2.1 スペクトル形状とソース項バランスの数値実験

第三世代波浪モデル WAVEWATCH-III (WW3, Tolman and Charikov 1996, 以下 TC96) を用いて波浪ハインドキャストを行った. ただし非線形相互作用項に関しては小松 (1996) によって開発された SRIAM 法を用いた (Tamura et al, 2008). 4 波共鳴条件を満たす共鳴対は無限に存在する. SRIAM 法はそのうちの代表的な20組を用いることで効率的かつ高精度な非線形伝達関数の計算手法となっている. またここでは, 平衡領域におけるソースバランスを検討するために予測的なスペクトル tail は使用せず, ソース項のバランスのみから診断的にスペクトル形状を計算した. また, 海上風外力項 S_{in} および碎波散逸項 S_{ds} には WW3のデフォルトである TC96モデルを用いるが, 高周波側の散逸項 S_{ds}^{high} に関してはその強度 β を変えることで正味の外力項($S_f = S_{in} + S_{ds}$)と非線形相互作用項 S_{nl} の波浪スペクトルに対する役割を検討した.

図-2.1は波齢の逆数 u_{10}/c_p が1以上の条件を満たす発達中の波浪場に対して平均された周波数スペクトルを示している. ただし, 高周波側のスペクトル形状を明瞭に示すために下記の通り無次元化した一時間毎の波浪スペクトルの平均を求めた.

$$\Phi(f/f_p) = F(f)f^4/gu_{10} \quad (2.4)$$

ここで $F(f)$: 周波数スペクトル, u_{10} : 高度 10m の海上風である. 現地観測 (NDBC プイ) によるスペクトル形をみると (図-2.1a), ピーク周波数周辺で overshoot (Barnett and Wilkerson, 1967) が確認され, また, スペクトル形状は $2f_p - 3f_p$ ではおおむね f^{-4} に比例しており, それより高周波側では f^{-5} に漸近する形状となっている. 一方, 波浪ハインドキャストによって得られたスペクトル形状 (図-2.1b) も観測結果と同様の overshoot や周波数に依存してべき乗則が確認できることから, モデル結果の妥当性が示唆される.

波浪モデルによって再現された風波スペクトルに対応するソース項を示したのが図-2.2 である. ただし, 各ソース項は下記の通り無次元化して平均されている.

$$S^*(f/f_p) = S(f)gu_*^{-4} \quad (2.5)$$

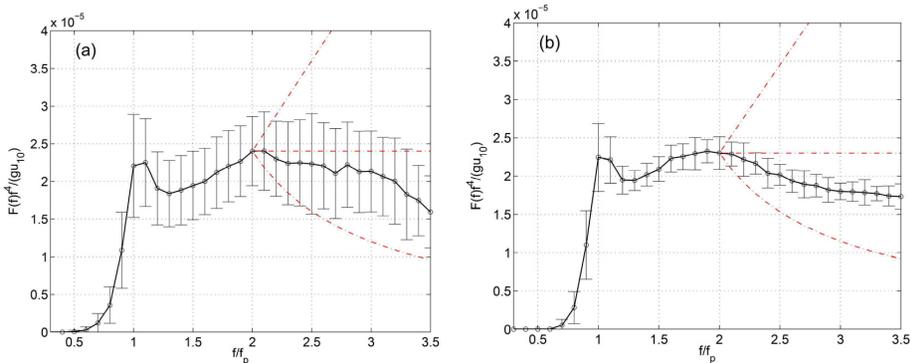


図-2.1 発達中の波浪スペクトル形状

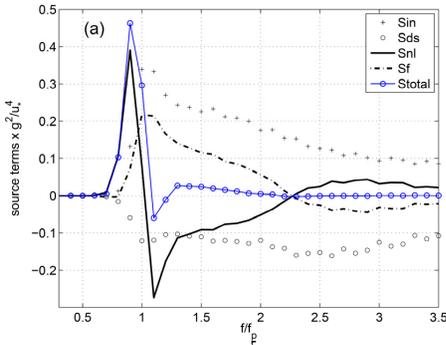


図-2.2 ソース項バランス

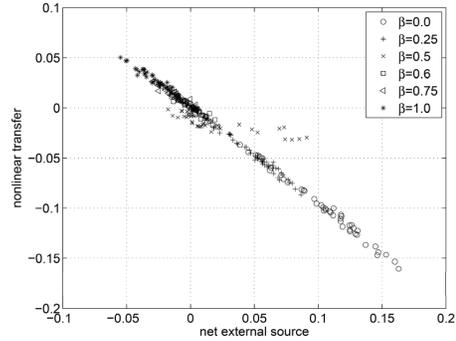
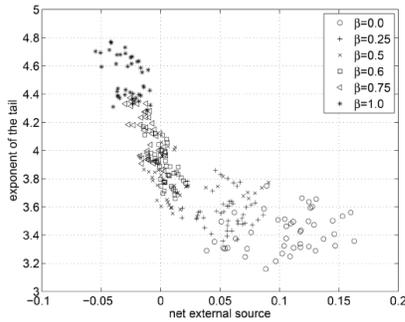
図-2.3 S_f に対する S_{nl} の強度

