

ソフトウェア開発管理のための CES 型テスト時間関数に基づく 2変量ソフトウェア信頼性モデル

Software Reliability Model Based on the CES Type Testing-Time Function for Development Management

南野 友香 (Yuka Minamino)[†] 井上 真二 (Shinji Inoue)[‡] 山田 茂 (Shigeru Yamada)[†]

[†] 鳥取大学大学院・工学研究科 (Graduate School of Engineering, Tottori University)

[‡] 関西大学・総合情報学部 (Faculty of Informatics, Kansai University)

1 はじめに

ソフトウェア信頼度成長要因であるテスト時間要因とテスト労力要因を同時に考慮するため、コブ・ダグラス型関数をテスト時間関数として適用した2変量ソフトウェア信頼度成長モデル (SRGM: software reliability growth model) が多く議論されている [3-7]。コブ・ダグラス型関数は、非常にシンプルで扱いやすい関数形であり、経済学においては生産関数や効用関数として用いられることが多い。そのため、テスト時間関数としてだけではなく、経済学的な観点からコブ・ダグラス型関数を適用することで、代替の弾力性を考慮することができる。代替の弾力性とは、一定のソフトウェア信頼度成長を維持するために、ある信頼度成長要因を他の信頼度成長要因によって代替することの容易さを示す尺度である。例えば、テスト工程において十分なテスト時間を確保できない場合、それを補うためのテスト労力が確保されていれば、ある程度のソフトウェア信頼度成長を観測することは可能である。一方で、テスト時間をテスト労力で代替すればするほど、代替に必要なテスト労力量が増加していくと考えられるため、代替を長期的に継続することは困難である。そのため、信頼度成長要因間で代替を行った場合、ソフトウェア信頼度成長を維持することはどの程度可能であるかを明らかにする必要がある。

通常、ある信頼度成長要因の単位当たりのコストが増加した場合、代替の弾力性が小さいと、別の信頼度成長要因への代替をそれほど進めることができず、総テストコストに占める当該信頼度成長要因の比率は増加する。反対に、代替の弾力性が大きい場合は、総テストコストに占める当該信頼度成長要因の比率は減少する。総テストコストに占める当該信頼度成長要因の比率が不変の場合は、代替の弾力性は1である。これは、コブ・ダグラス型関数が有する特徴として知られている。しかしながら、実際のテスト工程を考慮する場合、常に代替の弾力性が1であることは厳しい仮定であると考えられる。

そこで、本研究では、コブ・ダグラス型関数よりも制約が緩和され、代替の弾力性が1以外の一一定の値をとることができるCES (constant elasticity of substitution) 型関数 [1] を適用する。CES型関数は、コブ・ダグラス型関数を含む種々の生産関数を一般化した関数である。具体的には、先行研究 [5] と同様に、信頼度成長要因としてのテスト時間をテスト時間要因とテスト労力要因に大別し、これらの関係性をCES型関数により表現する。これをCES型テスト時間関数として定義し、1変量ワイブル型モデルを2変量ワイブル型モデルとして拡張する。その後、実測データを用いて、代替の弾力性を導出するための代替パラメータ、信頼度成長パラメータ、各信頼度成長要因の影響度合いを表す分配パラメータを推定する。また、予算内で最も効率よくフォールトを発見するために、2変量ワイブル型モデルに基づく最適化 (最大化) 問題を解く。これにより、各信頼度成長要因の最適解が導出されるため、これらの最適解を2変量ワイブル型モデルに組み込むことにより、予算制約を考慮した2変量ワイブル型モデルを構築する。最後に、感度分析を行うことで、テスト工程の進捗状

況および信頼性を考慮する。

2 CES 型テスト時間関数に基づく 2 変量ワイブル型モデル

2.1 1 変量ワイブル型モデル

$\{N(t), t \geq 0\}$ を任意のテスト時刻 t までに発見された総フォールト数を表す確率過程とする。このとき、フォールト発見事象は非同次ポアソン過程 (NHPP: nonhomogeneous Poisson process) [2] により次式で表される。

$$\begin{aligned} \Pr\{N(t) = n\} &= \frac{\{H(t)\}^n}{n!} \exp[-H(t)] & (n = 0, 1, 2, \dots), \\ h(t) &= \int_0^t h(x) dx. \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) の $H(t)$ は平均値関数と呼ばれ、時刻 t までに発見された総期待フォールト数を表す。また、 $h(t)$ は強度関数であり、単位時間当たりに発見されるフォールト数、つまり瞬間フォールト発見率を表す。式 (1) における平均値関数が次式のとき、ワイブル型モデル [5] と呼ばれる。

$$\begin{aligned} H(t) &= \gamma(t) \\ &= \left(\frac{t}{\rho}\right)^\beta & (0 < \beta < 1, \rho > 0). \end{aligned} \quad (2)$$

