

# KeTCindy による数学教材の作成とその教育効果の検証

福島工業高等専門学校・一般教科 西浦 孝治 (Koji Nishiura)  
General Education,  
National Institute of Technology, Fukushima College  
東邦大学・理学部 高遠 節夫 (Setsuo Takato)  
Faculty of Science,  
Toho University

## 1 はじめに

初等教育, 前期中等教育においては, つまづきについての分析とそれに基づく学習指導の改善に関する研究が教科を問わず盛んに行われている. 一方, 後期中等教育, 高等教育における数学教育では, 理解度が低い分野などが漠然と把握はされているものの, 調査した限り, 統一的な研究はされていない.

本研究の目的は, 高専, 大学初年度の数学教育において, KeTCindy によって作成した数学教材を用いて実験授業を実施し, その結果を分析することによって, 学習者がどこでつまづくのかを明らかにし, 教育効果の大きい教授方法および教材作成方法を確立することである. 本論文では, 実際に行った実験授業を通して, その実施方法と結果の分析方法を与える.

高専では全国一斉の学習到達度試験(数学, 第3学年)が実施され, 高専, 大学初年度の数学の学習理解度を把握することができる. はじめに, そこから学生の理解度が低い分野を選定し, KeTCindy によって教材を作成する. 教材は実験授業において極めて重要であり, 学生が数学概念を理解することを促すような問題から構成される. これまでの授業, 教科書作成, 教材作成等についての豊富な実践経験に基づき, つまづきを検証するために効果的な実験授業の教材を綿密に作りあげていく. 次に, この教材を用いて, 高専一クラスの学生を対象として, 実験授業を実施する. 紙媒体での教材を配布し, 学生は, 認知検出クリッカー Cognitive Detection Clicker (以下, CDC) を用いて解答する. 我々は, CDC を独自に開発し, 高専の一学級分にあたる 40 台の CDC を所有している. CDC によって, 学生の解答の推移を時系列で記録することができる. すなわち, 教材による理解の効果を測定することが可能である. 最後に, CDC によって得られたデータは, 統計的分析をするとともに, KeTCindy で取り込み, グラフによって視覚化する.

## 2 教材

今回の実験授業では, 理解度の低い分野の一つである累次積分を取り上げた. 累次積分の前の段階として, 領域と不等式についての実験授業を既に実施している ([1]). その

結果も踏まえて、次の2種類の累次積分の教材を作成した。

- タイプA：累次積分のみの問題からなる教材
  1. 主問題（2題，A1，A2）
  2. 主問題の理解を促す問題（4題，A3～A6）
  3. 確認問題（2題，A7，A8）
- タイプB：領域と不等式の問題と累次積分の問題からなる教材
  1. 領域と不等式：主問題（2題，B1，B2）
  2. 領域と不等式：主問題の理解を促す問題（2題，B3，B4）
  3. 累次積分：B1，B2と同じ領域での問題（2題，B5，B6）
  4. 累次積分：確認問題（2題，B7，B8）

**A3**

領域  $D$  について考えます。  $x$  を  $0 \leq x \leq 1$  の範囲で1つ固定します。このとき、  $y$  の動く範囲は次のようになります。

$\leq y \leq$

問題1  に入れるものとして正しいものを (1-1) ~ (1-4) の中から選びなさい。  
 (1-1) 0                      (1-2) 1                      (1-3)  $x+1$                       (1-4)  $x-1$

問題2  に入れるものとして正しいものを (2-1) ~ (2-4) の中から選びなさい。  
 (2-1) 1                      (2-2) 2                      (2-3)  $x+1$                       (2-4)  $x-1$