図-2.4 正味のエネルギー入力に対するスペクトル形状

ここに $S(f)$ は周波数に対する各ソース項である。この図より、ピーク周波数周辺では S_{nl} が S_{total} の大部分を占めており、さらにダウンシフティングを引き起こすソース形状となっていることがわかる。高周波側 ($f > 2.5f_p$) のソースバランスでは、非線形相互作用項 S_{nl} が正、一方、正味の外力項 S_f は負となり、 S_{total} は概ねゼロとなる。次に高周波散逸項の強度 β を変えることで S_f を強制的に変化させた数値実験を行った。ここに S_{ds} は

$$S_{ds} = S_{ds}^{low} + \beta S_{ds}^{high} \quad (2.6)$$

である。強度 β を0-1に段階的に変化させた場合でも S_{nl} と S_f の平衡領域内での強度はほぼ同一の値となる(図-2.3)。このことから発達中の波浪は S_{nl} が S_f と常にバランスしており、いわゆる平衡条件 $S_{in} + S_{nl} + S_{ds} = 0$ は S_{nl} の調整機構によって満たされることがわかる。 S_f に対する波浪スペクトル形状を周波数のべき乗としてプロットすると(図-2.4)、 S_f がゼロ付近の時にスペクトル形状が f^{-4} に漸近することがわかる。

これらの結果はResio et al (2004)によって論じられたスペクトル形状と非線形相互作用項の関係を支持するものである。Resio et al (2004)は正味の非線形エネルギーフラックスと平衡領域におけるスペクトル形状として以下の関係式を導出した。

$$\Gamma_E(f) - \Gamma_E(f_{eq}) \sim \int_{f_{eq}}^f \partial_f \Phi^3 df \sim \int_{f_{eq}}^f S_f df \quad (2.7)$$

ここで Γ_E : 非線形相互作用による正味のエネルギーフラックス、 f_{eq} : 平衡領域の低周波側境界に対応する周波数である。上式は平衡領域内における正味のエネルギーゲインもしくはロスがスペクトル形状を f^{-4} から遠ざけるように機能することを示している。逆に、正味の外力項 S_f が無視できる場合に($S_f \sim 0$)、非線形相互作用によるエネルギーフラックス(Γ_E)と平衡スペクトルの3乗(Φ^3)は一定となりスペクトル形状は f^{-4} に比例することがわかる。

2.2 まとめと考察

Komen et al (1984)は S_{ds} を平衡条件の残差 ($S_{ds} = -S_{in} - S_{nl}$) として求め第三世代波浪モデルの碎波散逸を提示し、また Phillips (1985)は風波スペクトルの平衡領域においては3つのソース項がお互いバランスするという条件から f^{-4} に比例するスペクトル形状を導出した。本研究の結果はこれらの結論とは異なり、1) 発達中の海洋波での平衡条件は非線形相互作用項の調整によって補完される、2) スペクトル形状は正味のエネルギー入出力によって規定される、というものである。これらの結論は非線形相互作用とスペクトル形状を論じた Resio et al (2004)の推測を支持するものである。 S_{nl} の厳密解法の結果同様に、本波浪ハインドキャストで用いた SRIAM 法を単独で用いて波浪スペクトルを時間発展させた場合、スペクトル形状は f^{-4} に漸近することがわかっている (小松, 1996)。しかしながら本研究で示された通り、平衡領域内の正味外力項の正負によってスペクトル形状は f^{-4} 形から外れることとなる。これは波浪モデリングの観点から、スペクトル形状を高精度に予測するためには単に正確な S_{nl} を用いるだけではなく適切な外力項 S_f を同時に用いることが極めて重要となることを意味している。

