Dichotomy model of farmers and hunter-gatherers in Neolithic transition
新石器時代における農耕民—狩猟採集民の2者選ーモデル

広島大学大学院・統合生命科学研究科　三村昌泰
Masayasu Mimura,
Graduate school of Integrated Sciences for life,
Hiroshima University

1. 序（研究の背景）

考古学は古い歴史の中で発展してきた人文科学の主要な分野の一つである。しかしながら、長い間、数学、 数理科学との出会いは全くなかったと言って良い。だが、1948年放射性炭素年代測定法の発見([4])、1980年代に入り、ゲノム解析の急速な展開から、考古学に「科学」が導入される時代に入ったのである([5])。これが契機となり、考古学に数学・数理科学 からの参入が可能となったのである。我々はこのような状況を把握し、2年ほど前から「新石器革命：新石器時代における狩猟採集民族から農耕民族への遷移」の数理的理解を問題提起とし研究を開始した。今回の講演は以上のような経緯の中で進めてきた考古学と数理科学（現象数理学）の融合研究の概要報告である。

2. 研究の発端（Neolithic revolution (新石器革命の数理からの接近）

約1万年前、中近東の小さな村から農耕様式で生活をする集団（農耕民）が現れた。やがて彼等は狩猟採集で生活をする集団地域に拡がっていき、ヨーロッパ全土は狩猟採集民から農耕民へと移り替わった。つまり、新石器時代における交替劇という新石器革命が起こったのである。ヨー ロッパの様々な場所で遺物、遺跡が発掘されていたが、放射性炭素年代測定法など科学的な手法が用いられることから、考古学に時間軸が導入されることになった。その結果、驚くことに、ヨーロッパ全土の地理的異方性は非常に強いにもかかわらず、農耕民族はほぼ一定の速さ(0.8〜1.2 km/年)で拡がっていくという驚くべき結果が示されたのであった。この速度はどのようにして決まったのであろうか？この疑問に理論的に答えるために、農耕民と狩猟採集民の相互作用を記述する次の（無次元化された）2変数反応拡散系モデルが提案された([1],[2])。

$$
(1)\quad \begin{cases} F_t = d\Delta F + (1 - F)F + sFH, \\ H_t = \Delta H + r(1 - H)H - gFH \end{cases}
$$

ここで $F(t,x)$, $H(t,x)$はそれぞれ時刻 $t > 0$, 場所 $x \in \Omega$ (生息領域)における農耕民、狩猟採集民の個体群密度である。d, s, r, g はすべて正定数である。これらのパラメーター値を放射性炭素年代測定から適当に決め、モデル(1)を解析することから農耕民の拡大速度は 2.8km/年となることが示されたが([13])、この速度は観察結果に比べてほぼ 3 倍の違いがある。この違いは、モデルに含まれるパラメーターに与えた値がかなりラフであったことが原因であろうと考えることができるであろう。しかしながら、これとは別に、モデルそれ自体に問題があるのではないかという疑問が残る。本講演では後者の疑問に答えることを念頭に置き、「農耕民は本来定住性であると考えられるが、移動型である」という仮定からモデルを構築したことが原因ではないかという問題提起をし、新しいモデルを紹介することである。

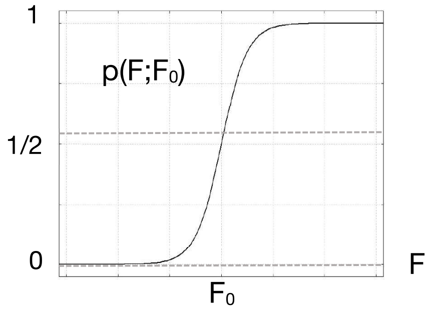
3. Dichotomy(2者選一)農耕民—狩猟採集民モデル

ここで提案するモデルの基本的な考えは、農耕民の空間移動はランダム移動(拡散)だけではない。何故なら、出生率が高くなることから幼児の世話が必要になる([11],[12], [16]) 、あるいは農業技術の発展による環境収容力の改善などから、農耕民はそこにとどまることが可能となるであろう。これらの変化は農耕民は移動性と定住性の2つの生活様式を持っており、環境条件に応じて、様式を変えると仮定するのが自然ではなかろうか。我々は(1)においてその仮定を導入することから次の反応拡散—ODEからなる次の3変数系モデルを提案した([8]):

$$
(2)\qquad \begin{cases}
F_{1t} = a(1-F)F_1 - \{p(F;F_0)F_1 - (1-p(F;F_0))F_2\}/\varepsilon + sHF_1 \\[2ex]
F_{2t} = d_F\,\Delta F_2 + a(1-F)F_2 + \{p(F;F_0)F_1 - (1-p(F;F_0))F_2\}/\varepsilon + sHF_2 \\[2ex]
H_t = d\Delta H + r(1-H)H - gFH
\end{cases}
$$

