

弱い不安定成層を伴う乱流境界層における運動量輸送のスケール

気象研究所 水野 吉規, 八木 俊政, 森 一安

Yoshinori Mizuno, Toshimasa Yagi and Kazuyasu Mori

Meteorological Research Institute

1 はじめに

せん断と浮力の効果が共存する乱流は気象学や工学の分野において典型的に現れる。そのため、その理解は乱流モデルの構築や熱交換器など機械の設計において重要である。しかし、どちらか一方の効果のみが存在する場合（中立の乱流境界層、あるいは、Rayleigh-Benard 対流）に比べると、両者が共存する場合についての研究はそれほど進んでいないと思われる。

固体壁面近傍のせん断と浮力の効果が共存する乱流に対しては、次に述べる Monin-Obukhov の相似則（MO 則）がよく知られている [1]。この相似則は壁面近傍の乱流のモデリングにおいて重要な役割を果たしているが、その適用範囲や有効性に関する議論は現在も継続して行われている。特に成層が不安定な場合には、浮力の効果が乱流生成や熱や運動量の輸送を促進するが、これに寄与する乱流構造が Monin-Obukhov の枠組みでは記述されないことが古くから指摘されている。しかし、その詳細はいまだによく理解されておらず MO 則に代わる有用な法則が提案されるには至っていない。

ここでは、風洞実験により得られた不安定成層を伴う乱流境界層における運動量輸送のコスプレットの解析結果を紹介し、MO 則の破れについて述べる。

1.1 Monin-Obukhov の相似則

以下では、水平な固体床面上に形成される乱流境界層を考える。流れ方向に x 軸、鉛直方向に z 軸をとり、床面の高さを $z = 0$ とし、上向きを正とする。床面は流体よりも温度が高く、定常的に床面から流体への熱輸送が存在するものとし、これによって z 方向に不安定な温度成層が形成されているとする。乱流場は統計的に定常であると仮定し、 x 方向の平均流速を $U(z)$ とする。また、 x, z 方向の速度の変動成分をそれぞれ u, w とし、上付きの $\bar{\cdot}$ は平均を表すこととする。

粘性の効果が無視できる程度に床面から遠く、かつ、境界層の厚さに比べると十分に床面に近い中間的な領域において、平均速度勾配 dU/dz は、流体の密度 ρ 、高さ z 、床面における平均せん断応力 τ_0 、床面における平均温度フラックス Q_0 、浮力の強さを示すパラメータ $g/\bar{\Theta}$ の関数として与えられと仮定する。すなわち、

$$\frac{dU}{dz} = f(\rho, z, \tau_0, Q_0, g/\bar{\Theta}). \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\Theta}$ は境界層内の流体の代表温度、 g は重力加速度である。式 (1) は、II-定理 (例えば、文献 [2] を参照) により、以下のように書き換えることができる。

$$\frac{z}{u_*} \frac{dU}{dz} = \frac{1}{\kappa} \phi\left(\frac{z}{L}\right). \quad (2)$$

ここで、 ϕ は未知関数で、シアー関数と呼ばれる。 κ は Kármán 定数、 $u_* \equiv \sqrt{\tau_0/\rho}$ は摩擦速度、 $L \equiv -u_*^3 \bar{\Theta} / \kappa g Q_0$ は Obukhov 長である。式 (2) は、無次元化された平均速度勾配が無次元パラメータ z/L の関数として表されることを示している。 z/L は局所的な成層の安定度を表し、 $z/L = 0$ が中立、 $z/L > 0$ が安定、 $z/L < 0$ が不安定な場合に対応する。大気境界層の接地層（地表面から数十 m の範