3. 海洋波の飽和領域におけるスペクトル特性

一般的に波浪スペクトルの飽和領域 (Saturation range) は平衡領域の高周波数側に位置し、短波重力波領域に対応する。短波重力波および表面張力波領域における海洋波は、ピーク領域と比較して無視できるほどエネルギーレベルが小さいものの、大気海洋相互作用における運動量・物質交換には極めて重要である。これまで主に衛星データ (散乱計および合成開口レーダ) 解析の観点から様々な短波重力波 (以下 SG 波, 波数: 1-50 rad/m) および表面張力波領域 (波数: 200 rad/m 以上) における波数スペクトルモデルが提案されてきている (例えば Elfouhaily et al, 1997)。しかしながら Hwang and Plant (2010)で示されるようにそのスペクトル形状は各モデルで大幅に異なり、そのソー

スバランスは未解明な点が多い。本節でも現地観測データおよび第三世代波浪モデルに基づき、SG 波領域までを含めたスペクトル特性を検討し (Tamura et al 2014)、風波スペクトルの平衡領域 (Equilibrium range) および飽和領域 (Saturation range) でソース項に異なる力学バランスがあることを示す。

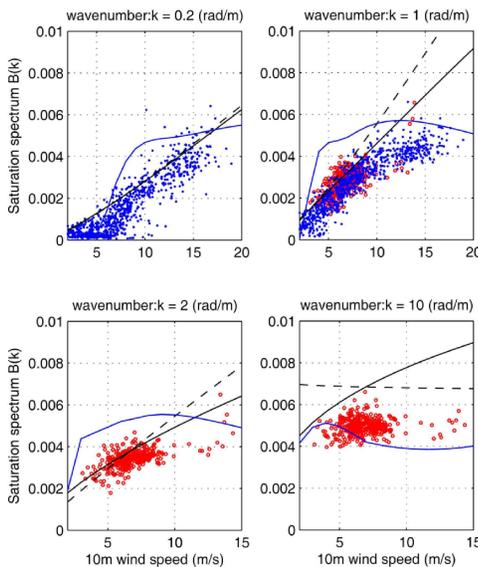


図-3.1 海上風速に対する飽和スペクトル値

3.1 海洋波の飽和領域までの波数スペクトル

図-3.1 はそれぞれの波数 ($k: 0.2, 1.0, 2.0, 10.0$ rad/m) における 10m 海上風速に対する飽和スペクトル $B(k)$ の値を示している。観測データはマイアミ大学による ASIS buoy で計測された水位変動に対し、Donelan et al (1996)による Wavelet Directional Method (WDM) を用いて波数スペクトルを直接推定した。ここで

$$B(k) = k^3 F(k) \quad (3.1)$$

$$F(k) = \int_{-\pi}^{+\pi} \Psi(k, \theta) k d\theta \quad (3.2)$$

であり、 $F(k)$: elevation スペクトル、 $\Psi(k, \theta)$: 極座標表示での 2 次元波数スペクトルである。観測結果で確認できるように、波数 1 (rad/m) 以下ではおおむね風速に比例するように $B(k)$ が増加していることがわかる。これは Toba (1974) が示した飽和スペクトル (式 2.3)

$$B(k) \sim u_* g^{-1/2} k^{1/2} \quad (3.3)$$

と整合している。一方、波数 2 (rad/m) 以上では、 $B(k)$ の値は風速に対して飽和しつつあり、波数 10 ではほぼ一定の値を取ることがわかる。このことは Phillips (1958) によって導入されたものの、その後 Phillips (1985) で否定された飽和スペクトル (式 2.2)

$$B(k) \sim k^0 \quad (3.4)$$

が波数レンジによって妥当であることを意味している。

図-3.2 (波数レンジ: 0.05-1 rad/m および 1-10 rad/m) はそれぞれの風速レンジに対して平均した飽和スペクトル形状を示している。観測結果では、ピーク領域 (波数レンジ: 0.1-0.2 rad/m) におけるオーバーシュートとそれに続く Toba スペクトルおよび Phillips スペクトルが確認でき、Forristall (1981) によって示されたスペクトル形状の遷移を支持する結果となっている。また、SG 波領域 (1-10 rad/m) では Banner et al (1989) が示した波数に対する $B(k)$ の勾配 ($\sim k^{0.09 \pm 0.09}$) に収まっている