ここで新しく導入された変数は F_1, F_2 であり、それぞれ定住性(ODE型)農耕民、移動性(ランダム拡散型)農耕民の個体群密度、(従って全農耕民の個体群密度(Fとすると)は $F = F_1 + F_2$)である。a, s, d_F, d, r , g, ε は正定数である。(2) において重要な項は $\{p(F;F_0)F_1 - (1 - p(F;F_0))F_2\}/\varepsilon$ である。ここで$p(F;F_0)$ はF_1とF_2 の交換を与える関数であり、下図に示されるように $F > 0$ に関して単調増大で、$p(0;F_0) = 0$, $\lim_{F\to\infty}p(F;F_0) = 1$を満たすことを仮定する。ここで$F_0$は農耕民の生活様式に依存する正定数である。更に、$F_1$と$F_2$の交換は増殖や狩猟採集との転換などの変化に比べてはるかに速いと考えられるので、

交換率項に含まれるパラメーター εは他のパラメーターに比べてかなり小さいと仮定する。

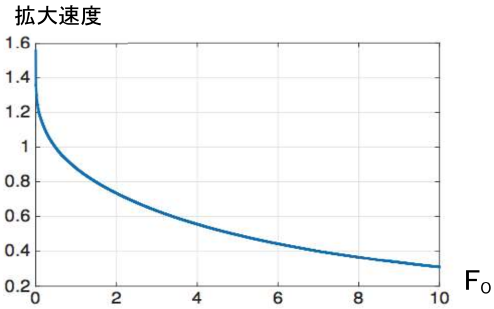


ここで$p(F;F_0)$の一例として

(3) $$p(F;F_0) = p_m(F;F_0) = F^m/(F^m + (F_0)^m)$$

$(m = 1,\ 2,\ldots)$

がある。F_1とF_2の交換率$p(F;F_0)$の役割を簡単に述べれば次のようになる：全農耕民が少ない(FはF_0に比べて小さい)ときには、pは0の近い、すなわち、農耕民の移動性は積極的に定住性に変わる傾向にある、逆に、全農耕民が多い(FはF_0に比べて大きい)ときには、pは1の近い、すなわち、定住性農耕民は移動性に変わるということである。このように、新しく提案されたモデルの特徴は、農耕民の空間移動は、密度が高いときにはランダム移動性、低いときには定住性になるという2者選一(dichotomy)の性質を導入していることである。ここで提案されたモデルは2つの反応拡散方程式と一つのODEからなる3変数系であるが、3変数系に対する一般的な解析手法はないが、解の一意性、時間大域存在などは[8]で示されているが、農耕民の拡大速度に関しては、解析的には未解決であり、数値シミュレーションに頼らなければならない。結果は、下図のように速度はF_0 に対して単調減少であることが示される([15])。



4. ε→0特異極限解析

今回紹介した3変数モデルは農耕民(F)は定住性(F_1)と移動性(F_2)という2つの異なる生活様式を持っていることが特徴である。このことからモデルは(F_1, F_2, H)の3変数系となる。自然な疑問として、全農耕民$F = F_1 + F_2$ と狩猟採集民Hに関する2変数系を導出することは可能かという問題が考えられる。これができれば、2変数系(1)と比較することが可能となる。そのためにここでは3変数系に含まれる微小パラメーター ε→0極限に対して極限系の導出を考える。ε→0において、第1、2式から

$$p(F;F_0)F_1 = (1 - p(F;F_0))F_2$$

$$F_2 = p(F;F_0))F$$

が得られる。一方、第1式と第2式を加えると

$$(F_1 + F_2)_t = d_F\, \Delta F_2 + a(1 - F)F + sFH$$

こうして (F, H) に関する2変数系

$$(4)\qquad \begin{cases} F_t = d_F\, \Delta(p(F;F_0)F) + a(1 - F)F + sFH \\ H_t = d\Delta H + r(1 - H)H - gFH \end{cases}$$

が形式的に導出される。この極限系は、もしも $p(F;F_0) = p_0$(正定数)であるならば、(1)に一致する。しかしながら$p(F;F_0)$は(3)で示されるようにFの非線形関数である。その結果(4)の第1式は

$$F_t = d_F \nabla (p(F;F_0) \nabla F) + d_F \nabla (F \nabla p(F;F_0)) + a(1 - F)F + sFH$$

