

# 多状態システムにおける重要度について

## Importance Measures of a Multi-state System

名古屋工業大学・大鑄史男  
Fumio Ohi

Emeritus Professor, Nagoya Institute of Technology

Abstract : In this paper, overviewing the previous studies of importance measure of components in a system, we show an idea how to define the measures in the case of general state spaces of the components and the system, which are not necessarily assumed to be ordered sets. These measures may be used for risk and safety analysis of big and complex real systems as nuclear power plants, complex information network systems and so on.

### 1 序

信頼性理論および工学の分野ではシステムを構成する部品の重要度について幾つかの概念が定義され、それらは原子炉の安全管理などに活用される [22]。重要度の議論は、部品やシステムの状態を故障と正常の二状態とする場合の Birnbaum の研究に始まる [3]。これに続き、Criticality 重要度 [4][6]、Fussel-Vesely の重要度 [7][23]、Risk-Achievement Worth [5] 等が提案されてきた。これらの重要度は、ある時間断面もしくは定常状態における部品の挙動に依拠した定義であり、時間推移に伴うダイナミックなものではない。このような時間発展を考慮したものとして、Barlow and Proschan 重要度 [2] が提案されているが、依然として二状態であり、また保全や修理が考慮されてものではない。これらの二状態システムにおける成果は [8] にまとめられている。又、二状態システムの基本的な概念については [1] を参照せよ。

一方で、実際のシステムや部品は故障と正常の二状態に峻別されるものではなく、多くの劣化状態が存在すると考えられ、多状態システムに関する研究が求められる。多状態システムの理論的な研究については、[14][15][16][17][18] を参照せよ。多状態システムにおける重要度については幾つかの議論が存在する [9][10][11][12][13]。本稿では、我々のこれまでの議論 [19][20][21] を全順序状態空間上で概観しながら、より一般的な枠組みの中での重要度の定義を試みる。

二状態システムでは、Birnbaum 重要度 [3] が最も基本的であり、臨界状態ベクトルの概念の上に定義される。他の重要度は Birnbaum 重要度を定義する際の条件を順次緩めていくことで定義され、この意味で重要度の概念全体が階層構造を大凡成していると考えることが出来る。

本稿では臨界状態ベクトルの拡張から Birnbaum 重要度の多状態への拡張に至る道筋を示した後に二状態での他の重要度の拡張について議論する。最後に、順序構造を用いない一般的な場合での重要度の議論について紹介し、ダイナミックな重要度についても触れる。

本稿では以下で定義されるシステムの概念を用いる。状態空間を全順序集合とすることで、議論の道筋が明確に見てとれる。

**定義 1.1** (システムの定義) システムとは、次の条件を満たす組  $(\Omega_C, S, \varphi)$  である。

- (i)  $C$  は空でない有限集合であり、システムを構成する部品の集合を意味する。部品を識別したい時には、 $C = \{1, 2, \dots, n\}$  と書き、この時  $n$  次のシステムと呼ぶ事がある。
- (ii)  $\Omega_i$  ( $i \in C$ ) と  $S$  は有限な全順序集合であり、それぞれ部品  $i \in C$  とシステムの状態空間を意味する。 $\Omega_C = \prod_{i \in C} \Omega_i$  は  $\Omega_i$  ( $i \in C$ ) の直積順序集合である。
- (iii)  $\varphi$  は  $\Omega_C$  から  $S$  への全射であり、構造関数と呼ばれる。

直積順序集合  $\Omega_C$  の要素  $\mathbf{x}$  を状態ベクトルと呼ぶが、一般的に  $\Omega_A$  ( $A \subseteq C$ ) の要素も同様に状態ベクトルと呼ぶ。  $\mathbf{x} \in \Omega_A$  は  $A$  の部品の状態の組を意味する。

$\Omega_i = \{0, 1\}$ ,  $i \in C$ ,  $S = \{0, 1\}$  である時、システムは二状態システムと呼ばれ、順序は  $0 < 1$  であるとする。  $0$  は故障状態を、  $1$  は正常状態を意味する。

順序はすべて共通の記号  $\leq$  で書き表す。 部品  $i$  の状態空間  $\Omega_i$  において、  $a, b \in \Omega_i$  が  $a < b$  を満たす時、状態  $a$  は  $b$  より悪いことを意味し、より劣化が進んだ状態であることを意味する。 システムの状態についても同様に理解できる。