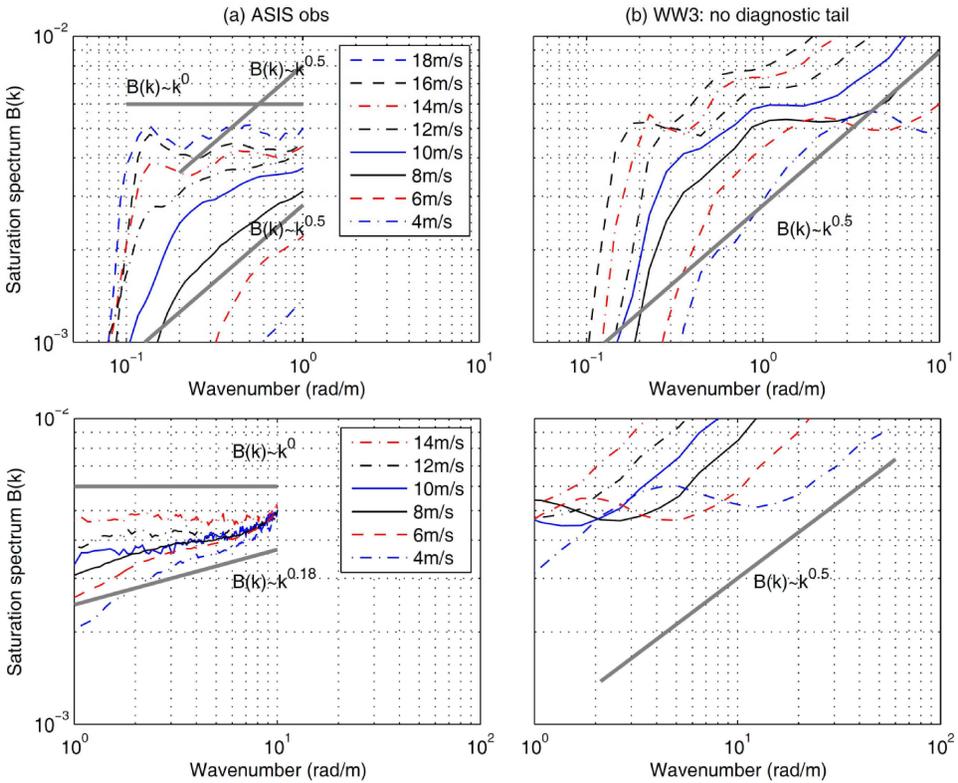


図-3.2 各波数レンジにおける飽和スペクトル形

ことから、観測データおよび解析手法 (WDM) の妥当性が確認できる。一方、波浪ハインドキャスト結果はピーク領域のスペクトル形状を再現できているものの SG 波領域では明らかにスペクトルエネルギーを過大評価するとともに、波数に対する $B(k)$ の勾配も観測結果とは異なる。

3.2 非線形散逸の導入と飽和領域でのスペクトル形状

観測された波数スペクトル形状 $F(k)$ は波数レンジに対して $k^{-2.5}$ から k^{-3} へのスペクトル遷移を示しており、既存の研究結果 (Forristall 1981, Hwang and Wang 2001, Resio et al 2004) と整合的である。このことは異なる波数領域で異なるソースバランスが成り立っていることを示唆している。一方、デフォルトの WW3 によって得られた波数スペクトル形状は観測結果と比較して大きく異なることが示された。この観測結果とモデル結果の違いは何に起因するものなのか。以下ではこのことを検討するために新たな碎波散逸項を導入する。Donelan (2001) は SG 波に対してバックグラウンドの流れとなる長波長帯の海洋波が碎波を促すとして (水理学的変調) 新たな非線形散逸モデルを提案した。ここで Donelan (2001) および Donelan et al (2012) による非線形散逸 S_{ds} は式(3.5)で表される。

$$S_{ds} = -A_2 [(1 + A_3 mss(k))^2 B(k)]^{2.5} k^{-3} B(k) \quad (3.5)$$

mss は Mean square slope であり次式で表される。

$$mss(k) = \int_0^k F(l) l^2 dl \quad (3.6)$$

本研究でもこの水理学的変調に伴う碎波促進の概念を踏まえ、TC96 によって提案されている碎波散逸項の代わりに式(3.5)を用いることでソースバランスを検討した。図-3.3 は、上記の非線形散逸モデルを用いて行った波浪ハインドキャスト結果から、1-10(rad/m)までの波数領域における飽和スペクトルを示している。波数帯:1-2 rad/m の低風速条件 (u_{10} : 4-6 m/s) では Banner et al (1989) が示した $B(k) \sim k^{0.18}$ 、一方、波数帯:1-2 rad/m の高風速 (u_{10} : 10-14 m/s) および波数帯:10-20 rad/m では $B(k) \sim k^0$ のスペクトル形状の再現に成功している。このことから碎波散逸項が SG 波領域でのソースバランスに極めて重要であることがわかる。