式 (2) において、 β は信頼度成長パラメータ、 ρ は尺度パラメータを表す。ワイブル型モデルは、関数の構造上 $\gamma(0) = 0$ および $\gamma(\infty) = \infty$ である。したがって、テスト時間が長ければ長いほど、フォールトは上限なく発見されることを意味している。これは、フォールトのデバッグ作業により、新たにフォールトが混入することを仮定していることになる。

2.2 2 変量ワイブル型モデル

$\{N(s, u), s \geq 0, u \geq 0\}$ を次式で与えられる任意のテスト時刻 (テスト時間要因) s およびテスト労力量 (テスト労力要因) u までに発見された総フォールト数を表す 2 変量確率過程とする。また、 $N(s, u)$ に対して、式 (2) を拡張した以下の 2 次元 NHPP を仮定する。

$$\begin{aligned} \Pr\{N(s, u) = n\} &= \frac{\{H(s, u)\}^n}{n!} \exp[-H(s, u)], \\ h(s, u) &= \int_0^s \int_0^u h(x, z) dx dz. \end{aligned} \quad (3)$$

式 (3) において、 $H(s, u)$ は 2 次元 NHPP の平均値関数、 $h(s, u)$ は強度関数である。先行研究では、コブ・ダグラス型関数を用いて、次式のように拡張している [5]。

$$\begin{aligned} H(t) &= \gamma(s, u) \\ &= \left(\frac{s^\alpha u^{1-\alpha}}{\rho}\right)^\beta & (0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, \rho > 0). \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) において、 α はソフトウェア信頼度成長要因の影響度合いを表す分配パラメータである。式 (4) は、 $\alpha = 0$ のときに $\gamma(s, u) = (\frac{u}{\rho})^\beta$ となり、テスト労力のみ依存するモデルとなる。また、 $\alpha = 1$ のときに $\gamma(s, u) = (\frac{s}{\rho})^\beta$ となり、1 変量ワイブル型モデルと本質的に等価となる。

3 提案モデル

本研究では、信頼度成長要因としてのテスト時間を次式で表される CES 型関数 [1] で表現する。

$$t \equiv (\alpha s^{-\delta} + (1 - \alpha)u^{-\delta})^{-\frac{1}{\delta}} \quad (\delta \geq -1). \quad (5)$$

ここで、 δ は代替パラメータである。また、テスト時間要因はカレンダー時間（日、週等）、テスト労力要因は CPU 時間、工数、テスト網羅度、実行されたテストケース数等であるとする。さらに、CES 型関数は、1 次同次の線形関数、コブ・ダグラス型関数、およびレオンチェフ型関数を含んで一般化された関数であり、代替パラメータにおいて次の関係が成り立つ。

- (1) $\delta \rightarrow -1$ のとき、1 次同次の線形関数となる。
- (2) $\delta \rightarrow 0$ のとき、コブ・ダグラス型関数となる。
- (3) $\delta \rightarrow \infty$ のとき、レオンチェフ型関数となる。

代替の弾力性は代替パラメータを用いて次式のように表される。

$$e = \frac{1}{1 + \delta}. \quad (6)$$

先行研究 [5] と同様に、2 変量確率過程を仮定する。以上より、1 変量ワイブル型モデルに CES 型テスト時間関数を適用し、変形すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} H(s, u) &= \gamma(s, u) \\ &= \left[\frac{(\alpha s^{-\delta} + (1 - \alpha)u^{-\delta})^{-\frac{1}{\delta}}}{\rho} \right]^{\beta} \\ &= \rho^{-\beta} (\alpha s^{-\delta} + (1 - \alpha)u^{-\delta})^{-\frac{\beta}{\delta}} \\ &= c (\alpha s^{-\delta} + (1 - \alpha)u^{-\delta})^{-\frac{\beta}{\delta}}. \end{aligned} \quad (7)$$