図)において、実際に相似則 (2) が見出されており、 ϕ の経験式も提案されている [3]. 一般に、上に挙げた物理量によって無次元化された統計量が z/L の関数として与えられる相似則を Monin-Obukhov の相似則という。成層が不安定な場合、鉛直方向速度 w の標準偏差に対してこの相似則は成り立つが、流れ方向速度 u に対しては成り立たないことが、大気観測データによって示されている [4, 5]. u に対する MO 則に代わる相似則として、 δ/L をパラメータとするもの [5] (ここで、 δ は境界層厚さ)、 z/L と δ/L の両方をパラメータとするもの [6] などが提案されている。いずれにおいても、大域的な長さスケール δ を導入する理由として、 u に対する δ 程度の大きな乱流構造の寄与が無視できないことが挙げられる [6]. ただし、中立の場合においても attached eddies の寄与により分散が対数則 $\overline{u^2}/u_*^2 \propto \log(\delta/z)$ に従うことはよく知られているので [7], MO 則が成り立たないことが必ずしも成層の影響に起因するとは限らない。

1.2 スペクトルに対する相似則

スペクトルに対する相似則についても古くから議論がある [8]. 流れ方向の波数 k の関数として速度の変動成分のスペクトル $\Phi(k)$ が、前節と同様に、

$$\Phi = g(k, \rho, z, \tau_0, Q_0, g/\Theta), \quad (3)$$

と表されると仮定する。これに Π -定理を適用すると、

$$\frac{k\Phi}{u_*^2} = kz\psi\left(kz, \frac{z}{L}\right) = \Psi\left(kz, \frac{z}{L}\right), \quad (4)$$

が得られる。ここで、 ψ は未知関数である (したがって、 $\Psi = kz\psi$ も未知)。相似則 (4) は、波数で重み付けした無次元スペクトル $k\Phi/u_*^2$ が無次元波数 kz と z/L によって記述されることを示している。ただし、MO 則では乱れの特徴的な長さスケールが z で与えられることを前提としているので、相似則 (4) が成り立つとしても $kz = O(1)$, すなわちエネルギー保有領域の範囲に限られる。

成層が不安定な場合、 uw のコスペクトルに対して MO 則が成り立たないことが指摘されているが [8], その原因としては、やはり大規模な乱流構造が運動量の輸送に寄与していることが考えられる [9]. エネルギー保有領域における乱れの構造とその輸送への寄与について、大気観測データには限界があるため、今日では直接数値計算 (DNS) を用いた研究もあるが [10, 11], 達成できる Reynolds 数は依然として低い。ある程度高い Reynolds 数を達成でき、かつ、よく制御された環境下でのデータの取得が可能な風洞実験はこれらに代わる有効な手段である。

2 風洞実験

実験は気象研究所の大型風洞施設において実施された。風洞における測定胴の全長は 18 m で、その断面は幅 3 m, 高さ 2 m で一定である。測定胴の上流側 4 m の位置から、スパン方向に平行な直径 3 mm の針金が流れ方向に 10 cm 間隔で床面に配置され、粗面が形成されている。この風洞では測定胴への空気の流入速度と測定胴床面の温度を調節できるため、自由流れ速度 U_∞ , 空気と床面の温度差 $\Delta\Theta$ を制御パラメータとして、異なる不安定度をもつ境界層の実験を実施した。

最も上流側の針金から 18 m 下流の位置における流れ方向および鉛直方向の風速をレーザドップラー流速計 (LDV, Dantec model F60 with 60X17) により測定した。また、床面における熱流束は床面に設置した熱流板 (江藤電気 熱流センサー M55A) によって測定した。各境界層のパラメータを表 1 に示す。ここで、 δ は平均流速が U_∞ の 99% になる高さとして定義された境界層厚さである。また、表中に示す δ/L の値は境界層のグローバルな安定度の指標を与えるものと考えられる。

一点統計の鉛直分布を得るために、いくつかの高さにおいて流れ方向および鉛直方向の風速を 500 s ずつ測定した。また、 $z/\delta = 0.12, 0.18$ のそれぞれの高さにおける全長 9600 s の時系列を用いて、

	U_∞ [m/s]	$\Delta\Theta$ [K]	u_* [m/s]	δ [m]	Re_τ	$-\delta/L$
N ×	2.08	0	0.0873	0.409	2380	—
U1 ◆	3.10	9.9	0.136	0.419	4020	0.224
U2 ■	3.11	19.8	0.145	0.456	4640	0.427
U3 ▲	2.08	19.9	0.102	0.523	3760	1.27
U4 ●	1.56	19.8	0.0840	0.644	3810	2.72