3.3 まとめと考察

安定したスペクトル形状を維持するため、発達中の波浪は下記の平衡条件を満たす必要がある。

$$S_{in} + S_{ds} + S_{nl} = 0 \quad (3.7)$$

改良モデルによって得られたハインドキャスト結果から、ソースバランスをプロットすると (図-3.4)、波数帯:1-2 rad/m では非線形相互作用項 S_{nl} と正味のエネルギー入力 S_f がバランスしていることがわかる (図-3.4a)。このことは前節で示されたように波浪スペクトルの平衡領域において S_{nl} は平衡条件(3.7)を満たすための調整機能となっていることがわかる。一方、波数帯:10-20 rad/m では S_{nl}

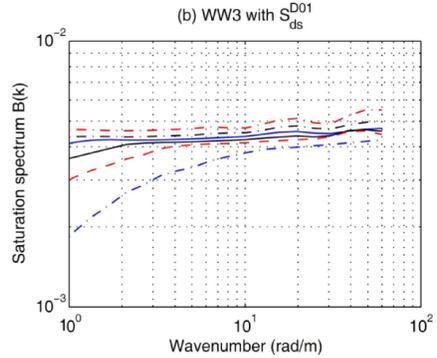


図-3.3 非線形散逸項を用いた場合の飽和スペクトル形状

は S_f とバランスせず (図-3.4b), 平衡条件(3.7)を満たすためには S_{in} と S_{ds} がバランスする必要がある。つまり, 平衡領域および飽和領域において S_{in} の役割が異なることがわかる。

以上のソースバランスの議論から, 平衡領域において成分波間相互作用項は平衡条件を維持するための重要な役割を果たす。また正味のエネルギー入力が負の時は波数スペクトル形状 $F(k)$ (周波数スペクトル $F(f)$)は k^{-3} に漸近し, 一方ゼロに近いときは $k^{-2.5}$ (f^{-4})に漸近することが確認された。飽和領域では波数スペクトル形状 $F(k)$ は k^{-3} (f^{-5})に漸近し, この領域では成分波間相互作用項は他のソース項と比較して小さく, 平衡条件を維持するために海上風外力と砕波散逸がバランスする。

4. 海上風乱流のスペクトル特性

海上では波浪の影響が大気乱流に影響を及ぼすため波浪境界層 (Wave boundary layer) が顕著となり, 風応力は乱流成分に加え波浪に起因する変動成分が卓越する (Phillips, 1977)。特に, うねりなど位相速度の速い波が弱風海域を通過する場合, 海洋側から大気側への運動量輸送が生じることが知られており, 海面応力のバルク係数は負となる (例えばGrachev and Fairall, 2001)。さらに風速の対数分布則は成立せず海面近傍に極大値を持つ鉛直分布となる (Smedman et al., 2009; Hanley and Belcher, 2008)。しかもこのような海象条件は特に高緯度帯からのうねりの伝搬が顕著な赤道海域では一般的であることから, 大気海洋相互作用に対して大きな役割をなす。本節では海上風乱流および水位変動のデータ解析をすることで様々な海象条件下における波浪境界層内における乱流スペクトル特性の解明を試みた。

4.1 波浪境界層内の乱流スペクトル

波浪境界層内における乱流フラックスは, 界面ごく近傍の粘性低層を除くと下記となる (Phillips 1977)。

$$\tau = \rho_a u_*^2 = \tau_t + \tau_w \quad (4.1)$$

ここに, τ : 海面応力, ρ_a : 空気密度, u_* : 摩擦速度, τ_t : 乱流変動に起因する応力成分, τ_w : 波浪変動に起因する応力成分であり,