$\rho^{-\beta}$ を尺度パラメータ c として書き換えると、 β によりテストの規模を考慮した CES 型関数と本質的に等価となる。テストの規模とは、テスト時間要因やテスト労力要因の投入規模を拡大したときに、フォールトの発見効率が促進されるかどうかの程度を表す。つまり、経済学の観点から、信頼度成長要因の単位投入量当たりの費用を考慮した信頼度成長パラメータとして解釈することができる。特に、式 (7) の信頼度成長パラメータ（テストの規模）が $0 < \beta < 1$ のとき、信頼度成長要因の投入量が増加しても、総期待発見フォールト数の増加量は逓減する。つまり、費用対効果が小さくなることを表している。

4 予算制約下における検出可能フォールト数

式 (7) の CES 型テスト時間関数に基づく 2 変量ワイブル型モデルを用いて、検出可能フォールト数が最大になるように、次のような予算制約付き最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} \max \quad & r(s, u) = c (\alpha s^{-\delta} + (1 - \alpha)u^{-\delta})^{-\frac{\beta}{\delta}} \\ \text{s.t.} \quad & p_s s + p_u u \leq I \end{aligned}$$

ここで、 p_s はテスト時間要因にかかる費用、 p_u はテスト労力要因にかかる費用、および I はテストの予算であるとする。KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件を用いると、各信頼度成長要因について、最適解がそれぞれ次のように得られる。

$$s^* = \frac{I}{p_s \left[\left(\frac{p_u}{p_s} \right)^{\frac{\rho}{\rho-1}} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} + 1 \right]}, \quad (8)$$

表 1: 各パラメータの推定結果.

Data	\hat{a}_0	\hat{a}_1	\hat{a}_2	\hat{a}_3	\hat{c}	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\delta}$	\hat{e}
DS1	0.09	0.18	0.78	0.055	1.095	0.18	0.96	-0.76	4.17
DS2	0.058	0.40	0.56	-0.066	1.06	0.42	0.96	0.56	0.64

$$u^* = \frac{I}{p_u \left[\left(\frac{p_u}{p_u} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} + 1 \right]}. \quad (9)$$

これらの最適解を式 (7) に適用すると、各信頼度成長要因の費用および予算制約を考慮した検出可能フォールト数の平均値関数は次式のように与えられる.

$$H(s^*, u^*) = c \left[\alpha \left(\frac{I}{p_u \left[\left(\frac{p_u}{p_u} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} + 1 \right]} \right)^{-\delta} + (1-\alpha) \left(\frac{I}{p_u \left[\left(\frac{p_u}{p_u} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} + 1 \right]} \right)^{-\delta} \right]^{-\frac{\beta}{\delta}}. \quad (10)$$

5 パラメータ推定

収集されたフォールト発見数データに基づき、式 (7) の CES 型テスト時間関数に基づく 2 変量ワイブル型モデルに含まれるパラメータを重回帰分析を用いて推定する. ただし、あるテスト時間区間 $(0, s_k]$ において、テスト労力量 u_k および累積発見フォールト数 y_k が観測されたものとする. まず、CES 型関数は非線形関数であるため、両辺に自然対数を取り、2 次のテイラー展開を行うことで、次式のような線形式を得ることができる.

$$\begin{aligned} \ln \gamma(s, u) &= \ln c - \frac{\beta}{\delta} \ln(\delta s^{-\delta} + (1-\delta)u^{-\delta}) \\ &\cong \ln c + \beta \alpha \ln s + \beta(1-\alpha) \ln u - \frac{1}{2} \delta \beta \alpha (1-\alpha) [\ln s - \ln u]^2. \end{aligned} \quad (11)$$

重回帰式に置き換えると、次式ようになる.

$$\ln Y_k = a_0 + a_1 \ln s_k + a_2 \ln u_k + a_3 [\ln s_k - \ln u_k]^2 + \varepsilon_k. \quad (12)$$

ε_k は、独立かつ同一の分布に従う誤差項を表す. 式 (12) の各項の係数である a_0 , a_1 , a_2 , および、 a_3 は、それぞれ次のように表す.