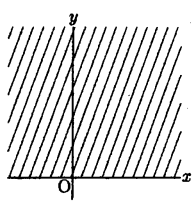
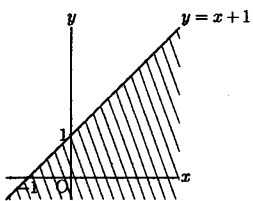
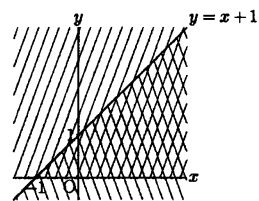
領域  $D$  において、最初に  $x$  を  $0 \leq x \leq 1$  の範囲で1つ固定し、  $y$  を動かして  $y$  について積分します。次に  $x$  を  $0 \leq x \leq 1$  の範囲で動かして  $x$  について積分します。

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_0^1 \left\{ \int_{\text{ウ}}^{\text{エ}} f(x, y) dy \right\} dx$$

問題3  に入れるものとして正しいものを (3-1) ~ (3-4) の中から選びなさい。  
 (3-1) 0                      (3-2) 1                      (3-3)  $x+1$                       (3-4)  $x-1$

問題4  に入れるものとして正しいものを (4-1) ~ (4-4) の中から選びなさい。  
 (4-1) 1                      (4-2) 2                      (4-3)  $x+1$                       (4-4)  $x-1$

**B3**

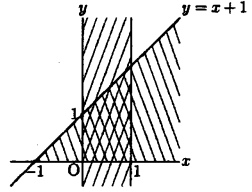
(1)  (2)  (3) 

問題 1 (1) の斜線部分の領域を表す不等式を (1-1) ~ (1-4) の中から選びなさい。  
 (1-1)  $x \geq 0$       (1-2)  $x \leq 0$       (1-3)  $y \geq 0$       (1-4)  $y \leq 0$

問題 2 (2) の斜線部分の領域を表す不等式を (2-1) ~ (2-4) の中から選びなさい。  
 (2-1)  $y \geq 1$       (2-2)  $y \leq 1$       (2-3)  $y \geq x + 1$       (2-4)  $y \leq x + 1$

問題 3 (1) と (2) の共通部分である (3) の斜線部分が重なっている領域を表す不等式を (3-1) ~ (3-4) の中から選びなさい。  
 (3-1)  $x \geq -1, y \geq 0$       (3-2)  $-1 \leq x \leq y - 1$       (3-3)  $0 \leq y \leq x - 1$       (3-4)  $0 \leq y \leq x + 1$

問題 4 (4) の斜線部分が重なっている領域を表す不等式を (4-1) ~ (4-4) の中から選びなさい。  
 (4-1)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$   
 (4-2)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$   
 (4-3)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x - 1$   
 (4-4)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x + 1$

(4) 

**A7 B7**

最初に  $y$  について積分し、次に  $x$  について積分します。

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_{\text{ア}}^{\text{イ}} \left\{ \int_{\text{ウ}}^{\text{エ}} f(x, y) dy \right\} dx$$

(\*) **ア** から **イ** は  $x$  の積分範囲です。

問題 1 **ア** に入れるものとして正しいものを (1-1) ~ (1-4) の中から選びなさい。  
 (1-1) 0      (1-2) 1      (1-3)  $y^2$       (1-4)  $\sqrt{y}$

問題 2 **イ** に入れるものとして正しいものを (2-1) ~ (2-4) の中から選びなさい。  
 (2-1) 0      (2-2) 1      (2-3)  $y^2$       (2-4)  $\sqrt{y}$

(\*) **ウ** から **エ** は  $y$  の積分範囲です。

問題 3 **ウ** に入れるものとして正しいものを (3-1) ~ (3-4) の中から選びなさい。  
 (3-1) 0      (3-2) 1      (3-3)  $x^2$       (3-4)  $\sqrt{x}$

問題 4 **エ** に入れるものとして正しいものを (4-1) ~ (4-4) の中から選びなさい。  
 (4-1) 0      (4-2) 1      (4-3)  $x^2$       (4-4)  $\sqrt{x}$