$$\tau = -\rho_a \langle uw \rangle \quad (4.2)$$

$$\tau_t = -\rho_a \langle u'w' \rangle \quad (4.3)$$

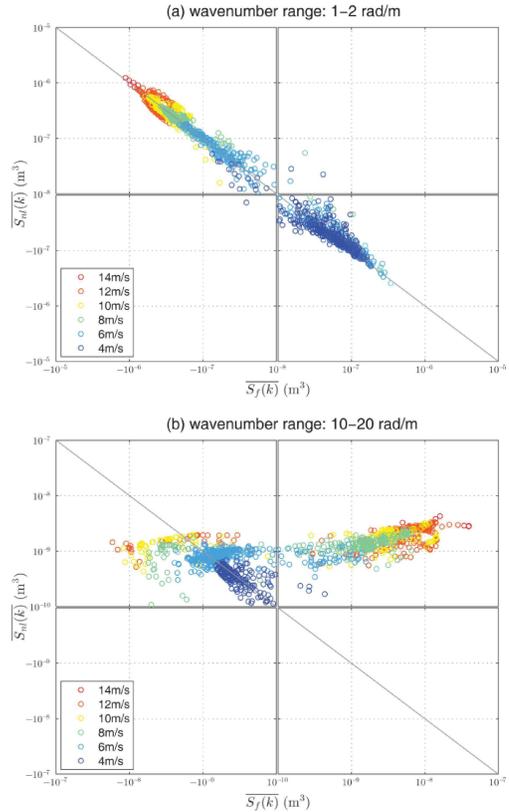


図-3.4 S_f に対する S_{ni} の強度

$$\tau_w = -\rho_a \langle \tilde{u}\tilde{w} \rangle \quad (4.4)$$

で表される。ただし、 u : 平均風速方向の変動成分, w : 鉛直風速の変動成分, $\langle \cdot \rangle$: 時間平均, $\tilde{\cdot}$: 乱流変動成分, $\tilde{\cdot}$: 波浪変動成分である。観測によって得られる総和の乱流フラックスは u と w のクロススペクトルの実部であるコスペクトル S_{uw} を用いて下記の通り表せる。

$$\tau = -\rho_a \langle uw \rangle = -\rho_a \int_0^\infty S_{uw} df \quad (4.5)$$

Miyake et al. (1970)は海上風乱流のUniversal scalingとして、 $(fz/U, -fS_{uw}/u_*^2)$ を提案しており (z : 観測高さ, f : 周波数, U : 平均風速), これまでの研究でもその妥当性が確認されている (Drennan et al., 1999)。本研究で得られた uw コスペクトルをそれぞれの波齢の逆数 u_{10}/c_p でコンポジットをとると図-4.1のとおりとなる。 u_{10}/c_p が0.8以上の風波が発達している場合 (図-4.1a), 既往の研究と同様に異なる海象条件であってもUniversal scalingに従い uw コスペクトルが同一曲線上に収束することがわかる。一方, u_{10}/c_p が0.8以下の場合 (図-4.1b), Universal scalingは成立せずMiyake et al. (1970)で示された無次元レイノルズ応力の周波数分布と大きく異なることが確認できる。