$$\begin{aligned} a_0 &= \ln c, \\ a_1 &= \beta \alpha, \\ a_2 &= \beta(1-\alpha), \\ a_3 &= -\frac{1}{2} \delta \beta \alpha. \end{aligned} \quad (13)$$

したがって、各パラメータの推定値は次のように求められる.

$$\begin{aligned} \hat{c} &= \exp[a_0], \\ \hat{\beta} &= a_1 + a_2, \\ \hat{\alpha} &= \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \\ \hat{\delta} &= -\frac{2a_3}{a_1 - \frac{a_2^2}{a_1 + a_2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

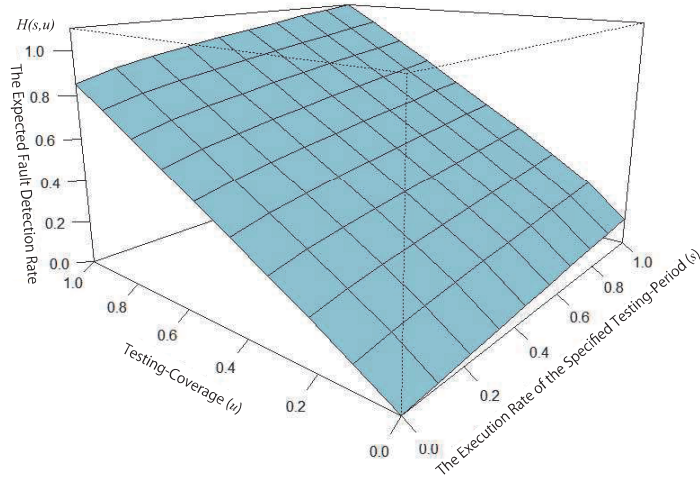


図 1: CES 型テスト時間関数に基づく 2 変量ワイブル型モデルの挙動 (DS1).

6 数値例

本研究では, 次の実測データ $(s_k, u_k, y_k)(k = 0, 1, 2, \dots, K)$ を用いて数値例を示す.

DS1: $(s_k, u_k, y_k)(k = 1, 2, \dots, 24; s_{24} = 24$ (週), $u_{24} = 90.946$ (%), $y_{24} = 296)$

DS2: $(s_k, u_k, y_k)(k = 1, 2, \dots, 21; s_{21} = 21$ (週), $u_{21} = 91.981$ (%), $y_{21} = 212)$

ここで, s_k はカレンダー時間 (週), u_k はテスト網羅度 (%), および y_k は $[0, s_k], [0, u_k]$ までに発見された総フォールト数を表す. テスト労力要因としてテスト網羅度を適用するにあたり, 次のようにテスト時間要因およびフォールト発見数データを調整する.

$$s \equiv \frac{s_k}{s_{\max}}, \quad (15)$$

$$y \equiv \frac{y_k}{y_{\max}}. \quad (16)$$

s_{\max} はテスト終了時間, y_{\max} はテスト期間中に発見された総フォールト数を表す. 式 (15) はテスト終了時間に対する経過時間の比率, つまりテスト時間の経過率を表す. 式 (16) はテスト期間において発見された総フォールト数に対する発見フォールト数の比率であり, フォールト検出率を表している. s_{\max} および y_{\max} については, 目標とするテストの実施時間や, SRGM を用いて推定された初期潜在フォールト数を適用することも可能である.

表 1 に, DS1 および DS2 を適用した各パラメータの推定結果を示す. 推定された代替の弾力性 \hat{e} から, DS2 よりも DS1 の方が高く, 代替が容易であることがわかる. 次に, 式 (7) で示される 2 変量ワイブル型モデル (フォールト検出率) の挙動を図 1 に示す. 図 1 より, テスト時間要因およびテスト労力要因の増加に伴い, フォールト検出率が増加していることがわかる. 表 2 および表 3 に, テ

表 2: DS1 における感度分析の結果 (テスト労力の費用を増加させた場合).