**定義 1.2** システム  $(\Omega_C, S, \varphi)$  は、次の条件を満たす時単調システムと呼ばれる。

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Omega_C \text{ such that, } \varphi(\mathbf{x}) \leq \varphi(\mathbf{y})$$

単調システムは、部品が劣化することでシステムの状態がよくなることはないことを意味し、現実的な観点から自然な条件であると考えられる。

## 2 Notations

本稿ではシステム  $(\Omega_C, S, \varphi)$  につて、下記の記号を用いる。

(1) 2つの集合  $A, B$  に対して、  $A \times B$  は  $A$  と  $B$  の直積集合である。 部分集合  $M \subseteq C$  に対して  $\Omega_M = \prod_{i \in M} \Omega_i$  である。

(2) 要素  $\mathbf{x} \in \Omega_C$  は詳細に  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $x_i \in \Omega_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) とも書かれる。  $\mathbf{x} \in \Omega_C$  について、  $(u_i, \mathbf{x})$  ( $i \in C$ ) は  $\mathbf{x}$  の  $i$  番目の要素が  $u$  であることを意味する。 つまり、  $(u_i, \mathbf{x}) = (x_1, \dots, x_{i-1}, u, x_{i+1}, \dots, x_n)$ 。

(3)  $(\cdot, \mathbf{x})$  は、状態ベクトル  $\mathbf{x} \in \Omega_C$  から  $i$  番目の要素  $x_i$  を取り除くことで得られる  $\Omega_{C \setminus \{i\}}$  の要素を意味する。 さらに  $\Omega_{C \setminus \{i\}}$  の要素を意味するものとしても用いる。

(4) 任意に固定した  $(\cdot, \mathbf{x}) \in \Omega_{C \setminus \{i\}}$  に対して、  $\varphi(\cdot, \mathbf{x})$  は  $\Omega_i$  から  $S$  への写像と考えられる、つまり各  $k \in \Omega_i$  に対して  $\varphi(k, \mathbf{x})$  を対応づける。 従って、部分集合  $A \subseteq \Omega_i$  に対して  $\varphi(A, \mathbf{x})$  は  $A$  の  $\varphi(\cdot, \mathbf{x})$  に関する像集合であり、  $\varphi(A, \mathbf{x}) = \{ \varphi(a, \mathbf{x}) \mid a \in A \}$ 。

(5) 本稿では、順序は共通の記号  $\leq$  で書き表す。 一般的に順序集合  $W$  の要素  $x, y$  に対して、  $x < y$  は  $x \leq y$  であつ  $x \neq y$  であることを意味する。

$w \in W$  に対して  $(\leftarrow, w) = \{u : u \leq w\}$ ,  $(w, \rightarrow) = \{u : w \leq u\}$ 。

$A \subseteq W$  は次の条件を満たす時、上側単調集合であるという、  $a \in A$  and  $a \leq x \implies x \in A$ 。 一方、  $A^c$  が上側単調集合である時、  $A$  は下側単調集合であると言う。

$MI(A)$  と  $MA(A)$  はそれぞれ、  $A$  の極小元全体及び極大元全体の集合である。

(6) 任意の状態  $s \in S$  に対して  $\varphi^{-1}(s, \rightarrow) = \{\mathbf{x} \in \Omega_C : s \leq \varphi(\mathbf{x})\}$ ,  $\varphi^{-1}(\leftarrow, s) = \{\mathbf{x} \in \Omega_C : \varphi(\mathbf{x}) \leq s\}$ ,  $\varphi^{-1}(s) = \{\mathbf{x} \in \Omega_C : \varphi(\mathbf{x}) = s\}$ 。

(7)  $P$  が  $\Omega_C$  上の確率である時、  $P$  の  $\Omega_M$  ( $M \subseteq C$ ) への制限を  $P^M$  と書く。

## 3 二状態システムにおける重要度

### 3.1 Birnbaum 重要度

$(\Omega_C, S, \varphi)$  を二状態単調システムとする。 部品  $i$  の臨界状態ベクトル (critical state vector) とは

$$\varphi(1_i, \mathbf{x}) = 1, \quad \varphi(0_i, \mathbf{x}) = 0$$

を満たすような状態ベクトル  $(\cdot, \mathbf{x}) \in \Omega_{C \setminus \{i\}}$  である。  $i$  以外の部品の状態の組が  $(\cdot, \mathbf{x})$  である時、部品  $i$  の状態によってシステムの状態が  $0$  か  $1$  に決まってしまうような一つの状況 (環境) を意