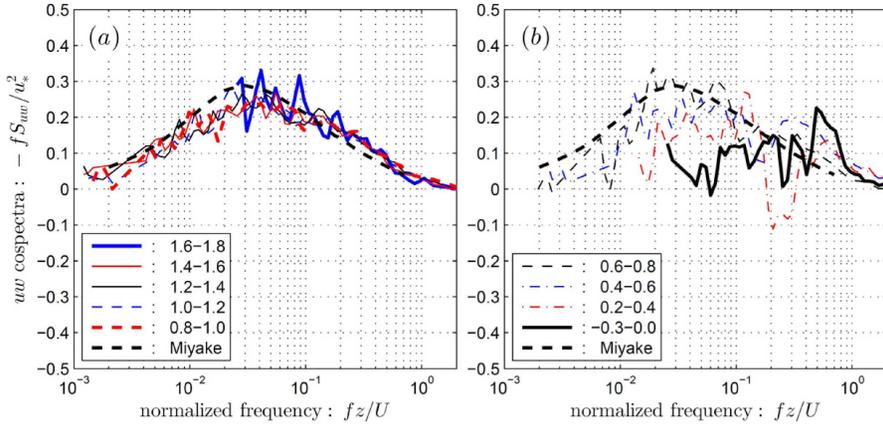


図-4.1 Miyake scaling によるコスペクトル

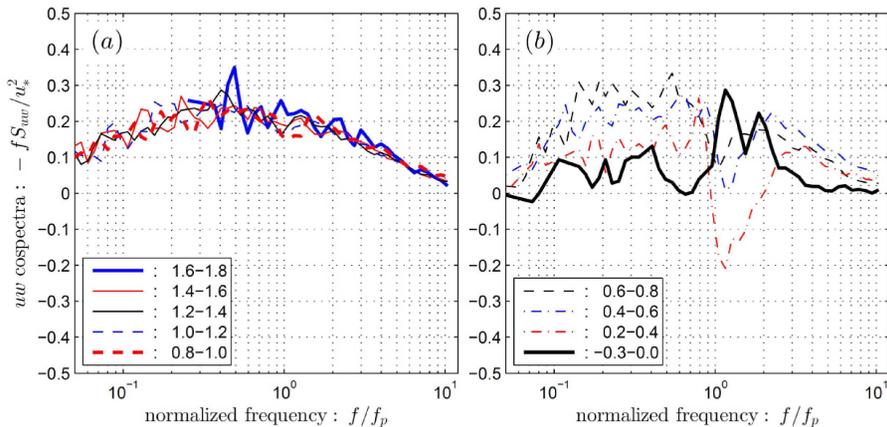


図-4.2 peak frequency scaling によるコスペクトル

一方で、海上風乱流は波浪の影響が大きく反映されていることを考慮し波浪のピーク周期(f_p)で周波数を無次元化したものが図-4.2である。このような無次元化を行った場合でも、 u_{10}/c_p が0.8以上では(図-4.2a) Universal scalingと同様に異なる海象条件下での uw コスペクトルが収束する。さらに u_{10}/c_p が0.8以下の場合(図-4.2b)でも、物理的な解釈が可能となる。つまり、うねりが海上風を追い抜く海象条件下($u_{10}/c_p: 0-0.8$)では波浪ピーク周波数(f/f_p-1)に顕著なスペクトルのくぼみがあり、 u_{10}/c_p が0.2-0.4の場合では無次元コスペクトルが負となる。これは波浪ピーク周波数に対応する乱流変動が上向きの運動量フラックスを引き起こすことを意味しており、海洋側から大気側へ運動量が輸送される。一方、風とうねりが逆向きの海象条件($u_{10}/c_p: -0.3-0$)でも $f/f_p \sim 1$ 付近に顕著な正のピークが確認される。この場合、海上風乱流は下向きの運動量フラックスを引き起こすものの、風下に発達する風波に対してうねりを減衰させる様に作用することとなる。

4.2 四象限解析

波浪境界層内の乱流特性を考察するために四象限解析を行った。乱流運動量フラックスは水平成分 u と鉛直成分 w の時間変動の組み合わせによって4つの象限 ($Q1, Q2, Q3, Q4$) に分類され各象限が全運動量輸送に寄与する割合が算出できる。特に、第2象限 ($Q2$) と第4象限 ($Q4$) はそれぞれejectionとsweepと呼ばれ下向き運動量輸送に寄与する。ここでこれら下向き・上向き運動量フラックスの比を下記で定義する。

$$Q_r = -\frac{Q2 + Q4}{Q1 + Q3} \quad (4.6)$$

図-4.3は u_{10}/c_p と Q_r の関係を示したものである。 u_{10}/c_p が0.8程度以下の場合 Q_r は u_{10}/c_p に対して線形的に増大する(約1-1.5)が、0.8程度以上では Q_r は一定の値(約1.7)となる。つまり、うねりが海上風を追い抜く場合はその相対速度の違いによって乱流構造は変化するが、海上風がある一定以上となり、風波生成に寄与する状態($u_{10}/c_p: 0.8$ 以上)となると乱流構造は変化しなくなると言える。

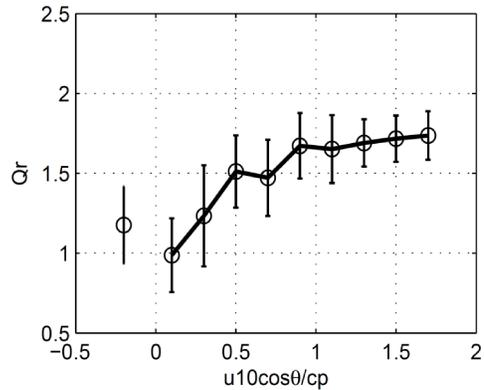


図-4.3 波齢の逆数と上下向き運動量フラックスの比

4.3 まとめと考察

以上の結果から、風波が卓越する u_{10}/c_p が0.8以上の場合、波浪境界層内の乱流は相似なスペクトル構造を示し、下向き・上向き運動量フラックスの比も一定となる。一方、うねりが卓越する u_{10}/c_p が0.8以下の場合、乱流スペクトルは波浪のピーク周期帯で特徴的な変動を示す。特に、 u_{10}/c_p が0.2-0.4ではうねりの周期に対応する上向きの運動量輸送が顕著となる。下向き・上向き運動量フラックスの比は u_{10}/c_p に対して増加する。このことからDonelan et al (1985)が用いた u_{10}/c_p の閾値0.8は、波浪境界層内の乱流構造を仕分ける物理パラメータとして極めて適切であるといえる。また本稿では図示しないが mss および波形勾配 $|\nabla\eta|$ がレイノルズ応力のスペクトル構造と明確に関連していることがわかっている。これは波浪スペクトルの高周波成分が海上風乱流の特性を決定づけるこ