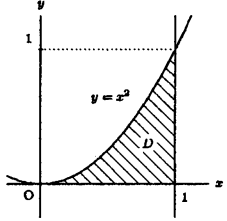


図 1 教材

タイプAは従来の教授方法に基づく教材であり、タイプBはこれまでとは異なるアプローチによる教材である。図1は教材の問題A3, B3, A7, B7である。A3, A4, B3, B4は理解を促す問題であり、教材の重要な部分である。確認問題のA7とB7、およびA8とB8はそれぞれ同一の問題であり、タイプAとタイプBの異なる教授方法による結果を比較する。

### 3 実験授業

実験授業を次のように実施した。

- 日時：2017年10月2日9時30分～10時20分
- 場所：福島工業高等専門学校 一般教室
- 教材：累次積分 タイプA, タイプB (各問題数8題)
- 対象：物質工学科4年35名
- 実験授業の流れ
  1. 各学生に教材(紙媒体)とCDCを配布
  2. 実験授業の説明(約2分)
  3. CDCの操作の説明と練習(約3分)
  4. 問題解答(1題の解答時間2分 合計16分)  
(\*) 教員の指示により、2分ごとにページをめくらせた。
  5. アンケート(2分)

タイプAとタイプBの教材を用いるため、事前に学生35名をA群18名とB群17名の2つの群に分けた。はじめに、第3学年後期の微積分IIAの成績順に上位グループ、中位グループ、下位グループの3グループに分けた。次に、各グループから半数の学生を無作為抽出し、A群の学生とした。残りの学生はB群とした。

学生はCDCを初めて使ったが、その操作の説明と練習は、数分で行うことができる。解答するとき用いるCDCは操作が簡単でありながら、必要な情報を得られることが大きな特徴である。また、コンピュータなどの設備備品に関する制約がなく、一般教室で使用することができる。したがって、実験授業を短時間に容易に実施することが可能である。

### 4 分析

CDCによって得られるデータは、学生の解答とその解答した時刻である。これらのデータをKeTCindyで取り込み、時系列の解答のグラフを作成する。図2は、今回の実験授業の結果のグラフである。青が正解、赤が不正解であり、図中の番号は小問番号を表す。