味する。このような臨界状態ベクトル全体の集合を  $C_\varphi(i)$  と書く。

$$C_\varphi(i) = \{ (\cdot, \mathbf{x}) : \varphi(0_i, \mathbf{x}) = 0, \varphi(1_i, \mathbf{x}) = 1 \}.$$

事象  $C_\varphi(i)$  の発生頻度が高いと部品  $i$  がシステムの命運を握る場面が多いことを意味し、重要度は高いと言える。このような観点から定義された重要度が Birnbaum 重要度である。  $\mathbf{P}$  を  $\Omega_C$  上の確率とする。  $\mathbf{P}^{C \setminus \{i\}}$  は  $\Omega_{C \setminus \{i\}}$  上の確率であり、  $\mathbf{P}$  の制限である。

**定義 3.1**  $\mathbf{P}^{C \setminus \{i\}}$  ( $C_\varphi(i)$ ) を部品  $i$  の Birnbaum 重要度 (Birnbaum importance measure) と呼ぶ。

Birnbaum 重要度で考慮されない部品  $i$  やシステムの状態確率を組み込んだのが次の臨界重要度である。

**定義 3.2** 部品  $i$  の臨界重要度 (critical importance measure) は、以下の二通りに定義される。

$$\mathbf{P}(\{1_i\} \times C_\varphi(i) \mid \varphi = 1), \quad (1)$$

$$\mathbf{P}(\{0_i\} \times C_\varphi(i) \mid \varphi = 0). \quad (2)$$

例えば、(1) は、システムの正常状態が部品  $i$  の正常によって維持される条件付き確率である。

これらの重要度は、臨界状態ベクトルに基づいて定義されている。次の節ではこれらの臨界状態ベクトルの特徴付けを行い、他の重要度を派生させる。

### 3.2 臨界状態ベクトルの特徴付けと他の重要度

$(\cdot, \mathbf{x}) \in C_\varphi(i)$  に対して、  $\varphi(1_i, \mathbf{x}) = 1$ ,  $\varphi(0_i, \mathbf{x}) = 0$  であり、状態空間が有限な順序集合であることから

$$\exists (1_i, \mathbf{a}) \in MI(\varphi^{-1}(1)), \quad (1_i, \mathbf{a}) \leq (1_i, \mathbf{x}), \quad (3)$$

$$\exists (0_i, \mathbf{b}) \in MA(\varphi^{-1}(0)), \quad (0_i, \mathbf{x}) \leq (0_i, \mathbf{b}). \quad (4)$$

である。従って、臨界状態ベクトル全体の集合は次の定理の様に与えられる。

**定理 3.1** 臨界状態ベクトルは、次の様に定められる。

$$C_\varphi(i) = \{ (\cdot, \mathbf{x}) : \exists (1_i, \mathbf{a}) \in MI(\varphi^{-1}(1)), (1_i, \mathbf{a}) \leq (1_i, \mathbf{x}), \quad (5)$$

$$\exists (0_i, \mathbf{b}) \in MA(\varphi^{-1}(0)), (0_i, \mathbf{x}) \leq (0_i, \mathbf{b}) \}. \quad (6)$$

この特徴付けから、臨界状態ベクトルを極小及び極大状態ベクトルから導き出すためのアルゴリズムが構築できるが、ここでは省略する。

極大状態ベクトルと極小状態ベクトルとの絡みを取り除くことで、部品  $i$  に対して以下の様な臨界状態ベクトルに準じた状態ベクトルが定義出来る。

$$FV(i, 1) = \{ (1_i, \mathbf{x}) : \exists (1_i, \mathbf{a}) \in MI(\varphi^{-1}(1)), (1_i, \mathbf{a}) \leq (1_i, \mathbf{x}) \},$$

$$FV(i, 0) = \{ (0_i, \mathbf{x}) : \exists (0_i, \mathbf{b}) \in MA(\varphi^{-1}(0)), (0_i, \mathbf{x}) \leq (0_i, \mathbf{b}) \}.$$