と書き換えられる。ここで、右辺の第1項は拡散率$p(F;F_0)$を持つ退化型の非線形拡散、第2項は非線形対流を表している。その第一歩として3変数系(2)からε→0極限の元で2変数極限系(4)の導出はElias, Hilhorst, Mimura and Moritaによって特異極限解析によって最近証明された([7])。 極限系(4)の解析については研究中である([6])。

5. 結（今後の方向）

興味深い結果として、遺伝子解析により、農耕を生活様式に集団は本来の農耕民だけでなく、狩猟採集民の一部は彼らから農耕の生活様式を学ぶ（あるいは彼らが教える）ことから農耕民となっていること、つまり、農耕民には遺伝的に異なる2種類の農耕民がいることがわかってきた([10])。このことから拡大する農耕民はどちらの農耕民が貢献しているのかという新たな問題が提起される。これに関して新しいモデルが構築され、その解析が急速に進められている([3],[9])。

謝辞

まず考古進化学の理論分野の第１人者である青木健一氏（明治大学先端数理科学インスティテュート(MIMS)研究員）に密接な議論をして頂いたことにお礼を申し上げたい。更に 2018,2019 年度 MIMS 数理科学共同研究プロジェクト「新石器時代における狩猟採集民族から農耕民族への遷移」の展開に多大な支援を頂いたことに感謝する次第である。

参考文献

[1] A. J. Ammerman and L. L. Cavalli-Sforza, Measuring the rate of spread of early farming in Europe, Man 6, (1971), pp. 674-688.

[2] A. J. Ammerman and L. L. Cavalli-Sforza, The Neolithic transition and the genetics of populations in Europe Princeton University Press, Princeton, 1984.

[3] K. Aoki, M. Shida M, and N. Shigesada, Traveling Wave Solutions for the Spread of Farmers into a Region Occupied by Hunter Gatherers, Theoretical Population of Biology 50, (1996), pp. 1-17.

[4] J. R. Arnold and W. F. Libby, Age Determinations by Radiocarbon Content: Checks with Samples of Known Age, *Science,* New Series, 110 (1949), pp. 678-680

[5] L. Chikhi, R. A. Nichols, G. Barbujani, and M. A. Beaumont, Y genetic data support the Neolithic demic diffusion model, PNAS 99, (2002), pp. 1008–1013.

[6] J. Elias, D. Hilhorst and M. Mimura, Large time behavior of the solution of a nonlinear diffusion problem in Anthropology, J. Math. Study, 51,(2018) pp 307-344.

[7] J. Elias, D. Hilhorst, M. Mimura and Y. Morita, Singular limit for a reaction-diffusion -ODE system in a neolithic transition model, to appear in J. Diff. Equations

[8] J. Elias, M. H. Kabir, and M. Mimura, On the well-posedness of a dispersal model for farmers and hunter-gatherers in the Neolithic transition, Math. Models Methods Appl. Sci. 28 (2018), pp. 195–222.

[9] J. Elias, M. Mimura and R. Mori, Asymptotic behavior of solutions of Aoki-Shida- Shigesada model in bounded domains, to appear in Discrete. Contin. Dyn. Syst. Ser. B

[10] J. Fort, Synthesis between demic and cultural diffusion in the Neolithic transition in Europe, Proceedings of the National Academy of Sciences, 109 (2012), pp. 18669 –18673.

[11] J. Fort and C. Mendez, Time-delayed theory of the Neolithic transition in Europe, Physical Review Letters 82, (1999), pp. 867-870

[12] J. Fort and C. Mendez, Wave fronts in time-delayed reaction-diffusion systems. Theory and comparison to experiment, Rep. Prog. Phys., 65 (2002), pp. 895-954.

[13] J. Fort, Mathematical modelling of the Neolithic Transition: a review for non-mathematicians, British Arch. Rep. Int. Series 1964 (2009), pp. 211-216

[14] M. Gkiasta, T. Russell, S. Shennan, and J. Steele, Neolithic transition in Europe: The radio- carbon record revisited, Antiquity 77 (2003), pp. 45–62.

[15] M. H. Kabir, M. Mimura, and J.-C. Tsai, Spreading waves in a farmers and hunter-gatherers model of the Neolithic transition in Europe, Bull. Math. Biol. 80, (2018), pp. 2452–2480.

[16] V. Mendez and J. Camacho, Dynamics and thermodynamics of delayed population growth, Physical Review E 55(6) (1997), pp. 6476-6482.