表 1: 実験パラメータ。ここで、 U_∞ は自由流速さ、 $\Delta\Theta$ は床面から十分遠方の空気と床面との温度差、 u_* は摩擦速度、 δ は境界層厚さ、 Re_τ は摩擦 Reynolds 数、 L は Obukhov 長。

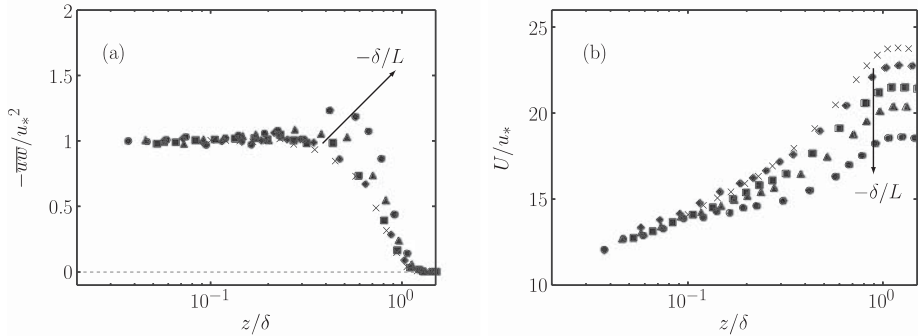


図 1: (a) 平均運動量輸送 \overline{uw} , (b) 平均流速 U の鉛直分布。記号は表 1 を参照。

Taylor 仮説により 2 点相関を得た。スペクトルはこれを Fourier 変換して求めた。LDV の特性上、流れ方向と鉛直方向の風速の測定時刻は異なるため、これらを同期させるために線形補間によるリサンプリングを行った。平均測定間隔を Δt とすると、リサンプリングの周波数は $1/2\Delta t$ とした。空間解像度 Δx は、 U_∞ , z に依存するが、今回の実験で最も粗いものが $\Delta x/z \approx 9.4 \times 10^{-2}$ であった。したがって、今回の対象であるエネルギー保有領域は十分に解像できていると考えられる。

3 結果

3.1 一点統計

図 1(a) は平均運動量輸送 \overline{uw} の鉛直分布を示す。床面近傍において \overline{uw} が一定の領域がいずれの系にも存在しており、この領域において先に述べた相似則が成り立つことが期待される。これは中立の境界層における対数層に相当し、その上限は概ね $z/\delta = 0.2$ 程度であるとみられる。摩擦速度はこの領域における \overline{uw} の値を用いて、 $u_* = \sqrt{-\overline{uw}}$ として求めた。最も不安定な境界層である U4 における $-\delta/L$ の上限は 0.5 程度であるので、今回実験を実施したいずれの境界層においても、浮力の効果はせん断の効果に比べると小さいといえる。一方で、外層では不安定度の増加に伴い運動量輸送が顕著に促進される様子もわかる。

図 1(b) に平均速度 U の鉛直分布を示す。高さ z が十分に小さいと z/L も小さくなるので、平均速度勾配は中立の場合に一致する。 $-\delta/L$ が大きい系から順に、 z の増加に伴って速度勾配が中立のそれから外れていく様子がわかる。

3.2 コスペクトル

図 2 に床面からの高さ $z/\delta = 0.12, 0.18$ における uw のコスペクトル $\Phi_{uw}(k)$ を示す。成層の影

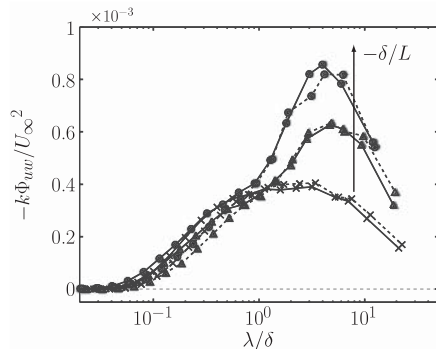


図 2: 波数で重み付けした uw のコスペクトル, $-k\Phi_{uw}$. 横軸は δ で無次元化された流れ方向の波長 $\lambda \equiv 2\pi/k$. 実線, $z = 0.12\delta$; 破線, 0.18δ . 記号は表 1 を参照.