これらの状態ベクトルを用いて、Fussel-Vesely 重度が定義され、原子炉の安全評価などに用いられる。

**定義 3.3** 部品  $i$  の Fussel-Vesely 重要度は、次の様に二通りの条件付き確率として定義される。

$$\mathbf{P}\{FV(i, 1) \mid \varphi = 1\}, \quad \mathbf{P}\{FV(i, 0) \mid \varphi = 0\}.$$

$(1_i, \mathbf{x}) \in FV(i, 1)$  の状態ベクトルは必ずしも臨界状態ベクトルでない事に注意する。つまり、この状態ベクトルについて  $\varphi(0_i, \mathbf{x}) = 0$  は必ずしも成立しない。  $\{1_i\} \times C_\varphi(i) \subseteq FV(i, 1)$  であることは明らかであるが、逆の包含関係は必ずしも成立しない。この意味で、 $FV(i, 1)$  は部品  $i$  の状態が 1 であることによってシステムの状態が 1 であると大凡言えるような場合を意味する。

さらに次の様な状態ベクトルを定義し、リスク増加価値が定義される。

$$\begin{aligned} R(i, 0) &= \{ (\cdot, \mathbf{x}) : \varphi(0_i, \mathbf{x}) = 0 \}, \\ AR(i, 0) &= \{ (0_i, \mathbf{x}) : \varphi(0_i, \mathbf{x}) = 0 \}. \end{aligned}$$

**定義 3.4** リスク増加価値 (risk achievement worth) は次の様に二通りに定義される。

$$\begin{aligned} IR(i, 0) &= \frac{P^{C \setminus \{i\}} \{R(i, 0)\}}{P\{\varphi = 0\}}, \\ IAR(i, 0) &= \frac{P\{AR(i, 0)\}}{P\{\varphi = 0\}} = P\{AR(i, 0) \mid \varphi = 0\}. \end{aligned}$$

$IR(i, 0)$  は条件付き確率の意味を持たないが<sup>3</sup>、 $IAR(i, 0)$  は条件付き確率の意味を持つ。しかし、 $AR(i, 0)$  の状態ベクトルは極小及び極大状態ベクトルとの絡みは取り除かれ、臨界性は意識されていないことに注意する。いずれの重要度も、システムの故障リスクが部品  $i$  の故障によってどの程度増える (減少する) か、その程度を表すものとして理解できる。システムの正常状態に注目して同様の量が定義される。

## 4 多状態システムにおける重要度

### 4.1 多状態 Birnbaum 重要度

$(\Omega_C, S, \varphi)$  を単調な多状態システムとする。二状態システムでの臨界状態ベクトルに対応するものとして、次の状態ベクトルの集合を定義する。部品  $i \in C$  の状態  $k \in \Omega_i$  とシステムの状態  $s \in S$  に対して、

$$\begin{aligned} C_\varphi(i, k : s) &= \{ (\cdot, \mathbf{x}) : \varphi([k, \rightarrow]_i, \mathbf{x}) \subseteq [s, \rightarrow), \\ &\quad \varphi((\leftarrow, k-1]_i, \mathbf{x}) \subseteq (\leftarrow, s-1] \} \end{aligned}$$

$i$  以外の部品の状態の組が  $(\cdot, \mathbf{x}) \in C_\varphi(i, k : s)$  である時、部品  $i$  の状態が  $k$  以上から  $k-1$  以下に推移することで、システムの状態が  $s$  以上から  $s-1$  以下に推移する。 $C_\varphi(i, k : s)$  は、システムの状態が  $s$  以上であるかそうでないかが部品  $i$  の状態が  $k$  以上であるかどうかによって決まるような臨界的な状態ベクトルの集まりを意味する。 $[k, \rightarrow)$  は上側単調集合であり、 $(\leftarrow, k-1] = [k, \rightarrow)^c$  は下側単調集合である。これらの一般的な概念を用いて、状態空間が半順序集合である時の臨界状態ベクトルが定義出来る。 $P$  を  $\Omega_C$  上の確率とする。