とを意味する。このことを示すために特定の周波数における勾配スペクトル $S(k) = k^2 F(k)$ に対して乱流構造を示すパラメータである Qr の分布を示したものが図-4.4である。ピーク周波数 f_p での勾配スペクトルに対して Qr は飽和する傾向にあることが確認できる。一方で高周波側($5f_p$)の勾配スペクトルに対して Qr は単調増加する。つまり、海洋波スペクトルの高周波エネルギーは無視できるほど軽微であるにもかかわらず、波浪境界層内の乱流構造を決めうる代表的な粗度として考えられる。

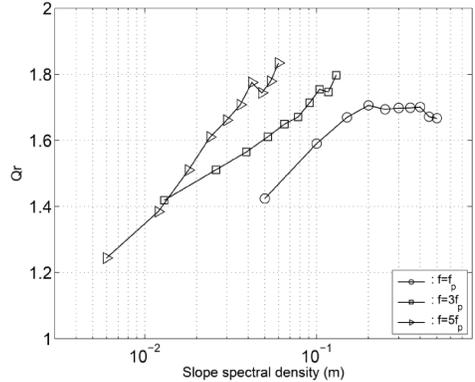


図-4.4 勾配スペクトルと運動量
フラックスの比

参考文献

- Ardhuin, F., Jenkins A, Hauser D, Reniers A, et al (2005), EOS Transactions , 86(4), 37-44.
 Banner, M. L., I. S. F. Jones, and J. C. Trinder (1989), J. Fluid Mech., 198, 321-344
 Barnett, T. P., and J. C. Wilkerson (1967), J. Mar. Res., 25, 292-321.
 Donelan, M. A., W. M. Drennan, and A. K. Magnusen (1996), J. Phys. Oceanogr., 26, 1901-1914.
 Donelan, M. A. (2001), Eur. Cent. for Med. Range Weather Forecasts, Reading, U. K., 2-4 Jul.
 Donelan, M. A., M. Curcic, S. S. Chen, and A. K. Magnusson (2012), J. Geophys. Res., 117, C00J23
 Donelan, M. A., J. Hamilton, and W. H. Hui (1985), Philos. Trans. R. Soc. London A, 315, 509-562
 Drennan, W. M., K. K. Kahma, and M. A. Donelan (1999), Boundary Layer Meteorol., 92, 489-515
 Elfouhaily, T., B. Chapron, K. Katsaros, et al (1997), J. Geophys. Res., 102(C7), 15,781-15,796
 Forristall, G. Z., J. Geophys. Res., 86(C9), 8075-8084, doi:10.1029/JC086iC09p08075. (1981)
 Grachev, A. A., and C. W. Fairall (2001), J. Phys. Oceanogr., 31, 1698-1711.
 Hanley, K.E. and Belcher, S.E. (2008), J. Atmos. Sci., 65, 2646-2660.
 Hasselmann, K. (1962), J. Fluid Mech., 12, 481-500.
 Hasselmann, K., et al. (1973), Dtsch. Hydrogr. Z., 12, suppl. A8, 95.
 Hwang, P. A., and W. J. Plant (2010), J. Geophys. Res., 115, C04014, doi:10.1029/2009JC005558.
 Komatsu, K., and A. Masuda (1996), J. Oceanogr., 52, 509-537.
 Komen, G. J., K. Hasselmann, and K. Hasselmann (1984), J. Phys. Oceanogr., 14(8), 1271-1285.
 Mitsuyasu, H. (1968), Rept. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., 16, 459-465.
 Miyake, M., R. W. Stewart, and R. W. Burling (1970), Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 96, 138-143.
 Phillips (1958), O. M., J. Fluid Mech., 4, 426-434.
 Phillips, O. M. (1985), J. Fluid Mech., 156, 505-531.
 Phillips, O. M. (1977), Cambridge University Press, 336 pp.
 Resio, D. T., C. E. Long, and C. L. Vincent (2004), J. Geophys. Res., 109, C01018
 Smedman, A., U. Höglström, E. Sahlée, et al (2009), J. Atmos. Sci., 66, 2747-2763.
 Tamura, H., T. Waseda, Y. Miyazawa, and K. Komatsu (2008), J. Phys. Oceanogr., 38, 2662-2684.
 Tamura, H., T. Waseda, and Y. Miyazawa (2010), J. Geophys. Res., 115, C12036.
 Toba (1973), Y., J. Oceanogr. Soc. Jpn., 29, 209-220.
 Tolman, H. L., and D. V. Chalikov (1996), J. Phys. Oceanogr., 26, 2497-2518.
 Young, I. R., and G. P. Van Vledder (1993), Trans. R. Soc. London, 342, 505-524.
 Zakharov, V. E., and N. N. Filonenko (1966), Dokl. Akad. Nauk., 170, 1992-1995.