p_s	p_u	I	s	u	フォールト検出率	検出可能フォールト数
19	82	100	0.979	0.993	1.105	327.171
19	83	100	0.975	0.982	1.116	330.299
19	84	100	0.971	0.971	1.126	333.418
19	85	100	0.967	0.960	1.137	336.529
19	86	100	0.963	0.950	1.147	339.631
19	87	100	0.959	0.940	1.158	342.726
19	88	100	0.955	0.930	1.168	345.812
19	89	100	0.951	0.921	1.179	348.890
19	90	100	0.948	0.911	1.189	351.960
19	91	100	0.944	0.902	1.199	355.023

表 3: DS1 における感度分析の結果 (テスト時間の費用を増加させた場合).

p_s	p_u	I	s	u	フォールト検出率	検出可能フォールト数
19	82	100	0.979	0.993	1.105	327.171
20	82	100	0.947	0.989	1.115	330.157
21	82	100	0.917	0.985	1.125	333.017
22	82	100	0.890	0.981	1.134	335.761
23	82	100	0.865	0.977	1.143	338.401
24	82	100	0.841	0.973	1.152	340.945
25	82	100	0.819	0.970	1.160	343.400
26	82	100	0.798	0.967	1.168	345.774
27	82	100	0.778	0.963	1.176	348.073
28	82	100	0.760	0.960	1.183	350.301

スト労力要因の費用のみを増加させた場合およびテスト時間要因の費用を増加させた場合の感度分析の結果をそれぞれ示す. 本研究での数値例では, フォールト発見数データをフォールト検出率データとして調整しているため, 各表におけるフォールト検出率は, 式 (10) により算出する. フォールト検出率はテスト期間において発見された総フォールト数に基づいて算出しているため, 1 以上の値をとることができる. また, テスト期間において発見された総フォールト数にフォールト検出率を掛け合わせることで, 総期待発見フォールト数を推定することができる.

表 2 において, テスト労力要因の費用のみを増加させた場合, テスト時間の経過率とテスト網羅度は減少している. 変化量に着目すると, テスト時間が僅かに短縮されているものの, テスト網羅度も減少してしまうため, テストの進捗が悪化することが考えられる. 一方で, テスト労力要因の費用を増加させると, 検出可能フォールト数が増加する傾向が見られる. したがって, テスト時間にある程度の余裕があり, 信頼性の向上を優先したい場合には, テスト労力の費用を増加させるとよいことがわかる. 表 3 において, テスト時間要因の費用のみを増加させた場合, テスト時間の経過率およびテスト網羅度は減少している. 変化量に着目すると, テスト網羅度は減少しているものの変化量は小さく, 一方で, テスト時間の経過率の変化量が大きいことがわかる. さらに, テスト時間要因の費用のみを増加させると, 検出可能フォールト数が増加する傾向が見られる. したがって,

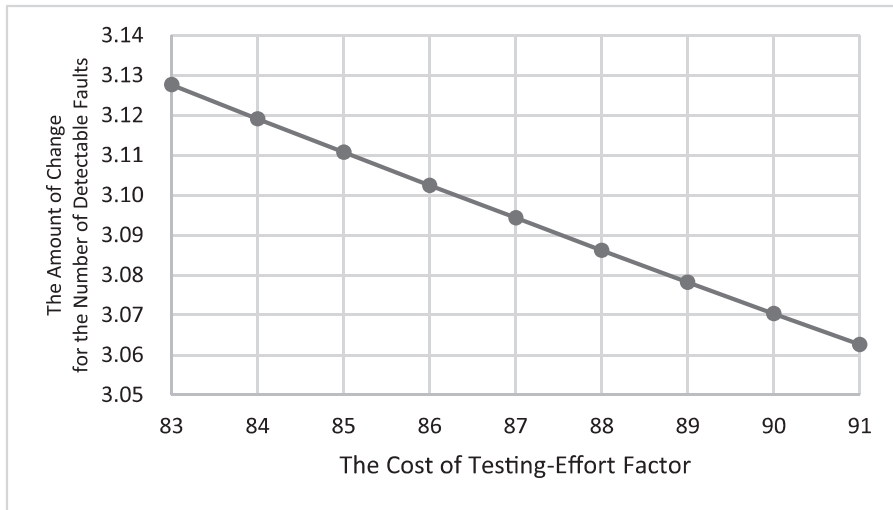


図 2：テスト労力要因の費用を増加させた検出可能フォールト数の増加量の推移 (DS1)。

フォールト発見の効果を維持しながら、テスト期間を大幅に短縮できることを意味している。

テスト労力要因の費用のみを増加させた場合と、テスト時間要因の費用のみを増加させた場合の検出可能フォールト数の増加量の挙動を図 2 および図 3 に示す。表 1 より、推定された信頼度成長パラメータ $\hat{\beta}$ が $0 < \beta < 1$ の範囲にあることから、テスト時間要因の費用とテスト労力要因の費用を共に増加させていくと、検出可能フォールト数の増加量が逓減することが確認された。したがって、各信頼度成長要因における費用を投入するほど、検出可能フォールト数の総数は増加するが、費用に対するフォールト発見数、つまり費用対効果は向上しないことがわかる。