**定義 4.1** 部品  $i$  の多状態 Birnbaum 重要度は、状態  $k \in \Omega_i$ 、 $s \in S$  に対して次の様に定義される。

$$P(C_\varphi(i, k : s)).$$

$(i, k : s)$ -Birnbaum 重要度、 $(k : s)$ -重要度とも呼ぶ事がある。

二状態における臨界重要度は次の様にして多状態の場合に拡張される。意味は二状態の場合から敷衍して明らかである。

**定義 4.2** 部品  $i$  の多状態臨界重要度は次の様に二通りに定義される。

$$\begin{aligned} &P\{[k, \rightarrow]_i \times C_\varphi(i, k : s) \mid \varphi \geq s\}, \\ &P\{(\leftarrow, k-1]_i \times C_\varphi(i, k : s) \mid \varphi \leq s-1\}. \end{aligned}$$

## 4.2 多状態臨界状態ベクトルの特徴付け

部品  $i$  の  $(i, k : s)$  重要度の極小及び極大状態ベクトルによる特徴付けを行い、条件を緩めていくことで多状態での Fussel-Vesely 重要度、リスク増加価値を定義する。

**定理 4.1** 状態ベクトル  $(\cdot, \mathbf{x})$  が  $(i, k : s)$  臨界状態ベクトルであることについて次の同値関係が成立する。

$$(\cdot, \mathbf{x}) \in C_\varphi(i, k : s) \iff \begin{aligned} &\exists(k_i, \mathbf{a}) \in MI(\varphi^{-1}[s, \rightarrow]), (k_i, \mathbf{a}) \leq (k_i, \mathbf{x}), \\ &\exists((k-1)_i, \mathbf{b}) \in MA(\varphi^{-1}(\leftarrow, s-1]), ((k-1)_i, \mathbf{x}) \leq ((k-1)_i, \mathbf{b}). \end{aligned}$$

定理 4.1 を用いて、多状態での臨界状態ベクトルを極小及び極大状態ベクトルから定めるためのアルゴリズムが構成できる。

二状態の場合と同様にして、定理 4.1 での極大状態ベクトルや極小状態ベクトルによる条件を外すことで、多状態 Fussel-Vesely 重要度や多状態リスク増加価値を定義出来る。まず、次の様に置く。

$$\begin{aligned} FV(i, k : [s, \rightarrow)) &= \{(\cdot, \mathbf{x}) : \exists(k_i, \mathbf{a}) \in MI(\varphi^{-1}[s, \rightarrow]), (k_i, \mathbf{a}) \leq (k_i, \mathbf{x})\}, \\ FV(i, k : (\leftarrow, s]) &= \{(\cdot, \mathbf{x}) : \exists(k_i, \mathbf{b}) \in MA(\varphi^{-1}(\leftarrow, s]), (k_i, \mathbf{x}) \leq (k_i, \mathbf{b})\}. \end{aligned}$$

**定義 4.3** 多状態 Fussel-Vesely 重要度は次の様に二通りに定義される。

$$\begin{aligned} &\mathbf{P} \{ [k, \rightarrow)_i \times FV(i, k : [s, \rightarrow)) \mid \varphi \geq s \}, \\ &\mathbf{P} \{ (\leftarrow, k]_i \times FV(i, k : (\leftarrow, s]) \mid \varphi \geq s \}. \end{aligned}$$

$$(\cdot, \mathbf{x}) \in FV(i, k : [s, \rightarrow)) \implies \exists(k_i, \mathbf{a}) \in MI(\varphi^{-1}[s, \rightarrow]), (k_i, \mathbf{a}) \leq (k_i, \mathbf{x})$$

であるが<sup>3</sup>、 $\varphi((k-1)_i, \mathbf{x}) < s$  は必ずしも成立しない。二状態の場合と同様に臨界性が保証されないことに注意する。二状態システムでの Fussel-Vesely 重要度はモジュール分解について積の連鎖則が成立するが、多状態でのこの定義については必ずしも成立しない。

リスク増加価値については、次の様な直接的な拡張が考えられる。

$$k \in \Omega_i, s \in S, \frac{\mathbf{P} \{ (k_i, \mathbf{x}) : \varphi(k_i, \mathbf{x}) \leq s \}}{\mathbf{P} \{ \varphi \leq s \}}.$$

上式内の状態ベクトル  $(k_i, \mathbf{x})$  にはもはや臨界性のイメージはなく、何を定義したことになっているのかは明確ではない。Fussel-Vesely 重要度も含めて、基本に立ち戻って考える必要がある。これに対して、多状態 Birnbaum 重要度は臨界状態ベクトルと共にその意味は明確である。