響をみるために、長さや速さのスケールとして δ と U_∞ を用いた。これは、境界層全体のせん断速度 U_∞/δ を 1 に規格化した上で異なる不安定度をもつ系を比較することを意図している。この図から、浮力の効果によって大スケールの運動量輸送が促進され、不安定度 $-\delta/L$ の増加とともにそれが強くなるのがわかる。ただし、成層の影響は大きなスケールに限られ、比較的小さなスケールではいずれの系のスペクトルも中立の場合とあまり変わらない。また、浮力の効果によって現れる大スケールの運動量輸送の特徴的な長さや強さは、高さ z に依存しない。さらに、その長さは成層の不安定度 $-\delta/L$ にも依存せず、およそ 4δ であることもわかる。ここでは陽に示さないが、 U_∞ で無次元化した大スケールの輸送量 (例えば、 $\lambda > \delta$ の範囲でコスペクトルを積分した輸送量) は系の不安定度 $-\delta/L$ とともに線形的に増加することも確認した。

以上のことは、浮力の効果によって現れる大スケールの運動量輸送が、 kz と z/L をパラメータとする MO 則 (4) とは異なり、 $k\delta$ と δ/L によって記述されることを示している。実験 [12] や DNS [10] によって、不安定成層を伴う壁乱流では流れ方向に引き伸ばされた渦構造が現れ、流れ方向の大きなスケールにおいて u と w が強い相関を持つことが示されている。今回観察された大スケールの運動量輸送の増加はこのような構造からの寄与によるものと考えられる。

4 結論

不安定成層を伴う乱流境界層における運動量輸送 uw のコスペクトルを風洞実験によって調査し、以下のことがわかった。

- 浮力の効果により大スケールにおける輸送が促進される。
- この大スケールの輸送の特徴的な長さや強さは高さに依存しない。流れ方向の特徴的な長さは、およそ 4δ である。
- uw のコスペクトルは、大スケールでは MO 則には従わず、 $k\delta$ と δ/L によって記述される。

参考文献

- [1] Monin, A. S. and Obukhov, A. M., “Basic laws of turbulent mixing in the atmosphere near the ground”, Trudy geofiz. inst. AN SSSR 24 (1954), pp. 163–187.
- [2] Barenblatt, G. I., *Scaling*, Cambridge University Press (2003).

- [3] Businger, J. A. *et al.*, “Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer”, *J. Atmos. Sci.* 28 (1971), pp. 181-189.
- [4] Wyngaard, J. C., “On surface-layer turbulence”, *Workshop on Micrometeorology*, A. Venkatram and J. C. Wyngaard, eds., American Meteorological Society (1973), pp. 101-149.
- [5] Panofsky, H. A. *et al.*, “The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions”, *Boundary-Layer Meteorol.* 11 (1977), pp.355-361.
- [6] Banerjee, T. *et al.*, “Revisiting the formulations for the longitudinal velocity variance in the unstable atmospheric surface layer”, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 141 (2015), pp.1699-1711.
- [7] Townsend, A. A., *The structure of turbulent shear flow*, Cambridge University Press (1976).
- [8] Kaimal, J. C. *et al.*, “Spectral characteristics of surface-layer turbulence”, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 98 (1972), pp. 563-589.
- [9] Wilczak, J. M. and Tillman, J. E., “The three-dimensional structure of convection in the atmospheric surface layer”, *J. Atmos. Sci* 37, (1980), pp. 2424-2443.
- [10] Pirozzoli, S. *et al.*, “Mixed convection in turbulent channels with unstable stratification”, *J. Fluid Mech.* 821 (2017), pp. 482-516.
- [11] McColl, K. A. *et al.*, “Role of Large eddies in the breakdown of the Reynolds analogy in an idealized mildly unstable atmospheric surface layer”, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 143, (2017), pp.2182-2197.
- [12] Fukui, K. *et al.*, “Coherent structure of turbulent longitudinal vortices in unstably-stratified turbulent flow”, *Intl J. Heat Mass Transfer* 34 (1991), pp.2373-2385.