7 おわりに

本研究では、CES 型テスト時間関数に基づく 2 変量ワイブル型モデルを構築した。また、提案モデルを用いて、テストの予算制約を考慮した最適化問題を解き、各信頼度成長要因についての最適解を導出することで、予算制約を考慮した 2 変量ワイブル型モデルへと拡張した。さらに、各信頼度成長要因にかかる費用を変化させることにより感度分析を行い、テストの進捗状況と信頼性について確認した。今後の課題として、感度分析における信頼度成長要因間の変化量からテストの進捗状況や信頼性を定量的に評価するために、新たな指標を開発する必要がある。

謝辞

本研究は、電気通信普及財団平成 29 年度研究調査助成（技術分野）の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] 入谷純, 加茂知幸, 「経済数学」, 東洋経済新報社, 2016.
- [2] H. Pham, *Software Reliability*, Springer-Verlag, Singapore, 2000.

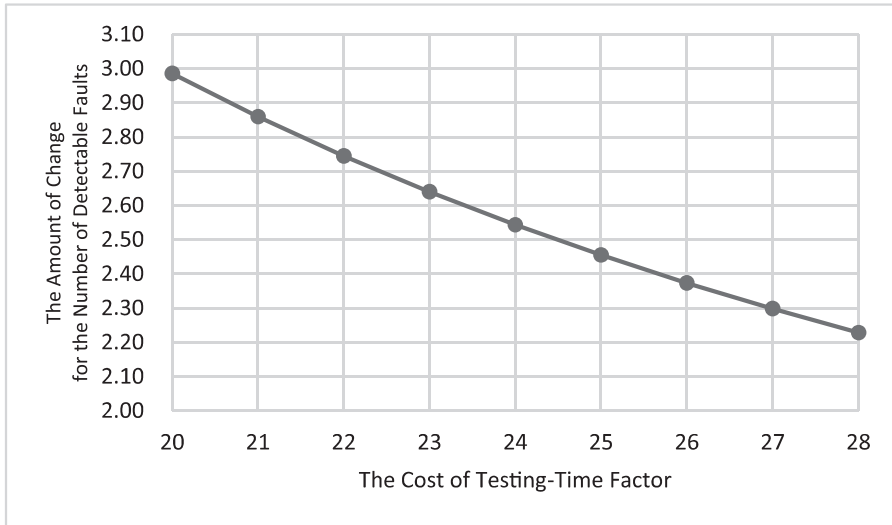


図 3：テスト時間要因の費用を増加させた検出可能フォールト数の増加量の推移 (DS1)。

- [3] P.K. Kapur, A.G. Aggarwal, and G. Kaur, “Simultaneous allocation of testing time and resources for a modular software,” *International Journal of System Assurance Engineering Management*, Vol. 1, No. 4, pp. 351–361, 2010.
- [4] P.K. Kapur and H. Pham, “Two dimensional multi-release software reliability modeling and optimal release planning,” *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 61, No. 3, pp. 758–768, 2012.
- [5] 井上真二, 山田茂, 「2 変量ワイブル型ソフトウェア信頼度成長モデルとその適合性評価」, 情報処理学会論文誌, Vol. 49, No. 8, pp. 2851–2861, 2008 年 5 月.
- [6] 井上真二, 山田茂, 「高信頼性ソフトウェア開発のための最適テスト労力投入問題」, 日本信頼性学会誌『信頼性』, Vol. 32, No. 1, pp. 40–46, 2010 年 1 月.
- [7] S. Yamada, *Software Reliability Modeling —Fundamentals and Applications—*, Springer-Verlag, Tokyo/Heidelberg, 2014.