## 5 状態空間に順序構造を仮定しない場合の重要度

### 5.1 $(i, A : U)$ 重要度の定義

順序構造に依拠せずに重要度を定義する。システム  $(\Omega_C, S, \varphi)$  の定義 1.1 に於いて  $\Omega_i$  ( $i \in C$ ) 及び  $S$  は単なる状態の集合であるとし、順序構造は仮定しない。 $\varphi$  は直積集合  $\Omega_C$  から  $S$  への全射である。 $A \subseteq \Omega_i$ ,  $U \subseteq S$  に対して、

$$C_\varphi(i, A; U) = \{ (\cdot, \mathbf{x}) \mid \varphi(A_i, \mathbf{x}) \subseteq U, \varphi(A_i^c, \mathbf{x}) \subseteq U^c \}$$

とする。これは二状態及び多状態臨界状態ベクトルの集合に対応するものである。部品  $i$  の状態が  $A$  から  $A^c$  に推移した時にシステムの状態が  $U$  から  $U^c$  に推移する様な状態ベクトルの集まりである。  $\mathbf{P}$  を  $\Omega_C$  上の確率として、

$$\mathbf{P}^{C \setminus \{i\}} \{C_\varphi(i, A; U)\}, \mathbf{P} \{A \times C_\varphi(i, A; U) \mid \varphi^{-1}(U)\}, \mathbf{P} \{A^c \times C_\varphi(i, A; U) \mid \varphi^{-1}(U^c)\}$$

のそれぞれが、多状態 Birnbaum 重要度、多状態臨界重要度の一般化になる。部品  $i$  の状態の集まり  $A$  がシステムの状態の集まり  $U$  へ寄与する度合いを意味する。この意味で、  $(i, A : U)$  重要度、  $(i, A : U)$  臨界重要度等と呼ぶ。

## 5.2 ダイナミックな重要度の定義

前節で述べた、順序構造を考慮しないシステム  $(\Omega_C, S, \varphi)$  を考える。  $\{X_i(t), t \geq 0\}$  ( $i \in C$ ) を  $\Omega_i$  の値を取る確率過程とする。部品  $i$  の確率的な変動を意味する。システムの確率的なダイナミクスは  $\{\varphi(\mathbf{X}(t)), t \geq 0\}$  で定められる。ここで  $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), \dots, X_n(t))$  である。

$A \subseteq \Omega_i, U \subseteq S$  の部分集合に対して、  $T_j^{i,A}$  を  $\{X_i(t), t \geq 0\}$  の  $j$  回目の  $A$  からの脱出時刻とする。事象

$$\left\{ \left( \cdot, \mathbf{X} \left( T_j^{i,A} \right) \right) \in C_\varphi(i, A; U) \right\}$$

は、部品  $i$  が  $j$  回目に  $A$  から脱出した時、システムが  $U$  から  $U^c$  に推移する事象である。

$N_U^{i,A}(t)$  : 時間区間  $[0, t]$  内に部品  $i$  が  $A$  から  $A^c$  に推移した回数、

$N_U^{i,A}(t)$  : 時間区間  $[0, t]$  内に部品  $i$  が  $A$  から  $A^c$  に推移することによってシステムが  $U$  から  $U^c$  に推移した回数、

$N_U^i(t)$  : 時間区間  $[0, t]$  内に部品  $i$  の推移によってシステムが  $U$  から  $U^c$  に推移した回数、  
とすると

$$N_U^{i,A}(t) = \sum_{j=1}^{N_U^{i,A}(t)} I_{C_\varphi(i, A; U)} \left( \left( \cdot, \mathbf{X} \left( T_j^{i,A} \right) \right) \right) = \int_0^t I_{C_\varphi(i, A; U)} \left( \left( \cdot, \mathbf{X}(u) \right) \right) dN_U^{i,A}(u),$$

$$N_U^i(t) = \sum_{A \subseteq \Omega_i} N_U^{i,A}(t).$$

である。システムの状態推移を、システムの変化と理解すると、  $N_U^i(t)$  は時間区間  $[0, t]$  においてシステムの  $U$  から  $U^c$  への変化に部品  $i$  の状態変化が寄与した回数を意味し、この量が大きいほど部品  $i$  の重要度が高いと考えられる。もしくは  $N_U^i(t) / \sum_{j \in C} N_U^j(t)$  の様な量を考えることが出来る。さらに  $t \rightarrow \infty$  とした時の様々な極限的な量や期待値を取ったものが考えられ、部品のシステム内における重要度を意味することになる。