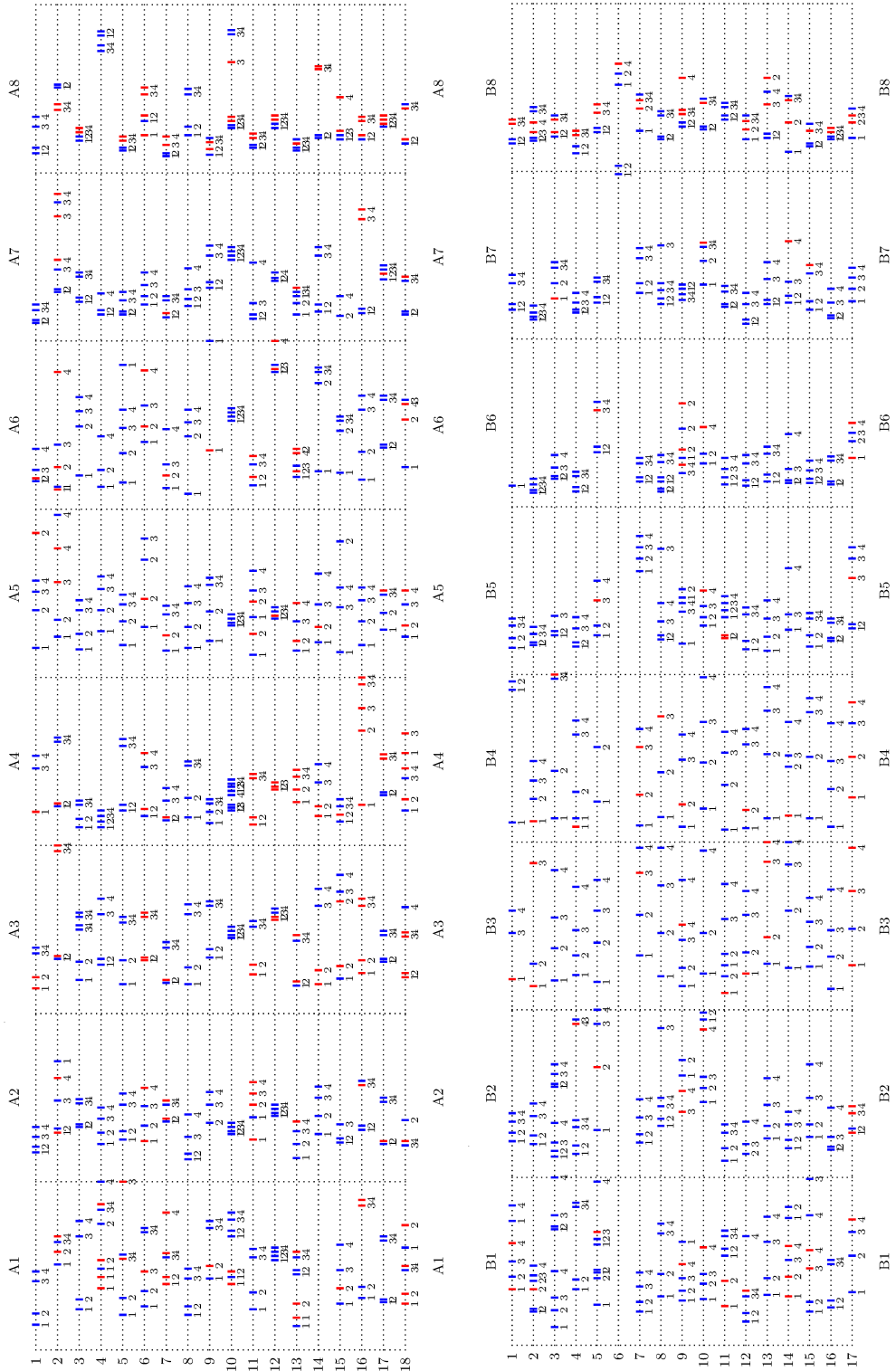


図2 解答の時系列のグラフ

確認問題の A7 と B7, および A8 と B8 の結果を比較する. 図 2 のグラフから, B 群では, B3 で時間をかけた思考をして, その結果として B5, B7 ではスムーズに解答し, 正解率が高くなっていることが分かる. 実際, A7 の正解率は, 50.0% であり, B7 の正解率は, 70.6% である. ただし, 小問 4 題をすべて正解のとき, A7, B7 をそれぞれ正解とした. 一方, A8, B8 は両方の実験群で正解率が低い. この問題では, 逆関数を求める箇所があり, そこが要因であると考えられる.

このように解答の時系列のグラフによって, 全体の解答の傾向, 思考の様子をはっきりと読み取ることができる.

## 5 まとめ

これまで 4 回の実験授業を行ったことによって, その実施方法が確立された. また, 前回の領域と不等式の教材による実験授業からグラフによる結果の視覚化が可能になった. さらに累次積分の教材による実験授業から教授方法の異なる教材の教育効果の比較, 検証方法が確立されつつある. 今回得られたデータは, 統計的分析をしていないため, その詳細な解析を行う.

今後は, 実験授業の実施方法, およびデータ分析の方法を得ることができたため, 学生の理解度が低い多くのテーマを扱っていく. そして, 学習者がどこでつまづくのかを特定し, 理解する過程を明らかにする. さらに教育効果の大きい新たな教授方法と教材作成方法を確立する.

### 謝辞

本研究は, 京都大学数理解析研究所共同事業「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」による成果である.

## 参考文献

- [1] K. Nishiura, S. Ouchi, K. Usui, Analysis of the Use of Teaching Materials Generated by KeTCindy as an Aid to the Understanding of Mathematics, Lecture Notes in Computer Science 10407, Springer Verlag, pp.216-227, 2017.