ここでの議論には状態空間に構造を仮定していないため、修理や保全を考慮した場合にもなる。詳細な議論は今後の課題とするが、特に  $\{\mathbf{X}(t), t \geq 0\}$  がマルコフ過程の場合、これらの量がどのような関係にあるかが興味深い。

## References

- [1] R.E.Barlow and F.Proshan, *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, HOLT, Rinehart and Winston, New York, 1975.
- [2] R.E.Barlow and F.Proshan, Importance of system components and fault tree events, *Stochastic Processes and their Applications*, **3**(1974b), pp.153-173.
- [3] Z.B.Birnbaum, On the importance of different components in a multicomponent system, *Technical Report of University of Washington*, (1968),No.54.

- [4] S.Bisanovic, M.Hajro and M.Samardzic, Component criticality importance measures in thermal power plants design, *International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering* , **7**(2013), No.3, pp.332-337.
- [5] M.C.Cheok, G.W.Parry and R.R.Sherry, Use of importance measures in risk-informed regulatory applications, *Reliability Engineering and System Safety*, **60**(1998), pp.213-226.
- [6] J. Espiritu, D.Coit, and U.Prakash, Component criticality importance measures for the power industry, *Electric Power Systems Research*, **77**(2007), pp.407-420.
- [7] J.B.Fussel, How to hand calculate system reliability and safety characteristics, *IEEE Transactions on Reliability*, **R-24(3)**(1975), pp.69-174.
- [8] W.Kuo, and X.Zhu, Importance Measures in Reliability, Risk, and Optimisation, Principles and Applications, *John Wiley and Sons, Ltd, Publication*, 2012.
- [9] G.Levitin, and A.Lisnianski, Importance and sensitivity analysis of multi-state systems using the universal generating function method, *Reliability Engineering and System Safety*, **65**(1999), pp.271-282.
- [10] A.Lisnianski and G.Levitin, *Multi-State Systems Reliability. Assessment, Optimization and Applications*, World Scientific, 2003.
- [11] G.Levitin, L.Podofilini, and E.Zio, Generalised importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions, *Reliability Engineering and System Safety*, **82**(2003), pp.287-298.
- [12] A.Lisnianski, I.Frenkel and Y.Ding, *Multi-state System Reliability Analysis and Optimization for Engineers and Industrial Managers*, Springer. 2010.
- [13] B.Natvig, *Multistate Systems Reliability Theory with Applications*, Wiley, 2011.
- [14] F.Ohi and T.Nishida, Generalized multistate coherent systems, *J. Japan Statist. Soc.*, **13**(1983), pp.165-181.
- [15] F.Ohi and T.Nishida, On multistate coherent systems, *IEEE Transactions on Reliability*, **R-33**(1984), pp.284-288.
- [16] F.Ohi, Steady-state bounds for multi-state systems' reliability via modular decompositions, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Wiley Online Library, **13**(2014), pp.307-324.
- [17] F.Ohi, Decomposition of a multi-state system by series systems, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **59**(2016), pp.291-311.
- [18] F.Ohi, Stochastic evaluation methods of a multi-state system via a modular decomposition, *Journal of Computational Science*, **17**(2016), pp.156-169.
- [19] Stochastic Formulations of Importance Measures and Their Extensions to Multi-State Systems, in *Proceeding of APIEMS2016*, Paper ID 0072.
- [20] F.Ohi, Importance Measures for a Binary State System, in *Reliability Modeling with Computer and Maintenance Applications*, World Scientific, 2017, 103-138.
- [21] F.Ohi, Stochastic Dynamical Importance Measures of a Multi-state Systems, in *Proceeding of MMR2017*, Paper ID sybm69.
- [22] Y. Shimada, A probabilistic safety assessment approach toward Identification of Information on safety significant adverse events at overseas nuclear power plants, *INSS journal* **11**(2004), pp.87-94.
- [23] W. E. Vesely, T.C. Davis, R.S.Denning and N. Saltos, Measures of Risk Importance And Their Applications, NUREG/CR-3385, BMI-2103, RX,(1385).

Fumio Ohi

Professor Emeritus, Nagoya Institute of Technology

E-mail address: eyi06043@nitech.jp